

УДК 623.593

В. В. Коробейников, кандидат технических наук, Институт прикладной механики УрО РАН, Ижевск

МОДЕЛЬ ДОЗВУКОВОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ МИШЕНИ

Рассматривается модель акустической мишени, которая используется при разработке информационно-измерительных систем для испытания стрелкового оружия с дозвуковыми скоростями движения пули.

Ключевые слова: акустика, мишень, координата, приближения.

Характерной особенностью современного уровня развития средств определения внешнебаллистических параметров движения пули является тесная связь и взаимовлияние процессов измерения параметров этого движения и математической обработки результатов измерений.

В акустической мишени целью выполнения измерений является определение координат точки попадания (ТП) в плоскости регистрации. Поэтому проектирование мишени должно проводиться с точки зрения оптимизации решения этой задачи.

В постановке задачи определения координат ТП по результатам измерений можно выделить следующие этапы:

- получение уравнения измерений, определяющих связь между измеряемыми величинами и координатами ТП;
- построение математической модели мишени;
- анализ условий выполнения измерений, описывающих функциональный вид и статистические свойства ошибок измерений;
- обоснование критерия оптимальности оценивания искомых параметров.

Построение математической модели осуществляется в результате анализа изучаемого процесса, параметры которого необходимо определить. Она должна быть достаточно полной, чтобы адекватно описывать этот процесс, но также и достаточно простой, чтобы получающиеся алгоритмы можно было реализовать на вычислительной машине.

В акустических мишенях для определения точки попадания пули в плоскости регистрации используются косвенные методы измерения, т. е. измеряются такие параметры, которые доступны для измерения и функционально связаны с координатами ТП. Акустические мишени, предназначенные для измерения координат ТП пули со сверхзвуковой скоростью движения, используют значения моментов времени срабатывания пьезокерамических датчиков от воздействия звукобаллистической волны конусовидной формы, которая сопровождает пулю во время ее движения в воздухе [1, 2]. У пули, движущихся с дозвуковой скоростью, такой волны не образуется. Поэтому в акустических мишенях для таких скоростей предлагается использовать формирователь, при пролете пули через который образуется скачкообразное возмущение.

Это возмущение будет распространяться в виде волны в формирователе и в воздухе. В воздухе она имеет вид сферической волны, которая распространяется со скоростью звука. В формирователе она распространяется со скоростью превышающей скорость звука в воздухе. Время прохождения этих волн от точки возмущения до датчика функционально зависит от координаты точки возникновения этого возмущения (координаты ТП). В зависимости от того, как расположены датчики в пространстве и на какую волну они реагируют, получаются различные модели дозвуковой акустической мишени.

Предположим, что акустические датчики расположены в пространстве за формирователем возмущения на некотором расстоянии от него и датчики реагируют только на воздействие сферической волны, которая распространяется со скоростью звука в воздухе. На рис. 1 изображена схема мишени с датчиками $D_i(x_i, y_i, z_i)$ и пробойной с центром $P(x_0, y_0, z_0)$. Датчики расположены по краям зоны регистрации.

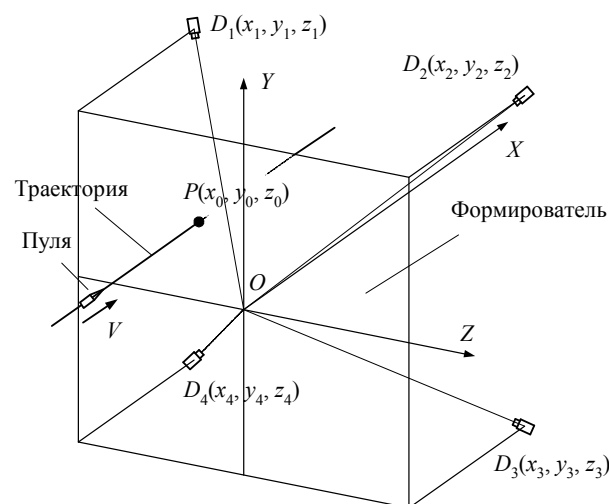


Рис. 1. Схема дозвуковой акустической мишени:
 $D_i(x_i, y_i, z_i)$ – акустический датчик; i – номер датчика, $i = 1, \dots, n$,
 $n = 4$ – количество датчиков; $P(x_0, y_0, z_0)$ – пробойна (точка
 попадания) с координатами x_0, y_0, z_0 ; V – скорость пули

На рис. 2 показан путь прохождения волны от точки возмущения до датчика, который равен произ-

ведению скорости звука на время. Время равно разнице между моментом времени срабатывания датчика и началом отсчета. Поэтому для каждого датчика справедливо уравнение

$$\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2} = a(t_i - t_0), \quad (1)$$

где t_i – время движения звуковой волны до i -го датчика; t_0 – время начала отсчета; (x_i, y_i, z_i) – координаты i -го датчика; (x_0, y_0, z_0) – координаты точки попадания; a – скорость звука в воздухе.

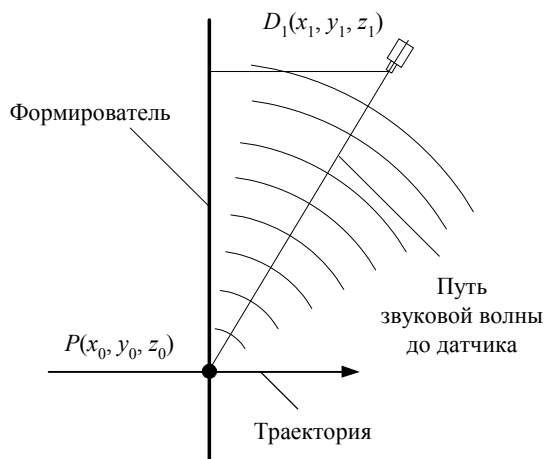


Рис. 2. Схема распространения звуковой волны в воздухе

Будем считать, что формирователь возмущения расположен в плоскости регистрации мишени, центр которой совпадает с началом координат, т. е. $x_0 = 0$, координаты расположения датчиков известны, скорость распространения звука известна, тогда система, состоящая из уравнений (1), представляет собой первичную математическую модель дозвуковой акустической мишени. Неизвестными в этой системе являются: y_0, z_0 – координаты ТП, t_0 – время начала отсчета.

Для определения y_0, z_0 и t_0 достаточно иметь три датчика. Для повышения точности определения неизвестных необходимо установить большее количество датчиков и использовать метод наименьших квадратов (МНК). Чтобы не усложнять аппаратную часть мишени устройствами преобразования и ввода в ЭВМ данных о метеословиях для вычисления скорости звука [3], нужно в (1) скорость звука считать величиной неизвестной и определять ее вместе с другими неизвестными. При этом для сохранения точности определения координат необходимо добавить один датчик.

Ввиду неразрешимости в символьном виде нелинейной системы (1) относительно неизвестных параметров y_0, z_0, t_0, a решение осуществляется численным способом по МНК с помощью последовательных приближений [4, 5]. На каждом шаге решается линейная задача МНК. Линеаризация осуществляют

ся с помощью разложения функции в ряд Тейлора в окрестности предыдущего приближения с ограничением линейными членами [6]. Перепишем уравнения (1) в виде

$$\varphi_i = 0, \quad (2)$$

где $\varphi_i = (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2 - (a(t_i - t_0))^2$; $i = 1, \dots, n$, n – количество датчиков. Обозначим начальные условия для $(k+1)$ -го шага $\xi_j^k \in (\tilde{y}_0, \tilde{z}_0, \tilde{t}_0, \tilde{a})$ и найдем значения на $(k+1)$ -м шаге ξ_j^{k+1} как

$$\xi_j^{k+1} = \xi_j^k + \Delta \xi_j^{k+1}. \quad (3)$$

Разложим $\varphi_i(\xi_j)$ в ряд Тейлора в окрестности значений ξ_j и ограничимся линейными членами ряда

$$\varphi_i(\xi_j^{k+1}) = \varphi_i(\xi_j^k + \Delta \xi_j^{k+1}) = \varphi_i(\xi_j^k) + \sum_{j=1}^4 \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi_j} \Big|_{\xi_j = \xi_j^k} \Delta \xi_j^{k+1},$$

где частные производные имеют вид

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial y_0} = -2(y_i - y_0); \quad \frac{\partial \varphi_i}{\partial z_0} = -2(z_i - z_0);$$

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial t_0} = 2a^2(t_i - t_0); \quad \frac{\partial \varphi_i}{\partial a} = -2a(t_i - t_0)^2; \quad i = 1, \dots, n.$$

Введем для краткости векторы \mathbf{F} , \mathbf{B} и матрицу наблюдений \mathbf{X} :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -\varphi_1(\xi_j^k) \\ \dots \\ -\varphi_n(\xi_j^k) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \Delta \xi_1^{k+1} \\ \dots \\ \Delta \xi_n^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta y_0^{k+1} \\ \Delta z_0^{k+1} \\ \Delta t_0^{k+1} \\ \Delta a^{k+1} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial y_0} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial z_0} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial t_0} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial a} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \varphi_n}{\partial y_0} & \frac{\partial \varphi_n}{\partial z_0} & \frac{\partial \varphi_n}{\partial t_0} & \frac{\partial \varphi_n}{\partial a} \end{bmatrix}.$$

Частные производные берутся при значениях параметров на k -м шаге. Поправки на $(k+1)$ -м шаге находятся из решения нормальной системы

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{B} = \mathbf{X}^T \mathbf{F}$$

и равны [7]

$$\mathbf{B} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{F}.$$

Итерации заканчиваются при выполнении условия

$$\sqrt{\sum_{j=1}^4 (\xi_j^{k+1})^2} \leq \zeta, \quad (4)$$

где ζ – заданная погрешность решения нелинейной системы уравнений.

Предполагалось, что координаты расположения датчиков известны. Однако на практике они определяются с погрешностями, поэтому в дополнение к первой математической модели применим вторую, регрессионную, модель для вычисления поправок. В качестве регрессионной модели возьмем полный полином степени N . Для $N = 2$ имеем:

$$\left. \begin{aligned} \Delta y &= a_0 + a_1 y + a_2 z + a_3 yz + a_4 y^2 + a_5 z^2, \\ \Delta z &= b_0 + b_1 y + b_2 z + b_3 yz + b_4 y^2 + b_5 z^2, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где y, z – вычисленные координаты по первичной модели; $\Delta y, \Delta z$ – поправки к вычисленным координатам; a_j, b_j – коэффициенты; $j = 0, \dots, 5$ – порядковый номер коэффициента.

Коэффициенты a_j, b_j в (5) определяются на этапе настройки мишени в результате решения двух систем – одна для определения коэффициентов a_j , другая – для b_j . В этих системах используются координаты ТП, вычисленные по первичной модели и измеренные вручную по бумажной мишени.

Исследование сходимости методов решения (2) показало, что в качестве начальных значений определяемых параметров целесообразно взять $\tilde{y}_0 = 0$, $\tilde{z}_0 = 0$, $\tilde{t}_0 = 0,001$, $\tilde{a} = 340$. Критерием оценки скорости сходимости являлось количество итераций

последовательных приближений (3) при $\zeta = 10^{-10}$ и выполнении условия (4).

Результаты исследований показали, что количество итераций (3) не превышало 8–12 при любой ТП в зоне регистрации. Экспериментальная проверка мишени, основанной на рассмотренной модели, была проведена в производственных условиях и показала хорошие результаты (погрешность определения координат не превысила 1 мм).

Список литературы

1. Шапиро Я. М. Внешняя баллистика. – М. : Оборонгиз, 1946. – 408 с.
2. Пат. 2392577 Российская Федерация, МПК F41 J 5/06. Устройство определения внешнебаллистических параметров на основе акустических датчиков / Афанасьев Н. Ю., Афанасьев В. А., Веркиенко Ю. В., Коробейников В. В. ; заявитель и патентообладатель Институт прикладной механики УрО РАН. – № 2008129855/02 ; заявл. 18.07.2008 ; опубл. 20.06.2010. Бюл. № 17-ил.
3. Ермолаев С. И., Комаров Л. Б., Чурбанов Е. В. Внешняя баллистика. –Л. : Типогр. ВМАКВ им. А. Н. Крылова, 1958. – 715 с.
4. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. – М. : Наука, 1987. – 600 с.
5. Гроп Д. Методы идентификации систем : пер. с англ. – М. : Мир, 1979. – 302 с.
6. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М. : Наука, 1974. – 320 с.
7. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы теории наблюдений. – М. : Физматгиз, 1962. – 352 с.

V. V. Korobeynikov, Candidate of Technical Sciences, Institute of Applied Mechanics, Izhevsk

Subsonic Model Acoustic Target

A model of an acoustic target which is used at development of the information and measuring systems for testing small arms at subsonic bullet velocity is considered.

Key words: acoustics, target, coordinates, approximation.

УДК 681.3.084

В. А. Куликов, доктор технических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет
Е. А. Коновалов, аспирант, Ижевский государственный технический университет

МИКРОПРОЦЕССОРНЫЙ ПРИБОР ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ДАВНОСТИ НАСТУПЛЕНИЯ СМЕРТИ ПО МЕТОДУ РЕГУЛЯРНОГО ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА

Представлены результаты разработки портативного прибора, позволяющего выполнять термометрирование объектов судебно-медицинской экспертизы с высоким разрешением и производить расчет давности наступления смерти с применением оптимизации параметров тепловой модели.

Ключевые слова: давность наступления смерти, измерение температуры человека, тепловая модель человека, оптимизация параметров тепловой модели.

Тепловой метод определения давности наступления смерти (ДНС) человека является основным методом, который применяется при проведении судебно-медицинских экспертиз [1]. Ме-

тод основан на анализе динамики посмертной температуры тела и расчете момента начала его остывания, который интерпретируется как момент наступления смерти. К настоящему времени разработаны