

УДК 621.391.8

**О. А. Волков**, соискатель, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова  
**И. З. Климов**, доктор технических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

## ПРИЕМ МНОГОЧАСТОТНОГО ШИРОКОПОЛОСНОГО СИГНАЛА

*Рассмотрен метод устранения начальной неопределенности с использованием временного фазового рассогласования. Рассмотрены его характеристики по сравнению с методом, основанным на использовании квадрата модуля. Приведено уточнение условий приема широкополосного сигнала.*

**Ключевые слова:** прием сигналов, широкополосный сигнал.

**П**ередача информации широкополосными сигналами (ШПС) имеет ряд недостатков, связанных с неравномерностью спектра. Избежать этих недостатков можно путем формирования сигнала с помощью дискретного преобразования Фурье. Широкополосный сигнал с равномерным спектром (ШПС РС) обладает значительной устойчивостью к поражению сосредоточенной помехой (СП). Это обусловлено тем, что он может быть принят как целиком, так и частями, состоящими из различного количества последовательно идущих спектральных составляющих, то есть широкополосными элементами (ШПЭ). Переход к приему ШПЭ приводит к необходимости определения начальной неопределенности по задержке. Целью данной работы является нахождение оптимального метода уменьшения начальной неопределенности по задержке.

Обнаружение отклика выполняется путем сравнения квадрата модуля отклика с некоторым пороговым уровнем, который определяется с учетом уровня аддитивных помех. Неидеальность характеристики отклика ШПЭ приводит к проявлению относительно значимых уровней отклика за пределами главного пика корреляционной функции (КФ). Несмотря на уровень аддитивных помех в полосе размещения ШПЭ, имеет место ограничение снизу на мерность ШПЭ, для которой боковые выбросы не являются препятствием для устранения начальной неопределенности по задержке. Представляет интерес рассмотреть иные чем определенный уровень квадрата модуля отклика критерии решения задачи обнаружения отклика, с целью снижения ограничения мерности ШПЭ [1, 2]. Для решения такой задачи исследуем возможность использования временной функции рассогласования (ВФР) ШПЭ:

$$X_v(t_n) = Q_v(t_n) \cdot \hat{Q}_v(t_n - T_S), \quad (1)$$

где  $t_n$  – интервалы времени, определяемые шагом поиска по временной оси.

Нормированная характеристика отклика есть

$$\frac{|X_v(t_n)|^2}{|X_v|_{\max}^2} = R_v(t_n) \cdot R_v(t_n - T_S), \quad q_v^2 = \infty. \quad (2)$$

Для области главного пика боковых выбросов периодического ШПЭ имеем:

$$\frac{|X_v(t_n)|^2}{|X_v|_{\max}^2} = \left( \frac{\sin \pi \tau_z}{M_v \cdot \sin \frac{\pi \tau_z}{M_v}} \right)^4, \quad q_v^2 = \infty, \quad (3)$$

где  $\tau_z$  – нормированная величина рассогласования по задержке между принимаемым ШПЭ и образцом в момент вычисления отклика  $t_n$ .

Сравнение (2) и (3) показывает, что ВФР в области главного пика незначительно отличается от отклика  $R_v(t_n)$ . Отличия заключаются лишь в некотором уменьшении ширины главного пика за счет более крутого ската пика. Для области же боковых выбросов, где  $R_v(t_n) \ll 1$ , характеристика ВФР имеет существенно более низкий уровень выбросов.

Таким образом, в отсутствии аддитивных помех использование характеристики ВФР обеспечивает существенное увеличение различий между областями главного пика и боковых выбросов по сравнению с контрастом этих областей, наблюдаемым при использовании характеристики отклика. При наличии аддитивных помех в полосе размещения ШПЭ характеристика ВФР существенно усложняется вследствие взаимодействия полезной составляющей отклика с составляющей помехи. Действительно, вектор отклика есть сумма информационного сигнала  $S_v(t_n)$  и вектора помехи  $Y_v(t_n)$ :

$$Q_v(t_n) = S_v(t_n) + Y_v(t_n). \quad (4)$$

Тогда для соответствующих составляющих вектора ВФР, определяемого как

$$X_v(t_n) = F_v(t_n) + N_v(t_n), \quad (5)$$

имеем для составляющих:

$$F_v(t_n) = S_v(t_n) \cdot \hat{S}_v(t_n - T_S), \quad (6)$$

$$N_v(t_n) = S_v(t_n) \cdot \hat{Y}_v(t_n - T_S) + \hat{S}_v(t_n - T_S) \cdot Y_v(t_n) + Y_v(t_n) \cdot \hat{Y}_v(t_n - T_S). \quad (7)$$

Модуль вектора (6) равен мощности отклика на информационный сигнал при вычислении в момент времени  $t_n$  и фазу, соответствующую информационной разности фаз кодовых посылок. Ортогональные компоненты вектора (7) есть случайные величины с нулевым математическим ожиданием:

$$m_1 \{N_v(t_n)\} = 0. \quad (8)$$

Мощность помеховой составляющей ВФР равна:

$$m_1 \{|N_v(t_n)|^2\} = P_v \cdot [ |S_v(t_n)|^2 + |S_v(t_n - T_S)|^2 + P_v ], \quad (9)$$

$$P_v = m_1 \{Y_v(t_n)\}. \quad (10)$$

Математическое ожидание квадрата модуля (мощность) ВФР (5) есть сумма

$$m_1 \{|X_v(t_n)|^2\} = |F_v(t_n)|^2 + m_1 \{|N_v(t_n)|^2\}, \quad (11)$$

или, с учетом (10), имеем:

$$M_2 \{|X_v(t_n)|^2\} = 2 \cdot |F_v(t_n)|^2 \cdot m_1 \{|N_v(t_n)|^2\}. \quad (12)$$

Максимум квадрата модуля полезной составляющей отклика (4) в области главного пика  $W_v$  определяется через значения параметров ШПЭ и образца:

$$W_v = |S_v|_{\max}^2 = \mu_v^2 \cdot M_v^2 \cdot A^4 = M_v \cdot A^2 \cdot P_{Sv}, \quad (13)$$

где  $\mu_v$  – коэффициент передачи ШПЭ;  $A$  – модуль спектральных составляющих образца ШПЭ;  $M_v$  – мерность ШПЭ;  $P_{Sv}$  – мощность ШПЭ.

Мощность (10) пропорциональна мощности аддитивных помех:

$$P_v = A^2 \cdot P_{pv}. \quad (14)$$

Из (10) и (11), с учетом выражений (5) и (8), получаем следующие значения квадрата модуля ВФР:

$$\frac{m_1 \{|X_v(t_n)|^2\}}{W_v^2} = R_v(t_n) \cdot R_v(t_n - T_S) + \frac{1}{h_v^4} \cdot [ h_v^2 \cdot \{R_v(t_n) + R_v(t_n - T_S)\} + 1 ]. \quad (15)$$

$$\frac{M_2 \{|X_v(t_n)|^2\}}{W_v^4} = \frac{2 \cdot R_v(t_n) \cdot R_v(t_n - T_S)}{h_v^4} \times \times [ h_v^2 \cdot \{R_v(t_n) + R_v(t_n - T_S)\} + 1 ], \quad (16)$$

где

$$h_v^2 = \frac{W_v}{P_v}. \quad (17)$$

В области максимума главного пика характеристика отклика  $R_v(t_n)$  с периодом  $T_S$  имеет значения, близкие или равные 1. Для этой области параметры (14), (15) имеют максимальное значение. При этом среднее значение квадрата модуля ВФР превышает величину данного параметра в случае отсутствия аддитивных помех. В области боковых выбросов  $R_v(t_n) \ll 1$ , и первое слагаемое в (15), представляющее произведение отсчетов характеристики отклика посылок, много меньше, чем  $R_v(t_n)$ . При  $h_v^2$ , существенно меньшей величины  $1/R_v(t_n)$ , параметр (15) в основном определяется помехой. Изменение боковых выбросов характеристики отклика по интервалу временных задержек, соответствующих данной области характеристики, может рассматриваться как случайный процесс. Поэтому статистические параметры (15), (16) для области боковых выбросов должны определяться усреднением характеристик откликов по этой области. Среднее значение  $R_v(t_n)$  растёт с уменьшением мерности ШПЭ  $M_v$ . При  $M_v = 32$  оно имеет порядок  $10^{-2}$ . Следовательно, для  $h_v^2$  порядка 10 децибел величина множителя в (15) и (16), задаваемого выражением в скобках, определяется постоянным слагаемым, который представляет компоненту аддитивной помехи. Это означает, что при  $h_v^2 \leq 10$  значение квадрата модуля величины (20) для области боковых выбросов в основном определяется помеховой компонентой отклика. Полезная составляющая играет незначительную роль. Таким образом, отношение параметров (15) и (16), вычисленных в области главного пика, к значению этих параметров в области боковых выбросов существенно больше, чем аналогичные соотношения для характеристики квадратов отклика. Поэтому можно утверждать, что качество обнаружения положения главного пика на оси времени приемника по квадрату модуля ВФР будет выше, чем качество обнаружения по квадрату модуля отклика. Однако сопоставление моментов распределения квадратов модулей отклика и ВФР не позволяет получить количественных оценок качества обнаружения главного пика, поскольку рассматриваемые решающие статистики имеют различные законы распределения. Поэтому для подтверждения истинности сделанного предположения необходимо сопоставить вероятностные характеристики двух способов обнаружения главного пика отклика.

Абсолютным значением односторонней ширины главного пика характеристики отклика является вектор с независимыми нормально распределенными компонентами, у которых математическое ожидание

определяется откликом на информационную составляющую аддитивной смеси, а дисперсия – откликом на аддитивную помеху. При этом дисперсия компонент равна  $0,5 \cdot P_v$ . Поэтому распределение модуля отклика в общем случае определяется обобщенным законом Релея – Райса [3]. Полагая среднее значение квадрата модуля отклика на сигнал в области боковых выбросов значительно меньше величины  $P_v$ , можно для порога обнаружения  $Q_v^*$  оценить вероятность ложного определения главного пика отклика:

$$L(Q_v^*) = p(|Q_v|_b \geq Q_v^*) = \int_{\sqrt{Q_v^*}}^{\infty} \frac{2\rho}{P_v} \cdot \exp\left\{-\frac{\rho^2}{P_v}\right\} \cdot d\rho = \exp\left\{-\frac{Q_v^*}{P_v}\right\}. \quad (1)$$

Тогда вероятность пропуска главного пика при принятии решения по отклику, вычисленному с остаточным относительным рассогласованием по задержке  $\tau_z$ , определится интегралом:

$$D(\tau_z) = \int_0^{\sqrt{Q_v^*}} \frac{2\rho}{P_v} \cdot \exp\left\{-\frac{\rho^2 + W_v(\tau_z)}{P_v}\right\} \times I_0\left(\frac{2\rho\sqrt{W_v(\tau_z)}}{P_v}\right) \cdot d\rho, \quad (19)$$

где  $W_v(\tau_z)$  – мощность полезной составляющей отклика при заданном остаточном рассогласовании по задержке.

Определив порог обнаружения через вероятность ложного определения

$$\frac{Q_v^*}{P_v} = -\ln L, \quad (20)$$

можно преобразовать выражение (20) к следующему виду:

$$D(\tau_z) = \int_0^{\sqrt{-2\ln L}} t \cdot \exp\left\{-\frac{t^2 + 2h_v^2(\tau_z)}{2}\right\} \times I_0\left(t \cdot \sqrt{2h_v^2(\tau_z)}\right) \cdot dt, \quad (21)$$

где отношение сигнал/помеха в отклике с рассогласованием связано с отношением в максимуме главного пика следующим соотношением:

$$h_v^2(\tau_z) = h_v^2 \cdot \left(\frac{\sin \pi\tau_z}{M_v \cdot \sin \frac{\pi\tau_z}{M_v}}\right)^2. \quad (22)$$

Если обнаружение главного пика выполняется по квадрату модуля ВФР относительно порога  $X_v^*$ , то вероятность ложного определения равна

$$L(X_v^*) = p\left\{|Y_v(t_n)| \cdot |Y_v(t_n - T_S)| \geq \sqrt{X_v^*}\right\} = 1 - \int_0^{\sqrt{X_v^*}} \left[ \frac{2\rho_1}{P_v} \cdot \exp\left\{-\frac{\rho_1^2}{P_v}\right\} \cdot \int_0^{\rho_1} \frac{2\rho_2}{P_v} \cdot \exp\left\{-\frac{\rho_2^2}{P_v}\right\} \cdot d\rho_2 \right] \cdot d\rho_1. \quad (23)$$

Вычисления дают

$$\int_0^{\sqrt{X_v^*}} \frac{2\rho_2}{P_v} \cdot \exp\left\{-\frac{\rho_2^2}{P_v}\right\} \cdot d\rho_2 = 1 - \exp\left\{-\frac{X_v^*}{\rho_1^2 \cdot P_v}\right\}. \quad (24)$$

С учетом (24) вероятность ложного обнаружения преобразуется:

$$L(X_v^*) = \int_0^{\infty} t \cdot \exp\left\{-\left(\frac{t^2}{2} + \frac{2x_v}{t^2}\right)\right\} \cdot dt, \quad (25)$$

где  $x_v$  – относительная величина порога обнаружения, определяемая как

$$x_v = \frac{X_v^*}{P_v^2}. \quad (26)$$

Определенный интеграл (25) выражается через модифицированную функцию Ганкеля  $K_1(z)$ :

$$L(X_v^*) = 2\sqrt{x_v} \cdot K_1(2\sqrt{x_v}). \quad (27)$$

Вероятность пропуска главного пика отклика при его обнаружении по уровню квадрата модуля ВФР равна

$$D(X_v^*) = p\left\{|Q_v(t_n^*)| \cdot |Q_v(t_n^* - T_S)| < X_v^*\right\}, \quad (28)$$

где  $t_n^*$  – момент времени, соответствующий области главного пика.

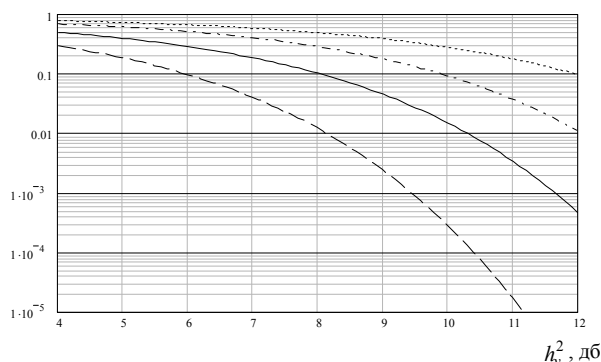
Если распределение модуля отклика в области главного пика соответствует обобщенному закону Райса, то для пика вероятность пропуска отклика есть

$$D(X_v^*) = \int_0^{\infty} \left[ \frac{2\rho_1}{P_v} \cdot \exp\left\{-\frac{\rho_1^2 + W_v(\tau_z)}{P_v}\right\} \times I_0\left(\frac{2\rho_1 \cdot \sqrt{W_v(\tau_z)}}{P_v}\right) \int_0^{\rho_1} \frac{2\rho_2}{P_v} \cdot \exp\left\{-\frac{\rho_2^2 + W_v(\tau_z)}{P_v}\right\} \times I_0\left(\frac{2\rho_2 \cdot \sqrt{W_v(\tau_z)}}{P_v}\right) \cdot d\rho_2 \right] \cdot d\rho_1. \quad (29)$$

С учетом определения (23) выражение (29) преобразуется:

$$D_v(X_v^*) = \int_0^\infty t \cdot \exp\left(-\frac{t^2 + 2h_v^2(\tau_z)}{2}\right) \cdot I_0\left(t \cdot \sqrt{2h_v^2(\tau_z)}\right) \times \\ \times \int_0^{2\sqrt{x_v}} y \cdot \exp\left(-\frac{y^2 + 2h_v^2(\tau_z)}{2}\right) \cdot I_0\left(y \cdot \sqrt{2h_v^2(\tau_z)}\right) \cdot dy dt. \quad (30)$$

На рисунке представлены зависимости влияния параметров процедур обнаружения на вероятность пропуска.



Вариант	Отклик		ВФР	
	$\tau_z$	0	0,5	0,5
Трасса	—	.....	----	- . - . -

Зависимости вероятности пропуска от отношения сигнал/помеха в отклике на образец ШПЭ ( $L = 0,05$ )

Полученные графические зависимости подтверждают сделанное предположение о более высоком качестве решений по квадрату модуля ВФР. Выигрыш в отношении сигнал/помеха, получаемый при переходе от решений по квадрату модуля отклика к решениям по квадрату модуля ВФР составляет 2 децибела. Получаемый выигрыш достаточно значительный для того, чтобы считать правило решений по квадрату модуля ВФР более предпочтительным, несмотря на то, что реализация этого правила связана с удвоением вычислительных затрат на получение одного решения.

### Выводы

Процесс обнаружения главного пика на уровне ВФР характеризуется низким уровнем влияния боковых выбросов, что позволяет уменьшить нижний предел мерности ШПЭ. В этом случае минимальная мерность ШПЭ определена на уровне  $M_v = 16$ . При этом влияние боковых выбросов на статистические характеристики обнаружения главного пика незначительно.

### Библиографические ссылки

1. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М. : Радио и связь, 1989. — 656 с.
2. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. — Т. 1. — М. : Советское радио, 1972. — 744 с.
3. Перов А. И. Статистическая теория радиотехнических систем. — М. : Радиотехника, 2003. — 400 с.

O. A. Volkov, PhD Applicant, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

I. Z. Klimov, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

### Multiple Frequency Broadband Signal Reception

The method of elimination of initial uncertainty by time phase mismatch is considered in the article. Its characteristics in comparison with a method based on usage of a square of the unit are considered. Specification of conditions of broadband signal reception is resulted.

**Key words:** reception of signals, broadband signal.

УДК 621.391

К. А. Батенков, кандидат технических наук, докторант, Академия федеральной службы охраны Российской Федерации, Орёл

## МОДУЛЯЦИЯ И ДЕМОДУЛЯЦИЯ ЧЕТЫРЕХПОЗИЦИОННЫХ ДВУМЕРНЫХ СИГНАЛОВ В ЛИНЕЙНОМ КАНАЛЕ СВЯЗИ С АДДИТИВНЫМ ШУМОМ

Получено решение задачи синтеза линейного модулятора и демодулятора для линейного фильтрового канала связи с аддитивным шумом по критерию минимальной среднеквадратической ошибки. Проведена оценка технического эффекта полученных решений для случая передачи двумерных четырехпозиционных амплитудно-модулированных сигналов, показавшая наличие энергетического выигрыша (порядка 3 дБ) относительно широко используемой модальной модуляции.

**Ключевые слова:** модуляция, демодуляция, непрерывный канал связи.

Известно, что выбор того или иного критерия качества любой системы, в том числе и связи, является субъективным, поскольку оп-

ределяется наличием определенных требований со стороны разработчика, потребителя или любого другого субъекта.