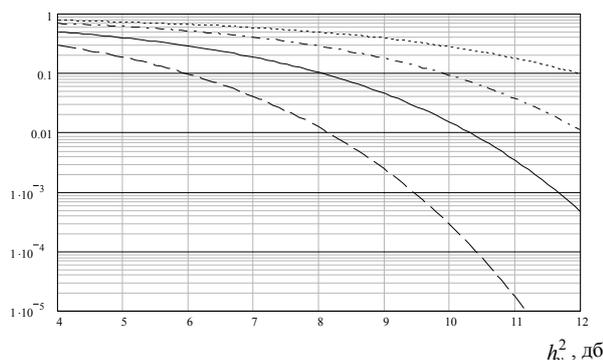


$$D_v(X_v^*) = \int_0^\infty t \cdot \exp\left(-\frac{t^2 + 2h_v^2(\tau_z)}{2}\right) \cdot I_0\left(t \cdot \sqrt{2h_v^2(\tau_z)}\right) \times \\ \times \int_0^{2\sqrt{x_v}} y \cdot \exp\left(-\frac{y^2 + 2h_v^2(\tau_z)}{2}\right) \cdot I_0\left(y \cdot \sqrt{2h_v^2(\tau_z)}\right) \cdot dy dt. \quad (30)$$

На рисунке представлены зависимости влияния параметров процедур обнаружения на вероятность пропуска.



Вариант	Отклик		ВФР	
	τ_z	0	0,5	0,5
Трасса	—	----	-.-.-

Зависимости вероятности пропуска от отношения сигнал/помеха в отклике на образец ШПЭ ($L = 0,05$)

Полученные графические зависимости подтверждают сделанное предположение о более высоком качестве решений по квадрату модуля ВФР. Выигрыш в отношении сигнал/помеха, получаемый при переходе от решений по квадрату модуля отклика к решениям по квадрату модуля ВФР составляет 2 децибела. Получаемый выигрыш достаточно значительный для того, чтобы считать правило решений по квадрату модуля ВФР более предпочтительным, несмотря на то, что реализация этого правила связана с удвоением вычислительных затрат на получение одного решения.

Выводы

Процесс обнаружения главного пика на уровне ВФР характеризуется низким уровнем влияния боковых выбросов, что позволяет уменьшить нижний предел мерности ШПЭ. В этом случае минимальная мерность ШПЭ определена на уровне $M_v = 16$. При этом влияние боковых выбросов на статистические характеристики обнаружения главного пика незначительно.

Библиографические ссылки

1. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М. : Радио и связь, 1989. – 656 с.
2. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. – Т. 1. – М. : Советское радио, 1972. – 744 с.
3. Перов А. И. Статистическая теория радиотехнических систем. – М. : Радиотехника, 2003. – 400 с.

O. A. Volkov, PhD Applicant, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

I. Z. Klimov, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Multiple Frequency Broadband Signal Reception

The method of elimination of initial uncertainty by time phase mismatch is considered in the article. Its characteristics in comparison with a method based on usage of a square of the unit are considered. Specification of conditions of broadband signal reception is resulted.

Key words: reception of signals, broadband signal.

УДК 621.391

К. А. Батенков, кандидат технических наук, докторант, Академия федеральной службы охраны Российской Федерации, Орёл

МОДУЛЯЦИЯ И ДЕМОДУЛЯЦИЯ ЧЕТЫРЕХПОЗИЦИОННЫХ ДВУМЕРНЫХ СИГНАЛОВ В ЛИНЕЙНОМ КАНАЛЕ СВЯЗИ С АДДИТИВНЫМ ШУМОМ

Получено решение задачи синтеза линейного модулятора и демодулятора для линейного фильтрового канала связи с аддитивным шумом по критерию минимальной среднеквадратической ошибки. Проведена оценка технического эффекта полученных решений для случая передачи двумерных четырехпозиционных амплитудно-модулированных сигналов, показавшая наличие энергетического выигрыша (порядка 3 дБ) относительно широко используемой модальной модуляции.

Ключевые слова: модуляция, демодуляция, непрерывный канал связи.

Известно, что выбор того или иного критерия качества любой системы, в том числе и связи, является субъективным, поскольку оп-

ределяется наличием определенных требований со стороны разработчика, потребителя или любого другого субъекта.

Поскольку принципиально вход модулятора и выход демодулятора обладают бесконечным алфавитом, то естественно, что верность передачи характеризуется величиной среднеквадратической ошибки [1, 2, 3, 4], которая по сути является средним риском для случая квадратической функции потерь. В соответствии с [3] квадрат ошибки между входным \mathbf{x} и выходным сигналом \mathbf{x}' дискретного канала связи

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = (\mathbf{x}' - \mathbf{x})^T (\mathbf{x}' - \mathbf{x}),$$

где T – оператор транспонирования, есть функция потерь для среднего риска, определяемого выражением

$$\bar{\sigma}^2 = \int \int_{\mathbf{x}' \mathbf{x}} (\mathbf{x}' - \mathbf{x})^T (\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \omega_{\mathbf{x}, \mathbf{x}'}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') d\mathbf{x} d\mathbf{x}',$$

где $\omega_{\mathbf{x}, \mathbf{x}'}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ – совместная плотность вероятности сигналов на входе \mathbf{x} и выходе \mathbf{x}' дискретного канала связи.

Подстановка совместной плотности вероятности сигналов на входе модулятора и выходе демодулятора и использование фильтрующего свойства дельта-функции преобразует выражение для среднеквадратической ошибки к форме

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^2 = & \text{tr} \mathbf{M}_{\mathbf{x}, 2} - 2 \sum_{j=1}^{N_b} \Phi'_j \{1, \dots, j+1 | 1, \dots, j+1\} \mathbf{M}_{\mathbf{x}, 1, \mathbf{x}', j}(\Phi) + \\ & + \sum_{i=1}^{N_b} \sum_{j=1}^{N_b} (\Phi'_i \{1 | 1\} \Phi'_j) \{1, \dots, i+j | 1, \dots, i+j\} \mathbf{M}_{\mathbf{x}', i+j}(\Phi), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\text{tr} \mathbf{A}$ – след матрицы \mathbf{A} ; $\mathbf{M}_{\mathbf{x}', i, \mathbf{x}, j}$ – матрица совместных моментов $(i+j)$ -го порядка сигналов \mathbf{x}' и \mathbf{x} , определяемая в форме [5]

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{\mathbf{x}', i, \mathbf{x}, j} = & \int \int_{\mathbf{x}' \mathbf{x}} \omega_{\mathbf{x}', \mathbf{x}}(\mathbf{x}', \mathbf{x}) (\mathbf{x}'^i \times \mathbf{x}^j) d\mathbf{x}' d\mathbf{x}, \\ \mathbf{M}_{\mathbf{x}', i, \mathbf{x}, 0} = & \mathbf{M}_{\mathbf{x}', i}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\bar{\mathbf{x}}^i = \underbrace{\bar{\mathbf{x}} \times \dots \times \bar{\mathbf{x}}}_i$ – i -кратное прямое (декартово) произведение векторов $\bar{\mathbf{x}}$ (либо матриц), а символ « \times » здесь и далее по тексту обозначает также прямое (декартово) произведение; $\Phi_i = \left\{ \Phi_{k_1, \dots, k_i, j} \right\}_{k_1, \dots, k_i = \overline{1, N}, j = \overline{1, \infty}}$ –

$(i+1)$ -мерная матрица переменного порядка коэффициентов разложения базисных функций модуляции $\Phi_{k_1, \dots, k_i, j}$; $\Phi'_i = \left\{ \Phi'_{i, k, k_1, \dots, k_i} \right\}_{k = \overline{1, N'}, k_1, \dots, k_i = \overline{1, \infty}}$ –

$(i+1)$ -мерная матрица переменного порядка коэффициентов разложения базисных функций демодуляции $\Phi'_{i, k, k_1, \dots, k_i}$; N – размерность сигналов на входе модулятора (входе дискретного канала связи); N' – размерность сигналов на выходе демодулятора (выходе дискретного канала связи); N_b – степень нелинейности демодулятора.

В данной формуле использовано следующее обозначение произведения n_a -мерной матрицы $\mathbf{A} = \left\{ A_{k_1, \dots, k_{n_a}} \right\}$ на n_b -мерную $\mathbf{B} = \left\{ B_{k_1, \dots, k_{n_b}} \right\}$ одинакового порядка по индексам $l_a, \dots, l_{a'} = \overline{1, n_a}$ у первой матрицы \mathbf{A} и $l_b, \dots, l_{b'} = \overline{1, n_b}$ у второй \mathbf{B} :

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \{l_a, \dots, l_{a'} | l_b, \dots, l_{b'}\} \mathbf{B} = \\ = \left\{ \sum_{k_{l_a}} \dots \sum_{k_{l_{a'}}} A_{k_1, \dots, k_{l_a}, \dots, k_{l_{a'}}, \dots, k_{n_a}} \times \right. \\ \left. \times B_{k_{n_a+1}, \dots, k_{n_a+l_b-1}, k_{l_a}, k_{n_a+l_b+1}, \dots, k_{n_a+l_{b'}-1}, k_{l_{a'}}, k_{n_a+l_{b'}+1}, \dots, k_{n_a+n_b}} \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Результатом данной операции является матрица с размерностью, равной сумме размерностей исходных матриц за вычетом числа индексов, по которым осуществляется произведение для одной из матриц.

При этом в качестве аргумента у матриц моментов случайных величин указан оператор модуляции Φ для подчеркивания факта зависимости среднеквадратической ошибки не только от оператора демодуляции, представленного в (1) в явном виде, но и от оператора модуляции. Кроме того, следует указать, что среднеквадратическая ошибка, в отличие от взаимной информации, определяется на основе матрицы моментов сигнала на входе демодулятора порядка не выше удвоенной степени нелинейности демодулятора и матрицы совместных моментов сигналов на входе демодулятора и модулятора не выше увеличенного на единицу порядка степени нелинейности демодулятора.

Таким образом, задача синтеза детерминированного дискретного отображения непрерывного многопараметрического канала связи заключается в минимизации среднеквадратической ошибки между сигналами на входе и на выходе образуемого дискретного канала

$$\bar{\sigma}^2 \rightarrow \min_{\Phi_i, \Phi'_j}, \quad i = \overline{1, N_a}, \quad j = \overline{1, N_b} \quad (4)$$

при ограничении на энергию e_x передаваемых сигналов [6]:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N_a} \sum_{j=1}^{N_b} (\Phi_i \{i+1 | j+1\} \Phi_j) \\ \{1, \dots, i+j | 1, \dots, i+j\} \mathbf{M}_{\mathbf{x}, i+j} \leq e_x. \end{aligned} \quad (5)$$

Поставленную задачу синтеза детерминированного дискретного отображения непрерывного канала связи по критерию минимума среднеквадратической ошибки (1), (4), (5) целесообразно классифицировать как задачу нелинейного программирования [7, 8], где в качестве целевой используется скалярная функция среднеквадратической ошибки $\bar{\sigma}^2$ (1) многомерного аргумента, представляющего собой в общем случае многомерные пространственные матрицы модуляции Φ_i , $i = \overline{1, N_a}$, и демодуляции Φ'_j , $j = \overline{1, N_b}$. Принци-

пиально важным моментом оказывается нелинейная зависимость целевой функции как от пространственных матриц демодуляции Φ'_j , так и модуляции Φ_i . Причем если степень нелинейности целевой функции от оператора демодуляции определяется только степенью нелинейности его самого, то степень нелинейности целевой функции от оператора модуляции дополнительно задается свойствами исходного непрерывного канала связи, налагающего ограничения на параметры матриц совместных моментов.

Наличие ограничения на энергию (5) приводит к задаче на условный экстремум. При этом и само ограничение в общем случае имеет нелинейный характер.

Таким образом, задача синтеза дискретного отображения непрерывного многопараметрического канала связи для детерминированных операторов модуляции и демодуляции по критерию минимума среднеквадратической ошибки (1), (4), (5) классифицируется как задача нелинейного программирования с нелинейным ограничением в виде неравенства.

В случае линейного фильтрового канала связи с аддитивным шумом сигнал на его выходе $x'(t')$ определяется как сумма свертки сигнала на его входе $x(t)$ и его импульсной характеристики $h(t - t')$ и некоторого шума $n(t')$ [9]:

$$x'(t') = \int_t h(t - t')x(t)dt + n(t'). \tag{6}$$

При этом для линейных операторов модуляции и демодуляции решение рассматриваемой задачи существует в явном виде, что позволяет достаточно просто указать нижнюю границу показателя качества для общего нелинейного случая.

С целью оценки технического эффекта от применения полученных линейных операторов модуляции и демодуляции проведено вычисление матриц модуляции и демодуляции для линейного фильтрового канала связи с аддитивным гауссовским шумом с использованием пакета MathCad. В качестве канала связи рассматривался канал с импульсной характеристикой идеального фильтра высоких частот в диапазоне от 1 кГц до 100 МГц и аддитивным гауссовским шумом с неравномерной спектральной плотностью мощности. При этом рассматривалось три типа шумовых сценариев. В первом дисперсия шума по каждому из измерений σ_n^2 варьировалась в диапазоне от 0,9 мкВ² до 1 мкВ², во втором – от 0,5 мкВ² до 1 мкВ², а в третьем – от 0,25 мкВ² до 1 мкВ² (единицы измерения приведены из расчета на один подканал). Длительность тактового интервала составляет 100 мкс при количестве отсчетов 128.

В качестве аналога использовались несущие, описанные в [10] и представляющие собой собственные колебания автокорреляционной функции канала, позволяющие представить исходный аналоговый канал в виде совокупности независимых подканалов. Подобный тип модуляции в литературе именуется модальной, а его базисом является ортонормальный набор собственных функций канала связи, имеющих наибольшие собственные числа [10]. При демодуляции использовался оптимальный линейный демодулятор, полученный в настоящей работе.

Вычисленные зависимости среднеквадратической ошибки $\bar{\sigma}^2$ от отношения сигнал/шум γ в канале связи для случая передачи двумерных четырехпозиционных амплитудно-модулированных сигналов представлены на рис. 1.

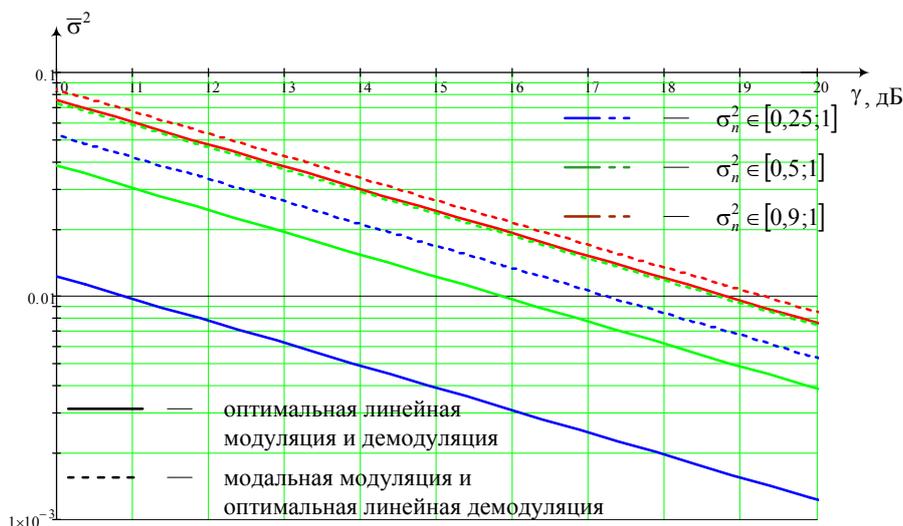


Рис. 1. Зависимость среднеквадратической ошибки $\bar{\sigma}^2$ от отношения сигнал/шум γ при оптимальной линейной и модальной модуляции в условиях оптимальной линейной демодуляции для случая передачи двумерных четырехпозиционных амплитудно-модулированных сигналов

Следует отметить, что разность между принятым сигналом на выходе демодулятора и поданным

на вход модулятора по сути является реализацией интегральной помехи (мультипликативных и адди-

тивных шумов) на выходе демодулятора. Следовательно, среднеквадратическое отклонение эквивалентно энергии помехи, содержащейся в сигнале на выходе демодулятора. В результате для заданной энергии передаваемых сигналов целесообразно рассматривать не просто среднеквадратическое отклонение как энергию неустранимой помехи, а отношение энергии полезного сигнала к помехе (отношение сигнал/помеха γ'). Кроме того, при подобной трактовке показателя технического эффекта появ-

ляется возможность прогнозировать помехоустойчивость последующих схем обработки (при переходе от непрерывного выхода к дискретному), поскольку для них наиболее часто исследуемыми являются зависимости достоверности именно от отношения сигнал/помеха, а не от просто энергии вредной составляющей.

В работе были получены зависимости отношения сигнал/помеха на выходе демодулятора γ' от отношения сигнал/шум γ , представленные на рис. 2.

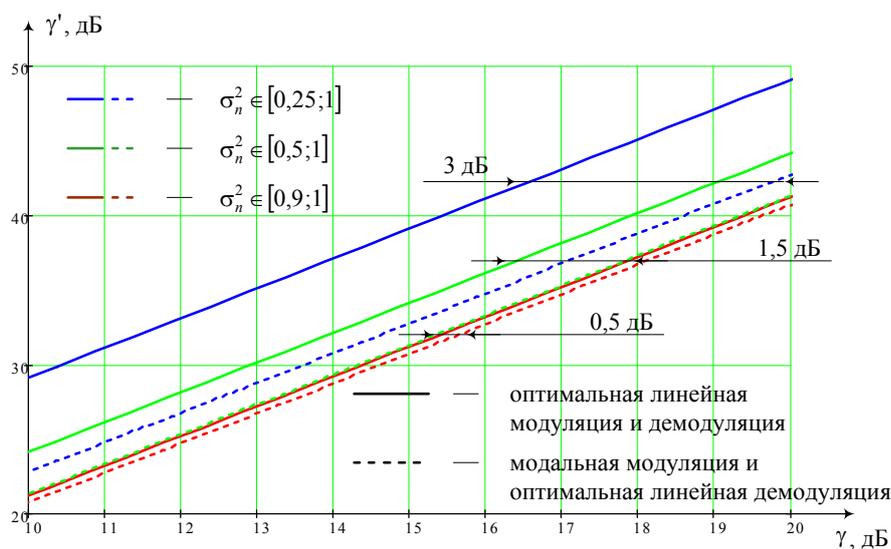


Рис. 2. Зависимость отношения сигнал/помеха на выходе демодулятора γ' от отношения сигнал/шум γ при оптимальной линейной и модальной модуляции в условиях оптимальной линейной демодуляции для случая передачи двумерных четырехпозиционных амплитудно-модулированных сигналов

Отсюда следует вывод, что с ростом неравномерности дисперсии аддитивного шума снижается величина среднеквадратической ошибки, что вызвано, прежде всего, появлением измерений с низкими относительно других значениями дисперсий шума, использование которых и позволяет повысить технический эффект. При этом следует заметить, что модальная модуляция приводит к существенно большей среднеквадратической ошибке при одном и том же отношении сигнал/шум по сравнению с оптимальной линейной модуляцией, предложенной в настоящей работе. Это связано в первую очередь с тем, что при модальной модуляции несущие преобразуют исходный аналоговый канал связи в совокупность независимых подканалов и по сути пытаются полностью устранить соканальную помеху, жертвуя при этом отношением коэффициента передачи каждой из базисных функций по каналу связи к дисперсии шума.

В случае же оптимальной линейной модуляции полное уничтожение соканальной помехи не производится, а получаемые решения позволяют найти компромисс между максимально допустимой величиной отношения коэффициента передачи к дисперсии шума и минимально допустимым значением соканальной помехи.

Библиографические ссылки

1. Батенков К. А. Максимум взаимной информации как основной критерий синтеза инфокоммуникационных систем // Тр. Северо-Кавказского филиала Московского технического университета связи и информатики. – Ростов н/Д : ПЦ «Университет» СКФ МТУСИ, 2013. – С. 51–53.
2. Батенков К. А. Необходимые условия оптимальности операторов модуляции и демодуляции // Многоядерные процессоры, параллельное программирование, ПЛИС, системы обработки сигналов : сб. ст. / сост. А. В. Калачев, В. В. Белозерских. – Барнаул : Барнаул, 2013. – С. 58–62.
3. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции : пер. с англ. В 3 т. – Т. 1. Теория обнаружения, оценок и линейной модуляции. – М. : Сов. радио, 1977. – 744 с.
4. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации / А. Г. Зюко, А. И. Фалько, И. П. Панфилов [и др.] ; под. ред. А. Г. Зюко. – М. : Радио и связь, 1985. – 272 с.
5. Батенков К. А. Математические модели модулятора и демодулятора с заданным порядком нелинейности // Цифровая обработка сигналов. – 2013. – № 1. – С. 14–21.
6. Батенков К. А. Обобщенный пространственно-матричный вид энергетических ограничений систем связи // Изв. Тульского государственного ун-та. Технические науки. – 2013. – № 3. – С. 238–245.
7. Таха Х. А. Введение в исследование операций : пер. с англ. – 7-е изд. – М. : Вильямс, 2005. – 912 с.

8. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование : пер. с англ. / под ред. М. Л. Быховского. – М. : Мир, 1975. – 534 с.

9. Батенков К. А. Математическое моделирование непрерывных многопараметрических каналов связи в операторной форме // Телекоммуникации. – 2013. – № 10. – С. 2–4.

10. Advanced Digital Communications. Classic EE379 Series Courses / John M. Cioffi [et al.]. – Department of Electrical Engineering, Stanford University. – URL: <http://www.stanford.edu/group/cioffi/book/chap4.pdf> (дата обращения: 02.10.2013).

K. A. Batenkov, PhD in Engineering, DSc Degree Applicant, Academy of Federal Guard Service of Russian Federation, Orel

Modulation and Demodulation of Four-Position Two-Dimensional Signals in Linear Channel with Additive Noise

Synthesis problem solution of linear modulation and demodulation for linear filter channel with additive noise in accord with minimum average squared error criterion is obtained. Derived decision technical effect estimate for two-dimensional four-position amplitude-modulated signals is carried out. It showed the energy benefit (near 3 dB) relative to the extensively applied modal modulation.

Key words: modulation, demodulation, continuous channel.

УДК 621.391

О. В. Пономарева, кандидат технических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

ИНВАРИАНТНОСТЬ СКОЛЬЗЯЩЕГО ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ФУРЬЕ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ В БАЗИСНОЙ СИСТЕМЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Исследован эффект неинвариантности скользящего энергетического спектра Фурье в базе параметрических экспоненциальных функций. Приведены результаты оценивания неинвариантности скользящих энергетических фурье-спектров модельных тональных действительнозначных сигналов.

Ключевые слова: дискретный сигнал, конечный интервал, скользящие спектральные измерения, базис, параметрические дискретные экспоненциальные функции, текущий параметрический фурье-спектр, инвариантность текущего параметрического фурье-спектра.

В практике цифрового спектрального анализа часто приходится сталкиваться с необходимостью решения так называемой задачи выявления скрытых периодичностей [1]. Во многих приложениях цифровой обработки сигналов (ЦОС) решение данной задачи осложняется тем, что исследуемые сигналы имеют энергетический фурье-спектр, изменяющийся во времени [1, 2, 3]. Одним из методов эффективного выявления скрытых периодичностей в таких сигналах является скользящее измерение фурье-спектра (результат такого измерения иногда называют скользящим энергетическим фурье-спектром или текущим энергетическим фурье-спектром) [1, 4, 5].

Цель настоящей работы – исследование инвариантности параметрического текущего энергетического фурье-спектра тональных действительнозначных дискретных сигналов на конечных интервалах.

Измерение энергетического фурье-спектра сигнала на конечном интервале в базе параметрических дискретных экспоненциальных функций

Пусть на конечном интервале в N отсчетов задан сигнал

$$x(n); \quad n = \overline{0, N-1}. \quad (1)$$

Для разложения такого рода сигналов в работах [6–13] введены и исследованы базисные системы параметрических дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ-П):

$$\begin{aligned} \text{def}_p(p, l, \theta) &= W_N^{(p+\theta)l} = \exp\left[-j \frac{2\pi}{N}(p+\theta)l\right], \\ 0 \leq \theta < 1; \quad p, l &= \overline{0, N-1}. \end{aligned} \quad (2)$$

В частном случае при $\theta = 0$ мы получим базисную систему дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ):

$$\text{def}(k, n) = \exp\left[-j \frac{2\pi}{N}kn\right], \quad k, n = \overline{0, N-1}, \quad (3)$$

разложение по которой известно как дискретное преобразование Фурье (ДПФ).

Заметим, что при каждом значении параметра θ мы получаем свою, определяемую θ систему базисных функций, разложение по которой определено как параметрическое дискретное преобразование Фурье (ДПФ-П) при значении параметра θ . Базисные системы ДЭФ-П при $\theta \neq 0$ мультипликативны по переменной l , что позволяет строить быстрые