

Библиографические ссылки

1. Калацкая Л. В., Новиков В. А., Садов В. С. Организация и обучение искусственных нейронных сетей : экспериментальное учеб. пособие. – Минск : Изд-во БГУ, 2003.

2. Крючков М. В. Построение нейросетевой модели для решения задачи спортивного прогнозирования // Вестник ИжГТУ. – 2013. – № 4(60). – С. 159–161.

3. Курс социально-экономической статистики : учебник / М. Г. Назаров [и др.]. – Изд. 9-е. – М. : Омега-Л, 2011.

4. Акулич И. П. Специальные задачи линейного программирования. – М. : Высш. шк., 1986.

5. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Линейная алгебра : учебник для вузов. – Изд. 6-е, стер. – М. : Физматлит, 2004.

6. Гладков Л. А., Курейчик В. В., Курейчик В. М. Генетические алгоритмы : учеб. пособие. – Изд. 2-е. – М. : Физматлит, 2006.

M. V. Kryuchkov, National Research University "Higher School of Economics", Perm branch

Comparative Analysis of Some Algorithms for Solving Problems of Multidimensional Constrained Optimization

The paper presents the results of solving problem of a multidimensional constrained optimization by four methods: classical gradient descent, accurate analytical solution of the system, genetic algorithm, and own method "pulling up the middle". The need for setting this problem arises when solving systems of linear algebraic equations, building regression models, training of artificial neural networks, etc. For the test optimization problem each of the above methods was consistently applied, which allowed to perform a comparative analysis and identify the advantages and disadvantages of the used algorithms.

Key words: constrained optimization, mathematical programming, neural network.

УДК 004.042

Я. М. Далингер, кандидат технических наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации

МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ
С ТИРАЖИРОВАНИЕМ ПОСТУПАЮЩИХ СООБЩЕНИЙ

Приводятся результаты исследования системы обработки сообщений с их тиражированием при обработке. Получены формулы для вычисления характеристик системы. Результаты могут быть использованы при разработке и анализе подобных систем различного назначения.

Ключевые слова: поток сообщений, алгоритм тиражирования, системы массового обслуживания, обработка информации, математическое моделирование.

Во многих системах обработки информации, особенно с иерархической структурой, наблюдается эффект тиражирования, когда одно поступающее для обслуживания сообщение преобразуется в несколько копий (тиражируется), каждая из которых самостоятельно обрабатывается. В результате чего после обработки одного сообщения в системе появляется несколько новых. Такой эффект свойственен, например, иерархическим системам обработки документов при движении документов в системе сверху вниз.

Алгоритм обработки копий определяется спецификой системы. Здесь представлены результаты исследования алгоритма обработки при тиражировании, когда поступившее сообщение образует заданное число копий, каждая из которых обрабатывается как отдельное сообщение.

Анализ всей иерархической системы с тиражированием возможен только при проведении анализа работы отдельных обслуживающих устройств, входящих в состав системы. Поэтому далее приводятся результаты анализа одного узла обработки, где наблюдается эффект тиражирования.

Описание узла обработки

В статье, в качестве узла обработки сообщений, исследуется система, состоящая из одного обслуживающего устройства, на вход которого поступает N взаимно независимых пуассоновских потоков сообщений. Интенсивность потока j – λ_j ($0 < \lambda_j < \infty$; $j = 1, 2, \dots, N$).

Для каждого сообщения потока j задана константа тиражирования R_j ($1 \leq R_j < \infty$; $j = 1, 2, \dots, N$), определяющая количество создаваемых копий тиражируемого сообщения.

Длительность тиражирования считаем равной нулю, то есть все копии сообщения появляются одновременно.

В данном случае все копии сообщения обрабатываются на обслуживающем устройстве параллельно. Новое сообщение может поступить для обслуживания только после окончания обработки всех копий предыдущего.

Считаем, что все поступающие сообщения образуют общую очередь и обслуживаются в порядке поступления. Длительность ожидания в очереди и длина очереди не ограничены.

Модель узла обработки

Ниже представлена модель узла обработки сообщений с тиражированием. Практический интерес представляют такие характеристики работы узла, как интенсивность потока тиражированных сообщений (выходящий поток), длительность обслуживания поступившего сообщения (с учетом длительности обработки копий), время пребывания сообщения в очереди.

Модель дает возможность вычислять значение этих характеристик.

Сначала будем исследовать поведение системы при обслуживании сообщений только потока j .

Сообщение потока j при поступлении на обработку распадается (тиражируется) на R_j копий ($1 \leq R_j < \infty$), каждая из которых обрабатывается на своем (виртуальном) обслуживающем устройстве. Число виртуальных устройств совпадает с числом копий.

Длительность обработки копии, номер r элементарного сообщения типа j , случайная величина β_{jr} с функцией распределения $B_{jr}(R_j, t)$, имеющая конечный первый и второй моменты:

$$\infty > \int_0^{\infty} t dB_{jr}(R_j, t) = b_{1jr}(R_j) > 0,$$

$$\infty > \int_0^{\infty} t^2 dB_{jr}(R_j, t) = b_{2jr}(R_j) > 0$$

$$(r = 1, 2, \dots, R_j; j = 1, 2, \dots, N).$$

Структура системы обслуживания (модели) приведена на рис. 1. На рисунке показаны: очередь элементарных сообщений входящего потока, каждое из

которых имеет параметр R_j , виртуальные обслуживающие устройства (ВОУ) для обработки копий, число которых совпадает с числом копий каждого элементарного сообщения. Выходящий поток складывается из обслуженных копий элементарных сообщений.

В исследуемом алгоритме после тиражирования происходит параллельная обработка копий.

На рисунке приведена структура многолинейной системы массового обслуживания (СМО), отличие которой от известных систем заключается в том, что создаваемый поток копий не распределяется между фиксированным числом обслуживающих устройств, а для обработки каждой копии создается свое виртуальное устройство (машина, процессор) [1, 2]. Таким образом, число виртуальных устройств совпадает со значением параметра тиражирования для каждого потока сообщений.

Поскольку каждое сообщение потока j тиражируется на R_j копий, то интенсивность выходящего потока, образованного копиями тиражируемых элементарных сообщений потока номер j , в установившемся режиме можно вычислить по формуле

$$\Lambda_j^* = R_j \lambda_j. \tag{1}$$

Так как каждое виртуальное обслуживающее устройство имеет свою длительность обслуживания копии, то длительность обслуживания сообщения нужно вычислять с учетом того, что обслуживание сообщения заканчивается только после окончания обработки всех его копий. При этом длительность обслуживания сообщения потока номер j равна $\varphi_j = \max(\beta_{j1}, \beta_{j2}, \dots, \beta_{jR_j})$, где β_{ji} – случайная величина, равная длительности обслуживания копии номер i сообщения потока номер j .

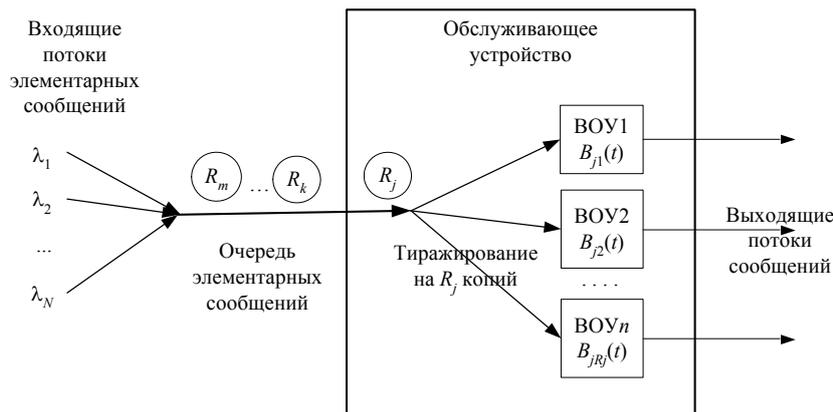


Рис. 1. Структура системы обслуживания с тиражированием (алгоритм тиражирования 1)

Функция плотности распределения случайной величины φ_j имеет вид

$$g_{\varphi_j}(R_j, y) = \sum_{n=1}^{R_j} \frac{b_{jn}(R_j, y)}{B_{jn}(R_j, y)} \prod_{m=1}^{R_j} B_{jm}(R_j, y), \tag{2}$$

где $B_{ji}(R_j, y)$ – функция распределения случайной величины β_{ji} ; $b_{ji}(R_j, y) = \frac{dB_{ji}(R_j, y)}{dy}$ – функция плотности распределения случайной величины β_{ji} ($i = 1, 2, \dots, R_j; j = 1, 2, \dots, N$).

Моменты k -го порядка длительности обслуживания сообщения для этого потока вычисляются по формуле

$$M\varphi_j^k(R_j) = \varphi_{jk}(R_j) = \int_0^\infty y^k g_{\varphi_j}(R_j, y) dy. \quad (3)$$

Вычисления с использованием данной формулы достаточно сложны, особенно для получения аналитических выражений. Поэтому далее исследуем случай, когда все случайные величины β_{ji} имеют одинаковое распределение: $B_{ji}(R_j, y) = B_j(R_j, y)$ и $b_{ji}(R_j, y) = b_j(R_j, y)$ ($i = 1, 2, \dots, R_j$; $j = 1, 2, \dots, N$). Отметим, что такой случай на практике встречается достаточно часто, поскольку создаваемые для обработки копий сообщений одного потока виртуальные машины, как правило, имеют одинаковые параметры, а алгоритмы обработки копий отличаются незначительно.

Для этого случая из (2) получим:

$$\begin{aligned} g_{\varphi_j}(R_j, y) &= \sum_{n=1}^{R_j} b_j(R_j, y) B_j^{R_j-1}(R_j, y) = \\ &= R_j b_j(R_j, y) B_j^{R_j-1}(R_j, y) = \frac{dB_j^{R_j}(R_j, y)}{dy}. \end{aligned} \quad (4)$$

Формула справедлива, если существует $b_j(y) = \frac{dB_j(y)}{dy}$ ($j = 1, 2, \dots, N$).

Используя (3) и (4), можно получить аналитические выражения для вычисления нужных моментов случайной величины φ_j . Так, момент номер k может быть вычислен по формуле

$$M\varphi_j^k(R_j) = \varphi_{jk}(R_j) = \int_0^\infty y^k dB_j^{R_j}(R_j, y). \quad (5)$$

Отметим, что в результате из формулы (5) можно получить в общем виде значения таких важных для анализа СМО характеристик обслуживания сообщения потока j , как первый и второй моменты, т. е. φ_{j1} , φ_{j2} .

Например, условием непереполнения СМО сообщениями (существования установившегося режима) при обслуживании только потока j будет выполнение неравенства [2]

$$\lambda_j \varphi_{j1}(R_j) < 1. \quad (6)$$

Среднее время ожидания обслуживания в очереди для поступившего сообщения, при обслуживании только потока j , можно вычислить по формуле для СМО типа **M/G/1/∞** [2]:

$$W_j(R_j) = \frac{\lambda_j \varphi_{j2}(R_j)}{2(1 - \lambda_j \varphi_{j1}(R_j))}. \quad (7)$$

Распространим теперь результаты для случая, когда в систему поступает N взаимно независимых потоков элементарных сообщений ($j = 1, 2, \dots, N$). Считаем, что сообщения различных потоков образуют общую очередь и обслуживаются в порядке поступления. Время ожидания в очереди не ограничено. Сообщения каждого потока перед обслуживанием тиражируются и коэффициент тиражирования для потока $j - R_j$ ($j = 1, 2, \dots, N$).

Интенсивность суммарного входящего потока сообщений - $\Lambda = \sum_{j=1}^N \lambda_j$. Следует отметить, что суммарный входящий поток сообщений при пуассоновских потоках каждого типа сообщений также будет пуассоновским в силу свойства суперпозиции пуассоновских потоков [1].

Интенсивность выходящего потока обработанных копий при установившемся режиме, по аналогии с (1), вычисляется по формуле

$$\Lambda^* = \sum_{j=1}^N \Lambda_j^* = \sum_{j=1}^N R_j \lambda_j. \quad (8)$$

Вероятность того, что взятое на обработку из очереди сообщение будет сообщением потока j , определяется по формуле $q_j = \frac{\lambda_j}{\Lambda}$.

Если это сообщение рассматривать как произвольно взятое, то первый и второй моменты длительности его обслуживания (произвольно взятого сообщения) вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} b_1(R_1, R_2, \dots, R_N) &= \sum_{j=1}^N \frac{\lambda_j}{\Lambda} \varphi_{j1}(R_j); \\ b_2(R_1, R_2, \dots, R_N) &= \sum_{j=1}^N \frac{\lambda_j}{\Lambda} \varphi_{j2}(R_j). \end{aligned} \quad (9)$$

Достаточное условие непереполнения системы сообщениями с учетом (9):

$$\Lambda b_1(R_1, R_2, \dots, R_N) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \varphi_{j1}(R_j) < 1. \quad (10)$$

Среднее время ожидания сообщения в очереди:

$$W(R_1, R_2, \dots, R_N) = \frac{\Lambda b_2(R_1, R_2, \dots, R_N)}{2(1 - \Lambda b_1(R_1, R_2, \dots, R_N))}. \quad (11)$$

Таким образом, формулы (8)–(11) дают возможность вычисления характеристик системы и оптимизации параметров алгоритма для системы с тиражированием сообщений.

Пример. Здесь исследуем систему при $N = 3$, когда $B_j(y) = 1 - e^{-\mu_j y}$.

Первый и второй моменты для случая $B_j(y) = 1 - e^{-\mu_j y}$ ($0 < \mu < \infty$) можно вычислить, используя (5), следующим образом:

$$\begin{aligned} \varphi_{j1}(R_j) &= \int_0^\infty y d(1 - e^{-\mu_j y})^{R_j} = \\ &= \int_0^\infty y e^{-\mu_j y} R_j \mu_j (1 - e^{-\mu_j y})^{R_j-1} dy = \\ &= \int_0^\infty y e^{-\mu_j y} R_j \mu_j \left(\sum_{m=0}^{R_j-1} C_{R_j-1}^m (-1)^m e^{-\mu_j y m} \right) dy = \\ &= \frac{R_j}{\mu_j} \sum_{m=0}^{R_j-1} \frac{C_{R_j-1}^m (-1)^m}{(m+1)^2}. \\ \varphi_{j2}(R_j) &= \int_0^\infty y^2 d(1 - e^{-\mu_j y})^{R_j} = \\ &= \int_0^\infty y^2 e^{-\mu_j y} R_j \mu_j (1 - e^{-\mu_j y})^{R_j-1} dy = \\ &= \int_0^\infty y^2 e^{-\mu_j y} R_j \mu_j \left(\sum_{m=0}^{R_j-1} C_{R_j-1}^m (-1)^m e^{-\mu_j y m} \right) dy = \\ &= \frac{R_j}{\mu_j^2} \sum_{m=0}^{R_j-1} \frac{2 C_{R_j-1}^m (-1)^m}{(m+1)^3}. \end{aligned}$$

Далее, используя (9), будем иметь

$$\begin{aligned} b_1(R_1, R_2, R_3) &= \sum_{j=1}^3 \frac{\lambda_j}{\Lambda} \varphi_{j1}(R_j) = \\ &= \sum_{j=1}^3 \frac{\lambda_j}{\Lambda} \left(\frac{R_j}{\mu_j} \sum_{m=0}^{R_j-1} \frac{C_{R_j-1}^m (-1)^m}{(m+1)^2} \right) \end{aligned}$$

и

$$b_2(R_1, R_2, R_3) = \sum_{j=1}^3 \frac{\lambda_j}{\Lambda} \left(\frac{2R_j}{\mu_j^2} \sum_{m=0}^{R_j-1} \frac{C_{R_j-1}^m (-1)^m}{(m+1)^3} \right).$$

Достаточное условие существования установившегося режима из (10):

$$\sum_{j=1}^3 \lambda_j \varphi_{j1}(R_j) = \sum_{j=1}^3 \frac{\lambda_j R_j}{\mu_j} \sum_{m=0}^{R_j-1} \frac{C_{R_j-1}^m (-1)^m}{(m+1)^2} < 1.$$

Среднее время ожидания в очереди для произвольно взятого сообщения с учетом (9) и (11):

$$\begin{aligned} W(R_1, R_2, \dots, R_N) &= \left[\sum_{j=1}^3 \left(\frac{\lambda_j R_j}{\mu_j^2} \sum_{m=0}^{R_j-1} \frac{C_{R_j-1}^m (-1)^m}{(m+1)^3} \right) \right] / \\ & / \left[1 - \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\lambda_j R_j}{\mu_j} \sum_{m=0}^{R_j-1} \frac{C_{R_j-1}^m (-1)^m}{(m+1)^2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Для установления влияния количества копий на первый и второй моменты длительности интервала обработки сообщения введем специальные попра-

вочные коэффициенты $a_1(R_j)$, $a_2(R_j)$, которые позволяют оценить изменение величины моментов по сравнению со случаем, когда число копий равно 1 (в этом случае $\varphi_{j1}(1) = 1/\mu_j$ и $\varphi_{j2}(1) = 2/\mu_j^2$). Используя поправочные коэффициенты, получим:

$$\varphi_{j1}(R_j) = a_1(R_j)\varphi_{j1}(1) \text{ и } \varphi_{j2}(R_j) = a_2(R_j)\varphi_{j2}(1),$$

откуда

$$\begin{aligned} a_1(R_j) &= R_j \sum_{m=0}^{R_j-1} \frac{C_{R_j-1}^m (-1)^m}{(m+1)^2}, \\ a_2(R_j) &= R_j \sum_{m=0}^{R_j-1} \frac{C_{R_j-1}^m (-1)^m}{(m+1)^3}. \end{aligned}$$

Результаты расчета поправочных коэффициентов приведены в виде графиков на рис. 2.



Рис. 2. Результаты расчета поправочных коэффициентов

Далее вычислим значения характеристик системы. Будем исследовать зависимость среднего времени ожидания в очереди произвольно взятым элементарным сообщением от интенсивностей потоков этих сообщений. Рассмотрим случай $N = 3$, $\mu_1 = 20, \mu_2 = 10, \mu_3 = 20, R_1 = 1, R_2 = 3, R_3 = 2$. Получим следующую формулу для проведения расчетов:

$$W(1, 3, 2) = \frac{0,0025\lambda_1 + 0,0236\lambda_2 + 0,0044\lambda_3}{1 - 0,05\lambda_1 - 0,0611\lambda_2 - 0,0375\lambda_3}.$$

Результаты расчетов представлены в виде графиков на рис. 3.

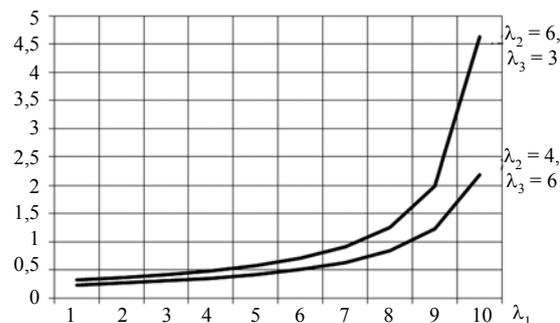


Рис. 3. Среднее время ожидания в очереди элементарным сообщением

Представленные результаты моделирования системы с тиражированием позволяют вычислять характеристики системы, определять параметры тиражирования, обеспечивающие заданные значения характеристик системы.

Возможен случай, когда длительность обработки каждой копии зависит от общего числа копий, например, если длительность обработки копии при условии $R_j = 1$ имеет параметры $b_{1jr}(1) > 0$ и $b_{2jr}(1) > 0$, то при $R_j > 1$ имеем $b_{1jr}(R_j) = b_{1jr}(1)R_j$. Такое возмож-

но, когда для обработки копий создаются виртуальные машины на базе единого сервера. Этот случай легко исследовать, используя полученные результаты.

Библиографические ссылки

1. Вишневецкий В. М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. – М. : Техносфера, 2003. – 512 с.
2. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями : пер. с англ. / под ред. Б. С. Цыбакова. – М. : Мир, 1979. – 600 с.

Ya. M. Dalinger, PhD in Engineering, Associate Professor, Saint Petersburg State University of Civil Aviation

Model of System of Arriving Message Processing with Replication

The paper presents the research results for the system of processing the messages with their replication when processing. The formulas to calculate the characteristics of the system are obtained. The results can be used in the development and analysis of such systems for various applications.

Key words: flow of messages, replication, queuing system, information processing, mathematical modeling.

УДК 517.958

А. С. Гушин, аспирант, Чайковский технологический институт (филиал) Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова

Е. А. Морозов, доктор технических наук, Чайковский технологический институт (филиал) Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОПЕРЕЧНО-УГЛОВЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

Разработана математическая модель поперечно-угловых колебаний автомобиля. Проведена оценка адекватности предлагаемой модели. Модель позволяет изучать такие эксплуатационные свойства автомобиля, как плавность хода, управляемость, устойчивость.

Ключевые слова: поперечно-угловые колебания, моделирование, канонический метод.

Уровень вибрации, воздействующей на водителя и пассажиров, является основным показателем комфортабельности автомобиля и определяет утомляемость водителя, следовательно, влияет на безопасность движения. Высокие уровни вибрации ограничивают скорость движения автомобиля, что сказывается на его производительности. Кроме того, вибрация влияет на сохранность перевозимых грузов и работоспособность всех агрегатов автомобиля.

Движение автомобиля по неровным дорогам сопровождается вибрациями кузова, как в продольной, так и в поперечной плоскостях. Как правило, продольные колебания намного интенсивней поперечных. Однако поперечные колебания автомобиля влияют на плавность хода, устойчивость, управляемость, износ шин, поэтому их исследование является важной научной задачей.

Поведение автомобиля при движении по неровностям дороги приводится в работах [1, 2, 3, 4]. В частности, в работах [1, 2, 3] проведены исследо-

вания колебаний кузова в поперечной плоскости для зависимых и независимых типов подвесок, в работе [4] учитывается наличие стабилизатора поперечной устойчивости.

В данной работе будет разработана математическая модель независимой подвески со стабилизатором поперечной устойчивости, проведена проверка адекватности модели, а также произведен расчет поперечных колебаний кузова.

Рассмотрим случай независимой подвески со стабилизатором поперечной устойчивости, графическая модель такой подвески может быть представлена в виде двумерной модели с сосредоточенными массами, соединенными упругими и демпфирующими элементами (рис. 1).

Введем следующие обозначения:

$m_{\text{пд}}$ – поддрессоренная масса; $m_{1,2\text{нп}}$ – неподдрессоренная масса левой и правой сторон; $m_{\text{в}}$ – масса водителя; $c_{\text{р}1,2}$ – жесткость рессор; $c_{\text{ш}1,2}$ – жесткость шин; $c_{\text{ст}}$ – жесткость стабилизатора поперечной ус-