

Представленные результаты моделирования системы с тиражированием позволяют вычислять характеристики системы, определять параметры тиражирования, обеспечивающие заданные значения характеристик системы.

Возможен случай, когда длительность обработки каждой копии зависит от общего числа копий, например, если длительность обработки копии при условии  $R_j = 1$  имеет параметры  $b_{1jr}(1) > 0$  и  $b_{2jr}(1) > 0$ , то при  $R_j > 1$  имеем  $b_{1jr}(R_j) = b_{1jr}(1)R_j$ . Такое возмож-

но, когда для обработки копий создаются виртуальные машины на базе единого сервера. Этот случай легко исследовать, используя полученные результаты.

#### Библиографические ссылки

1. Вишневецкий В. М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. – М. : Техносфера, 2003. – 512 с.
2. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями : пер. с англ. / под ред. Б. С. Цыбакова. – М. : Мир, 1979. – 600 с.

Ya. M. Dalinger, PhD in Engineering, Associate Professor, Saint Petersburg State University of Civil Aviation

#### Model of System of Arriving Message Processing with Replication

The paper presents the research results for the system of processing the messages with their replication when processing. The formulas to calculate the characteristics of the system are obtained. The results can be used in the development and analysis of such systems for various applications.

**Key words:** flow of messages, replication, queuing system, information processing, mathematical modeling.

УДК 517.958

А. С. Гушин, аспирант, Чайковский технологический институт (филиал) Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова

Е. А. Морозов, доктор технических наук, Чайковский технологический институт (филиал) Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОПЕРЕЧНО-УГЛОВЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

Разработана математическая модель поперечно-угловых колебаний автомобиля. Проведена оценка адекватности предлагаемой модели. Модель позволяет изучать такие эксплуатационные свойства автомобиля, как плавность хода, управляемость, устойчивость.

**Ключевые слова:** поперечно-угловые колебания, моделирование, канонический метод.

Уровень вибрации, воздействующей на водителя и пассажиров, является основным показателем комфортабельности автомобиля и определяет утомляемость водителя, следовательно, влияет на безопасность движения. Высокие уровни вибрации ограничивают скорость движения автомобиля, что сказывается на его производительности. Кроме того, вибрация влияет на сохранность перевозимых грузов и работоспособность всех агрегатов автомобиля.

Движение автомобиля по неровным дорогам сопровождается вибрациями кузова, как в продольной, так и в поперечной плоскостях. Как правило, продольные колебания намного интенсивней поперечных. Однако поперечные колебания автомобиля влияют на плавность хода, устойчивость, управляемость, износ шин, поэтому их исследование является важной научной задачей.

Поведение автомобиля при движении по неровностям дороги приводится в работах [1, 2, 3, 4]. В частности, в работах [1, 2, 3] проведены исследо-

вания колебаний кузова в поперечной плоскости для зависимых и независимых типов подвесок, в работе [4] учитывается наличие стабилизатора поперечной устойчивости.

В данной работе будет разработана математическая модель независимой подвески со стабилизатором поперечной устойчивости, проведена проверка адекватности модели, а также произведен расчет поперечных колебаний кузова.

Рассмотрим случай независимой подвески со стабилизатором поперечной устойчивости, графическая модель такой подвески может быть представлена в виде двумерной модели с сосредоточенными массами, соединенными упругими и демпфирующими элементами (рис. 1).

Введем следующие обозначения:

$m_{\text{пд}}$  – поддрессоренная масса;  $m_{1,2\text{нп}}$  – неподдрессоренная масса левой и правой сторон;  $m_{\text{в}}$  – масса водителя;  $c_{\text{р}1,2}$  – жесткость рессор;  $c_{\text{ш}1,2}$  – жесткость шин;  $c_{\text{ст}}$  – жесткость стабилизатора поперечной ус-

тойчивости;  $c_b$  – жесткость сиденья водителя;  $k_{1,2,1ш,2ш}$  – коэффициент сопротивления рессор и шин;  $L_1$  – расстояние от оси колеса до центра

масс;  $L_b$  – расстояние от центра тяжести водителя до центра масс;  $F_t$  – внешняя вынуждающая сила.

Такая модель позволяет исследовать поперечно-угловые колебания в поперечной плоскости  $XOZ$ .

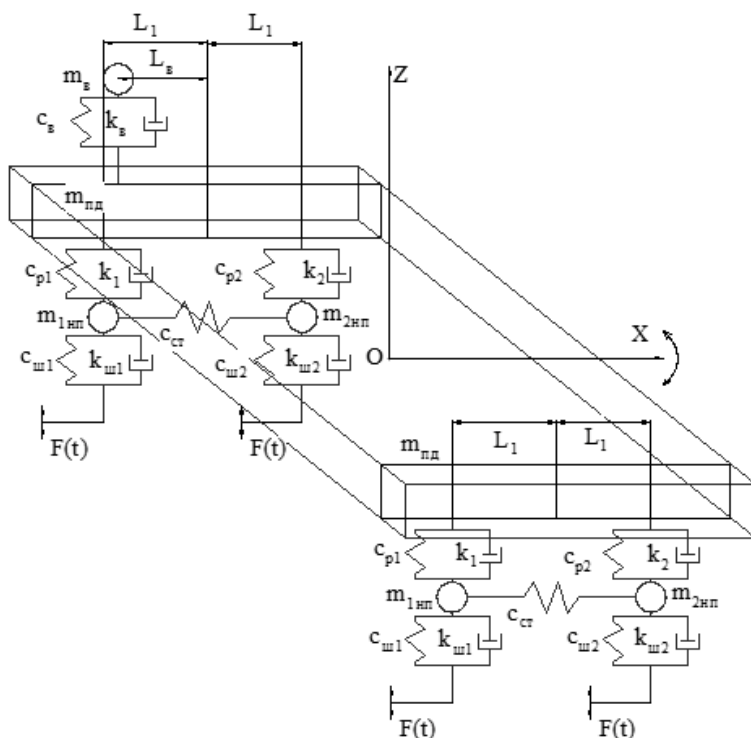


Рис. 1. Расчетная схема поперечно-угловых колебаний кузова

Построим математическую модель поперечно-угловых колебаний кузова, которая будет выражена через функцию Гамильтона и диссипативную функцию Релея [6].

Пусть  $z$  – вертикальные перемещения центра масс кузова;  $\zeta_{1,2}$  – вертикальные перемещения неподдресоренных масс с левой и правой сторон автомобиля;  $\zeta_b$  – вертикальные перемещения водителя;  $\alpha$  – угловые перемещения поддресоренной массы в поперечной плоскости относительно центра тяжести автомобиля;  $p_z, p_{\zeta_1}, p_{\zeta_2}, p_b, p_\alpha$  – соответствующие обобщенные импульсы;  $m$  – поддресоренная масса,  $m_{1,2}$  – неподдресоренные массы левой и правой сторон;  $m_b$  – масса водителя;  $J$  – момент инерции кузова автомобиля в поперечной плоскости

Тогда функцию Гамильтона и функцию Релея запишем как

$$2H = \frac{1}{m_{нд}} p_z^2 + \frac{1}{m_{нп1}} p_{\zeta_1}^2 + \frac{1}{m_{нп2}} p_{\zeta_2}^2 + \frac{1}{m_b} p_b^2 + \frac{1}{J} p_\alpha^2 + c_1(z - \zeta_1 - \zeta_b + L_1\alpha + L_b\alpha)^2 + c_2(z - \zeta_2 - L_2\alpha)^2 + c_{ш1}\zeta_1^2 + c_{ш2}\zeta_2^2 + c_b(\zeta_b - L_b\alpha)^2;$$

$$2D = -k_1(\dot{z} - \dot{\zeta}_1 - \dot{\zeta}_b + L_1\dot{\alpha} + L_b\dot{\alpha})^2 - k_2(\dot{z} - \dot{\zeta}_2 - L_2\dot{\alpha})^2 - k_{ш1}\dot{\zeta}_1^2 - k_{ш2}\dot{\zeta}_2^2 - k_b(\dot{\zeta}_b - L_b\dot{\alpha})^2,$$

где  $H$  – функция Гамильтона, а  $D$  – диссипативная функция.

Динамические уравнения запишем в виде уравнений Гамильтона

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H(p,q)}{\partial q} + D(p) + F(t), \\ \frac{dq}{dt} = \frac{\partial H(p,q)}{\partial p}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $q$  – обобщенная координата;  $p$  – обобщенный импульс;  $F(t)$  – возмущающая гармоническая функция, описывающая взаимодействие автомобиля с дорогой.

С учетом принятых обозначений динамические уравнения (1) примут вид

$$\begin{cases} \frac{dp_z}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial z} - \frac{\partial D}{\partial p_z}, \\ \frac{dp_{\zeta_1}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \zeta_1} - \frac{\partial D}{\partial p_{\zeta_1}} + F_1(Z_{o1}, \lambda_1, t), \\ \frac{dp_{\zeta_2}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \zeta_2} - \frac{\partial D}{\partial p_{\zeta_2}} + F_2(Z_{o2}, \lambda_2, t), \\ \dots \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dots \\ \frac{dp_B}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \zeta_B} - \frac{\partial D}{\partial p_{\zeta_B}}, \\ \frac{dp_\alpha}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \alpha} - \frac{\partial D}{\partial p_\alpha}, \\ \frac{dz}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_z} = \frac{1}{m} p_z, \quad \frac{d\zeta_B}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_B} = \frac{1}{m_B} p_{\zeta_B}, \\ \frac{d\zeta_1}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_{\zeta_1}} = \frac{1}{m_1} p_{\zeta_1}, \quad \frac{d\zeta_2}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_{\zeta_2}} = \frac{1}{m_2} p_{\zeta_2}, \\ \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_\alpha} = \frac{1}{J} p_\alpha, \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dots \\ \frac{dp_{\zeta_B}}{dt} = c_1 (z + L_1 \alpha - \zeta_1 - \zeta_B) - c_B (\zeta_B - L_B \alpha) - \\ - \frac{k_B}{m_B} \left( \frac{1}{m_{нд}} p_z - \frac{1}{m_{1нп}} p_{\zeta_1} + \frac{L_1}{J} p_\alpha \right) - \\ - \frac{k_B}{m_B} \left( \frac{1}{m_B} p_{\zeta_B} - \frac{L_B}{J} p_\alpha \right) \\ \frac{dz}{dt} = \frac{1}{m_{нд}} p_z, \quad \frac{d\zeta_B}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_B} = \frac{1}{m_B} p_{\zeta_B} \quad \frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{J} p_\alpha, \\ \frac{d\zeta_1}{dt} = \frac{1}{m_{1нп}} p_{\zeta_1}, \quad \frac{d\zeta_2}{dt} = \frac{1}{m_{2нп}} p_{\zeta_2}. \end{array} \right. \quad (3)$$

где  $Z_{01}$  – амплитуда вынужденных колебаний;  $\lambda_1$  – частота вынуждающей силы;  $t$  – время.

С учетом принятых обозначений запишем динамические уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_z}{dt} = -c_1 (z + L_1 \alpha - \zeta_1 - \zeta_B) - c_2 (z - L_2 \alpha - \zeta_2) - \\ - \frac{k_1}{m_{нд}} \left( \frac{1}{m_{нд}} p_z - \frac{1}{m_{1нп}} p_{\zeta_1} + \frac{L_1}{J} p_\alpha \right) - \\ - \frac{k_2}{m_{нд}} \left( \frac{1}{m_{нд}} p_z - \frac{1}{m_{2нп}} p_{\zeta_2} - \frac{L_2}{J} p_\alpha \right), \\ \frac{dp_\alpha}{dt} = -c_1 h_1 (z + L_1 \alpha - \zeta_1 - \zeta_B) + \\ + c_2 h_2 (z - L_2 \alpha - \zeta_2) + c_B L_B (\zeta_B - L_B \alpha) - \\ - \frac{h_1}{J} k_1 \left( \frac{1}{m_{нд}} p_z - \frac{1}{m_{1нп}} p_{\zeta_1} + \frac{L_1}{J} p_\alpha \right) + \\ + \frac{h_2}{J} k_2 \left( \frac{1}{m_{нд}} p_z - \frac{1}{m_{2нп}} p_{\zeta_2} - \frac{L_2}{J} p_\alpha \right), \\ \frac{dp_{\zeta_1}}{dt} = c_1 (z + h_1 \alpha - \zeta_1 - \zeta_B) - c_{1ш} \zeta_1 + \\ + \frac{k_1}{m_{1нп}} \left( \frac{1}{m_{нд}} p_z - \frac{1}{m_{1нп}} p_{\zeta_1} + \frac{L_1}{J} p_\alpha \right) - \frac{k_{ш1}}{m_{1нд}} p_{\zeta_1} + \\ + c_{ш1} Z_0 \sin(\Omega \cdot t) + \frac{k_{ш1}}{m_{1нп}} Z_0 \Omega \cos(\Omega \cdot t), \\ \frac{dp_{\zeta_2}}{dt} = c_2 (z - h_2 \alpha - \zeta_2) - c_{2ш} \zeta_2 + \\ + \frac{k_2}{m_{2нп}} \left( \frac{1}{m_{нд}} p_z - \frac{1}{m_{2нп}} p_{\zeta_2} - \frac{L_2}{J} p_\alpha \right) - \frac{k_{ш2}}{m_{2нп}} p_{\zeta_2} + \\ + c_{ш2} Z_0 \sin(\Omega \cdot t) + \frac{k_{ш2}}{m_{2нп}} Z_0 \Omega \cos(\Omega \cdot t), \\ \dots \end{array} \right.$$

Численное интегрирование уравнений (3) осуществляется каноническим методом интегрирования, обладающим рядом преимуществ, таких как устойчивость к накоплению погрешности счета, более высокая производительность [5], что выгодно отличает его от других методов численного интегрирования, таких как метод Рунге – Кутты, Эйлера и др.

Значения используемых в модели параметров были взяты для автомобиля ВАЗ 2115 (табл. 1).

Численные константы, приведенные в табл. 1, взяты из работы [4].

Таблица 1. Технические характеристики автомобиля ВАЗ-2115

Параметр	Единица измерения	Значение	Обозначение
Подрессоренная масса передней оси	кг	575	$m_1$
Неподрессоренная масса передней оси	кг		
левой стороны		81	$m_1$
правой стороны		81	$m_2$
Момент инерции подрессоренной массы в поперечной плоскости	кг·м <sup>2</sup>	596,7	$J$
Жесткость подвески, приведенная к оси колеса передней оси	Н/м		
левой стороны		19554	$k_1$
правой стороны		19554	$k_2$
Коэффициент сопротивления амортизаторов передней оси	(Н·с)/м		
левой стороны		2733	$k_1^{dis}$
правой стороны		2733	$k_2^{dis}$
Жесткость стабилизатора передней оси	Н·м/рад	10427	$k_{ст}$
Жесткость шин колес	Н/м	143372	$k_{ш1,ш2}$
Коэффициент демпфирования шин передней оси	(Н·с)/м		
левой стороны		482	$k_{ш1}^{dis}$
правой стороны		482	$k_{ш2}^{dis}$
Амплитуда вынужденных колебаний	м	0,0045	$Z_0$
Частота вынуждающей силы	Гц	10	$\Omega$

Согласно ОСТ 37.001.291-84 «Автотранспортные средства. Технические нормы плавности хода» [8] показатели плавности хода автотранспортного средства должны определяться по результатам измерений вертикальных и горизонтальных (продольных и поперечных) виброускорений на сиденье водителя и виброускорений в характерных точках поддресоренной части АТС. В стандарте в табличной форме

заданы предельные среднеквадратичные значения (СКЗ) скорректированных по частоте виброускорений на сиденье в зависимости от типа дороги для автомобилей разных типов, а также предельные СКЗ вертикальных виброускорений в характерных точках поддресоренной части АТС.

Предельные технические нормы плавности хода легковых автомобилей должны соответствовать табл. 2.

Таблица 2. Технические нормы плавности хода

Номер участка дороги	Корректированные значения виброускорений на сиденье, $m/c^2$ , не более			СКЗ вертикальных виброускорений в характерных точках поддресоренной части, $m/c^2$ , не более
	$a_z$	$a_x$	$a_y$	
I	0,8	0,6	0,65	1,3
II	1,1	0,8	0,8	1,8
III	2	1,3	1,6	2,7

В табл. 2 номера участков дорог автополигона соответствуют:

I – цементобетонная динамометрическая дорога с СКЗ неровностей 0,6 см;

II – булыжная мощная дорога без выбоин (специальная мощная дорога) с СКЗ неровностей 1,1 см;

III – булыжник с выбоинами (специальный участок) с СКЗ неровностей 2,9 см.

Значения вертикальных ускорений и среднеквадратичных ускорений сиденья водителя для различных типов дорог приведены на рис. 2, 3, 4.

Среднеквадратичные значения виброускорений на сиденье водителя, используют для оценки плавности хода автомобиля, они не должны превосходить предельных значений [7]:

$$\sigma = \left( \frac{1}{T} \int_0^T \ddot{z}^2 dt \right)^{0,5} \leq [\sigma].$$

Из рис. 2, 3, 4 видно, что среднеквадратичные ускорения на участках I и II не превышают допустимые нормы, однако на участке III допустимые нормы превышены.

Для определения степени адекватности работы программы производилось сравнение получаемых численных результатов с результатами натурного эксперимента [4].

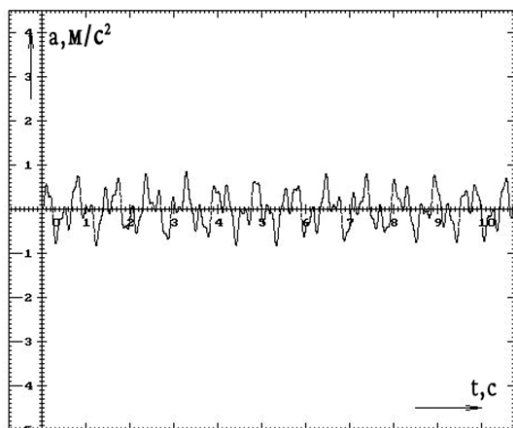


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика на I участке дороги,  $\sigma = 0,73 m/c^2$

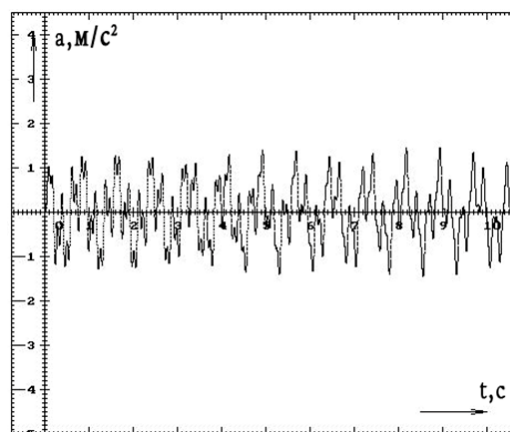


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика на II участке дороги,  $\sigma = 1,02 m/c^2$

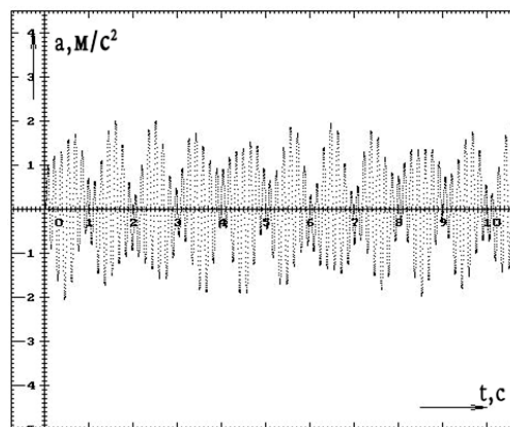


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика на III участке дороги,  $\sigma = 2,13 m/c^2$

На рис. 5 приведен расчет вертикальных ускорений поддресоренной массы автомобиля, при воздействии на переднее правое колесо вынуждающей силой с амплитудой 0,045 м и частотой 10 Гц. Там же приведены результаты измерений, полученных при натурном эксперименте.

Сравнение результатов компьютерного эксперимента и натурного испытания [4] показало, что отклонение вертикальных ускорений составило 15,7

и 20 % при воздействии, соответственно, на переднее левое и переднее правое колесо, а отклонение частоты колебаний составило 8 %. Такие результаты позволяют сделать вывод о высокой точности предлагаемой модели.

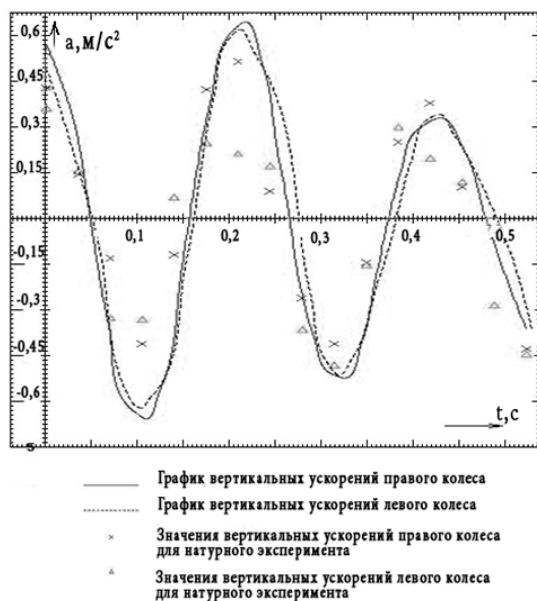


Рис. 5. Амплитудно-частотная характеристика вертикальных ускорений над правым и левым колесами

С помощью разработанной модели возможно изучение таких эксплуатационных свойств автомобиля, как плавность хода, управляемость, устойчивость, а также создание алгоритма работы адаптивной системы поддрессоривания в поперечной плоскости.

#### Библиографические ссылки

1. Динамика системы «дорога – шина – автомобиль – водитель» / под ред. А. А. Хачатурова. – М. : Машиностроение, 1976. – 535 с.
2. Силаев А. А. Спектральная теория поддрессоривания транспортных машин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1972. – 192 с.
3. Смирнов Г. А. Теория движения колесных машин : учеб. для студентов машиностроит. спец. вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1990. – 352 с.
4. Семенов Н. В. Методика расчета параметров подвески автомобиля с учетом поперечно-угловых колебаний : дис. ... канд. тех. наук: 05.05.03, защищена 12.02.12. – СПб., 2012. – 134 с.
5. Ефимов И. Н., Морозов Е. А. Каноническое интегрирование динамических систем. – Екатеринбург ; Ижевск : Изд-во Ин-та экономики УрО РАН, 2006. – 199 с.
6. Качеева И. Ф., Гаас С. О. Моделирование и оценка вертикальных вибронагрузений транспортного средства // Интеллектуальные системы в производстве. – 2010. – № 1(15). – С. 134–142.
7. ОСТ 37.001.291–84. Автотранспортные средства. Технические нормы плавности хода.

A. S. Gushchin, Post-graduate, Tchaikovsky Technological Institute (branch) of Kalashnikov Izhevsk State Technical University  
 E. A. Morozov, DSc in Engineering, Tchaikovsky Technological Institute (branch) of Kalashnikov Izhevsk State Technical University

#### Simulation of Cross-Angular Vibrations Vehicle

A mathematical model of the cross-angular oscillations of the vehicle is developed. An assessment of the adequacy of the proposed model is made. The model allows studying the performance of the vehicle such as ride, handling, stability.

**Key words:** cross-angular oscillations, modeling, canonical method.