УДК 519.2

Л. А. Золотухина, доктор физико-математических наук, профессор, Санкт-Петербургский государственный морской технический университет
И. В. Золотухин, кандидат физико-математических наук, доцент, Санкт-Петербургский филиал Института океанологии имени П. П. Ширшова РАН
Л. В. Хильченко, кандидат экономических наук, Воткинский филиал Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ФИНАНСОВЫХ ПОТОКОВ ССУДОСБЕРЕГАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ

Построена стохастическая модель финансовых потоков, протекающих в банковской сфере. Особенность предложенной модели заключается в том, что входящие и выходящие потоки денежных средств зависимы между собой. Исследуется процесс изменения объема денежных средств как функции времени. Найдена характеристическая функция конечномерных распределений изучаемого процесса. Доказана сходимость процесса к гауссовскому.

Ключевые слова: финансовые потоки, пуассоновские случайные суммы, модель массового обслуживания, гауссовский процесс.

В современной экономике роль различных финансовых институтов чрезвычайно высока. Можно выделить два важных для экономики типа финансовых структур. Во-первых, это банки и другие сберегательные структуры, аккумулирующие средства на условиях доверительного управления. Во-вторых, это страховые компании, сберегающие средства для уменьшения негативных последствий финансовых рисков. Хотя принципы их функционирования имеют много общего, финансовые процессы в системах страхования существенно отличаются от процессов, протекающих в банковской сфере. Математический аппарат анализа процессов страхования достаточно хорошо разработан и называется математической теорией риска [1]. В классических моделях риска приток страхового капитала считается детерминированным, случайны лишь поток моментов выплат по страховым полисам и размеры выплат. Модели, учитывающие стохастический характер притока капитала, стали разрабатываться недавно [2, с. 70–83; 3, с. 1745–1767]. Но и в этих моделях используется сильное ограничение: независимость входного и выходного финансовых потоков. Это предположение естественно для моделей страхования, поскольку входной поток определяется желаниями страхователей заключить договор, а выходной поток определяется причинами, приводящими к страховым случаям. В банковской же сфере входной и выходной финансовые потоки являются сильно зависимыми, поскольку оба потока определяются клиентами банка, которые кладут определенные суммы денег на некоторый срок, по истечении которого они же эти деньги забирают. При кредитовании возникает аналогичная ситуация.

В настоящей работе предлагается и исследуется стохастическкая модель произвольного ссудосберегательного учреждения зависимыми входным и выходным финансовыми потоками, которое в дальнейшем будем называть сокращенно *банком*. Банк в этой модели рассматривается как система массового обслуживания. Поток поступающих вкладов соответствует входящему потоку требований, срок вклада – длительности времени обслуживания вклада. Количество обслуживаемых в некоторый момент требований интерпретируется как количество лежащих в данный момент вкладов, при этом предполагается, что число обслуживающих устройств не ограничено, а размеры вкладов – случайные величины. Изучается случайный процесс $U(t)$ – сумма денег, находящихся в банке в момент *t*, который в описанной модели представляет собой сумму случайного числа случайных величин (размеров вкладов).

В работе найдена характеристическая функция процесса в *k*-мерных сечениях $U(t)$ и доказана ее асимптотическая нормальность при увеличении интенсивности входящего потока. Тем самым доказана слабая сходимость изучаемого процесса к гауссовскому процессу.

Из математических результатов могут быть получены важные практические следствия, приложимые к банковской сфере.

Постановка задачи и основные результаты

Итак, рассмотрим ссудосберегательное учреждение, например, банк, в который вкладчики приносят деньги на определенный срок.

Каждый *i*-й вкладчик вносит вклад размера η_i на срок τ_i, по истечении которого он свои деньги забирает. При этом не учитываются проценты по вкладам.

Предположим:

1. Число вкладов, поступивших за время *t*, распределено по закону Пуассона с параметром λt, где λ – интенсивность потока (λ – среднее число вкладов, поступивших за единицу времени).

2. Сроки вкладов τ_i – независимые одинаково распределенные случайные величины с функцией надежности $\bar{F}(t) = P(\tau > t)$ и конечным математическим ожиданием $E\tau = s$.

Получено 27.03.14

3. Размеры вкладов η_i – также независимые случайные величины с характеристической функцией $\varphi(\theta) = Me^{i\theta\eta}$, математическим ожиданием $M\eta = a$, дисперсией $D\eta = \sigma^2$ и конечным третьим моментом $M\eta^3 = C < \infty$.

Работу банка будем рассматривать как работу системы массового обслуживания. Поступающий поток вкладов при этом соответствует входящему потоку требований, количество лежащих в некоторый момент времени t вкладов соответствует количеству обслуживаемых в некоторый момент требований.

При сделанных предложениях существуют финальные вероятности для числа требований N, находящихся в системе в момент времени t $(t \to \infty)$ в установившимся режиме, вычисляемые по формуле Эрланга [4]. Поскольку количество лежащих вкладов не ограничено, число обслуживающих устройств можно считать бесконечным, и формулы Эрланга тогда записываются в виде

$$P(N = k) = e^{-\lambda s} \frac{(\lambda s)^k}{k!} \quad (k = 0, 1, 2 \ldots). \tag{1}$$

Таким образом, количество вкладов N, лежащих в банке, в установившемся режиме распределено по закону Пуассона, а сумма денег, находящихся в банке в какой-либо момент в установившемся режиме, равна

$$U = U(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} \eta_i, \tag{2}$$

где $N(t)$ – имеет распределение, задаваемое (1).

Одним из результатов работы является нахождение характеристической функции k-мерного распределения процесса $U(t)$ при любом $k \geq 1$ и любых $t_1, t_2, ..., t_k$.

Другим ее результатом является доказательство следующего утверждения.

Теорема. *В предположениях 1), 2), 3) в установившемся режиме процесс*

$$\overset{\circ}{U}(t) = \frac{U(t) - \lambda s a}{\sqrt{\lambda s(\sigma^2 + a^2)}} \xrightarrow{D} Y(t) \text{ при } \lambda \to \infty,$$

где $Y(t)$ – стационарный гауссовский процесс с нулевым математическим ожиданием, единичной дисперсией и нормированной корреляционной функцией

$$\varepsilon(\tau) = \frac{1}{s}\int_{\tau}^{\infty} F(u)du,\ EU(t) = \lambda s a,\ DU(t) = \lambda s\left(\sigma^2 + a^2\right)$$

(обозначение $\xrightarrow{D}$ означает слабую сходимость конечномерных распределений процесса).

Аппроксимация $U(t)$ стационарным гауссовским процессом имеет важное значение, поскольку позволяет использовать его хорошо изученные свойства. Например, используя формулу для предельного распределения минимума дифференцируемого гауссовского процесса в виде [5, с. 277–278; 6, с. 14–15; 7, с. 464]

$$P\left(\min_{0<t<T} \overset{\circ}{U}(t) \geq -\left(2\log T\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{Z + A}{(2\log T)^{\frac{1}{2}}}\right) \xrightarrow[T \to \infty]{} e^{-e^{-z}}, \tag{3}$$

где $A = \log \frac{\varepsilon''(0)}{2}$,

можно вычислить вероятность того, что величина остатка оборотных средств (величина устойчивых пассивов) не превысит заданный уровень, что позволяет определить сумму средств, которая может быть направлена на инвестиции в пределах допустимого риска.

В следующих разделах приводятся доказательства математических результатов работы.

Одномерная характеристическая функция процесса $U(t)$

В дальнейшем для удобства изложения аргумент t будем опускать.

Используя (1), найдем одномерную характеристическую функцию процесса $U(t)$. Она равна

$$\varphi(\theta) = E\exp(i\theta\sum_{j=1}^{N}\eta_j) =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \exp(\frac{-\lambda s(\lambda s\psi(\theta))^k}{k!})(\psi(\theta))^k = \exp(\lambda s(\psi(\theta) - 1))$$

и представляет собой характеристическую функцию пуассоновской случайной суммы [1, с. 84].

Характеристическая функция *k*-мерных распределений процесса $U(t)$

Рассмотрим процесс $U(t)$ в k сечениях $t_1 < \ldots < t_k$ в установившемся режиме:

$$U = \left(U^{(1)}, \ldots, U^{(k)}\right) = \left(\sum_{\nu=1}^{N_1}\eta_{1,\nu}, \ldots, \sum_{\nu=1}^{N_k}\eta_{k,\nu}\right).$$

Каждая компонента вектора U представляет собой сумму случайного числа случайных величин. Величины $U^{(j)}$ зависимы в силу того, что зависимы числа лежащих в банке вкладов N_j, кроме того, сами слагаемые $\eta_{j,\nu}$ могут входить в состав случайного числа компонент вектора U.

Уместно заметить, что, в отличие от рассматриваемой задачи, в существующей литературе изучались лишь процессы вида $U(t) = \sum_{j=1}^{N(t)}\eta_j$, где $N(t)$ – регенерирующий процесс [8, с. 578–579], т. е. с увеличением t число слагаемых процесса $U(t)$ могло только увеличиваться.

Характеристическая функция процесса $U(t)$ равна:

$$\varphi(\theta_1,...,\theta_k)=E\exp\left(\sum_{j=1}^{k}\theta_j U^{(j)}\right)=E\exp\left(i\sum_{j=1}^{k}\theta_j\sum_{\nu=1}^{N_j}\eta_{j,\nu}\right).$$

Так как поток вкладов пуассоновский, в силу условий в), с) процесс $U(t)$ можно представить в виде суммы независимых процессов: $U(t)=\sum_{j=1}^{k}U_j(t)$, где $U_1(t)$ – процесс, образованный вкладами, лежащими в банке в момент t_1; $U_j(t)$ $(j=2,\ldots,k)$ – процесс, образованный вкладами, поступившими в интервале $(t_{j-1},t_j]$.

Обозначим $\varphi_j(\theta_j,\ldots,\theta_k)$ – характеристическую функцию $U_j(t)$ в сечениях $t_j<t_{j+1}<\ldots<t_k$, тогда

$$\varphi\left(\theta_1,\ldots,\theta_k\right)=\prod_{j=1}^{k}\varphi_j\left(\theta_j,\ldots,\theta_k\right). \tag{4}$$

Вычислим $\varphi_1(\theta_1,\ldots,\theta_k)$. Используя (1) и формулу полной вероятности, получим

$$\varphi_j(\theta_1,\ldots,\theta_k)=\sum_{r=0}^{\infty}\exp(-\lambda s)\frac{(\lambda s)^r}{r!}I_r, \tag{5}$$

где

$$I_r=E\left(\exp\left(i\left(\theta_1\sum_{\nu=1}^{r_1}\eta_{1\nu}+\ldots+\left(\theta_1+\ldots+\theta_k\right)\sum_{\nu=1}^{r_k}\nu_{k\nu}\right)\right);\; N_1=r\right),$$

r_1 – число вкладов, лежащих в банке в момент t_1 и снятых в интервале (t_1,t_{l+1}), $l=1,\ldots,k-1$; r_k – число вкладов, снятых после момента t_k, т. е. в интервале (t_k,∞).

Пусть p_l – вероятность того, что вклад, лежащий в банке в момент t_1, будет снят в интервале (t_1,t_{l+1}). Как показал А. Я. Хинчин [4, с. 204], в установившемся режиме

$$p_k=\frac{1}{s}\int_{t_k-t_1}^{\infty}F(u)du=\varepsilon(t_k-t_1), \tag{6}$$

откуда

$$p_l=\varepsilon(t_{l-1}-t_1)-\varepsilon(t_l-t_1),\; l=1,\ldots,k-1, \tag{7}$$

при этом $\varepsilon(0)=1$.

Используя формулу для характеристической функции мультиномиального закона, найдем, что

$$I_r=\left(p_1\psi\left(\theta_1\right)+p_2\psi\left(\theta_1+\theta_2\right)+\ldots+p_k\psi\left(\sum_{m=1}^{k}\theta_m\right)\right)^r. \tag{8}$$

Подставляя (8) в (5) и суммируя по r, получим

$$\varphi_1(\theta_1,\ldots,\theta_k)=\exp\left(\lambda s\left(\sum_{l=1}^{l}p_l\psi\left(\sum_{m=1}^{l}\theta_m\right)-1\right)\right). \tag{9}$$

Далее вычислим $\varphi_j(\theta_j,\ldots,\theta_k)$. Пусть n_j – число вкладов, поступивших в интервале $(t_{j-1}-t_j)$. В силу пуассоновости потока поступления вкладов

$$P(n_j=r)=\exp\left(-\lambda(t_j-t_{j-1})\right)\frac{\left(\lambda(t_j-t_{j-1})\right)^r}{r!}$$

$$(r=0,1,2,\ldots),$$

$$\varphi_j(\theta_j,\ldots,\theta_r)=$$

$$=\sum_{r=0}^{\infty}\exp(-\lambda(t_j-t_{j-1}))\frac{(\lambda(t_j-t_{j-1}))^r}{r!}I_{j,r}, \tag{10}$$

где

$$I_{j,r}=E\left(\exp i\left(\theta_j\sum_{\nu=1}^{r_{j-1,j}}\nu_{j,\nu}+\ldots+(\theta_j+\ldots+\theta_k)\sum_{\nu=1}^{r_{j-1,k}}\eta_{j,\nu}\right);\; n_j=r\right),$$

r_{jl} – число вкладов, поступивших в интервале (t_{j-1},t_j) и снятых в интервале (t_l,t_{l+1}), $l\ge j$.

Известно [9, с. 24], что при фиксированном r моменты появления вкладов равномерно распределены в интервале (t_{j-1},t_j). Поэтому вероятность того, что вклад, поступивший в интервале (t_{j-1},t_j), останется в банке и в момент t_k, равна

$$\frac{1}{(t_{j-1}-t_j)}\int_{t_{j-1}}^{t_j}P(\tau>t_k-u)du=$$

$$=\frac{1}{(t_{j-1}-t_j)}\int_{t_k-t_j}^{t_k-t_{j-1}}F(u)du=$$

$$=\frac{s}{(t_j-t_{j-1})}\left(\varepsilon(t_k-t_{j-1})-\varepsilon(t_k-t_j)\right)=\frac{sP_{j-1,k}}{(t_j-t_{j-1})}, \tag{11}$$

а вероятность того, что вклад будет снят в интервале $(l,l+1)$ $(l=j,\ldots,k-1)$, равна

$$\frac{s}{(t_j-t_{j-1})}\Big(\varepsilon(t_l-t_j)-\varepsilon(t_{l+1}-t_{j-1})-$$

$$-\Big(\varepsilon(t_{l+1}-t_j)-\varepsilon(t_{l+1}-t_{j-1})\Big)\Big)=\frac{sP_{j-1,l}}{(t_j-t_{j-1})}, \qquad (12)$$

причем $\varepsilon(0)=1$.

Наконец, вероятность того, что вклад будет снят до момента времени t_j, равна

$$1-\frac{sP_{j-1,k}}{(t_j-t_{j-1})}=\frac{t_j-t_{j-1}-sP_{j-1,j}}{(t_j-t_{j-1})}=$$

$$=\frac{t_j-t_{j-1}-s\Big(1-\varepsilon(t_j-t_{j-1})-\Big(\varepsilon(t_{j+1}-t_j)-\varepsilon(t_{j+1}-t_{j-1})\Big)\Big)}{(t_j-t_{j-1})}. \qquad (13)$$

Снова используя формулу для характеристической функции мультиномиального закона, найдем

$$I_{j,r}=\frac{1}{\left(t_j-t_{j-1}\right)^r}\left(t_j-t_{j-1}-s\sum_{l=j}^{k}P_{j-1,l}\psi\left(\sum_{m=j}^{l}\theta_m\right)\right)^r. \qquad (14)$$

Подстановка (14) в (10) и суммирование по r приводит к выражениям

$$\varphi(\theta_j,\ldots,\theta_k)=\exp\left(\lambda s\sum_{l=j}^{k}P_{j-1,l}\psi(\sum_{m=j}^{l}\theta_m)\right), \qquad (15)$$

$$j=2,\ldots,k-1,$$

$$\varphi_k(\theta_k)=\exp\Big(\lambda s(P_{k-1,k}\psi(\theta_k)-(1-P_{k-1,k}))\Big). \qquad (16)$$

Подставив (9), (15), (16) в (4) и перегруппировав члены, учитывая (6), (7), (11), (12), (13), найдем, что

$$\varphi\left(\theta_1,\ldots,\theta_k\right)=\exp\left(\lambda s\sum_{j=1}^{k-1}\sum_{l=j}^{k}\varepsilon\left(t_l-t_j\right)\times\right.$$

$$\times\left(\psi\left(\sum_{m=j}^{l}\theta_m\right)-\psi\left(\sum_{m=j}^{l-1}\theta_m\right)-\psi\left(\sum_{m=j+1}^{l}\theta_m\right)+\psi\left(\sum_{m=j+1}^{l-1}\theta_m\right)\right)+$$

$$\left.+\sum_{j=1}^{k}(\psi\left(\theta_j\right)-1\right)\Bigg). \qquad (17)$$

Из (17) нетрудно найти, что математическое ожидание и дисперсия компонент равны λsa и $\lambda s(a^2+\sigma^2)$ соответственно, а нормированная корреляционная матрица вектора имеет вид

$$R=\begin{pmatrix}1 & \varepsilon(t_2-t_1) & \varepsilon(t_3-t_1) & \cdots & \varepsilon(t_k-t_1)\\ & 1 & \varepsilon(t_3-t_2) & \cdots & \varepsilon(t_k-t_2)\\ & & & \cdots & \cdots\\ & & & & 1\end{pmatrix}. \qquad (18)$$

Асимптотическая нормальность процесса $U(t)$. Доказательство теоремы

Перейдем к доказательству теоремы. Характеристическая функция стандартизированного вектора

$$\mathring{U}=\left(\frac{U_1-\lambda sa}{\sqrt{\lambda s\left(a^2+\sigma^2\right)}},\ldots,\frac{U_k-\lambda sa}{\sqrt{\lambda s\left(a^2+\sigma^2\right)}}\right)$$

равна

$$\varphi_{\mathring{U}}(\theta_1,\ldots,\theta_k)=\exp\left(-i\sqrt{\lambda s}\,\frac{a\sum_{j=1}^{k}\theta_j}{a^2+\sigma^2}+\right.$$

$$+\lambda s\sum_{j=1}^{k-1}\sum_{l=j}^{k}\varepsilon\left(t_l-t_j\right)\left(\psi\left(\sum_{m=j}^{l}\frac{\theta_j}{\sqrt{\lambda s\left(a^2+\sigma^2\right)}}\right)-\right.$$

$$-\psi\left(\sum_{m=j}^{l-1}\frac{\theta_j}{\sqrt{\lambda s\left(a^2+\sigma^2\right)}}\right)-\psi\left(\sum_{m=j+1}^{l}\frac{\theta_j}{\sqrt{\lambda s\left(a^2+\sigma^2\right)}}\right)+$$

$$\left.\left.+\psi\left(\sum_{m=j+1}^{l-1}\frac{\theta_j}{\sqrt{\lambda s\left(a^2+\sigma^2\right)}}\right)\right)+\sum_{j=1}^{k}\left(\psi\left(\frac{\theta_j}{\sqrt{\lambda s\left(a^2+\sigma^2\right)}}\right)-1\right)\right).$$

Разложим характеристическую функцию ψ в ряд в окрестности $\theta_j=0$:

$$\psi\left(\frac{\theta_j}{\sqrt{\lambda s\left(a^2+\sigma^2\right)}}\right)=$$

$$=1+\frac{ia\theta_j}{\sqrt{\lambda s\left(a^2+\sigma^2\right)}}-\frac{1}{2}\frac{\theta_j^2}{\lambda s}+o\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right). \qquad (19)$$

Используя (19), найдем, что при $\lambda\to\infty$

$$\sum_{j=1}^{k}\left(\psi\left(\frac{\theta_j}{\sqrt{\lambda s\left(a^2+\sigma^2\right)}}\right)-1\right)\to\frac{ia\sum_{j=1}^{k}\theta_j}{\sqrt{\lambda s}\left(a^2+\sigma^2\right)}-\frac{1}{2}\frac{1}{\lambda s}\sum_{j=1}^{k}\theta_j^2;$$

$$\psi\left(\sum_{m=j}^{l}\frac{\theta_m}{\sqrt{\lambda s\left(a^2+\sigma^2\right)}}\right)-\psi\left(\sum_{m=j}^{l-1}\frac{\theta_m}{\sqrt{\lambda s\left(a^2+\sigma^2\right)}}\right)-$$

$$-\psi\left(\sum_{m=j+1}^{l}\frac{\theta_m}{\sqrt{\lambda s\left(a^2+\sigma^2\right)}}\right)+$$

$$+\psi\left(\sum_{m=j+1}^{l-1}\frac{\theta_j}{\sqrt{\lambda s\left(a^2+\sigma^2\right)}}\right)\to-\frac{\theta_j\theta_l}{2\lambda s}.$$

Отсюда

$$\psi_{\overset{\circ}{U}}(\theta_1,...,\theta_k) \to$$

$$\to \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{k}\theta_j + 2\sum_{j=1}^{k-1}\sum_{l=j}^{k}\varepsilon\left(t_l - t_j\right)\theta_j\theta_l\right)\right) =$$

$$= \exp\left(-\frac{1}{2}\theta R\theta^T\right), \qquad (20)$$

где R задается по (18), $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_k)$. .

Из (20) следует, что все k-мерные распределения процесса $U(t)$ при любом $k \geq 1$ и любых $t_1, t_2, \ldots, t_k$ асимптотически нормальны, и, значит, имеет место слабая сходимость $U(t)$ к гауссовскому процессу.

Заключение

В работе предложена стохастическая модель работы таких ссудосберегательных структур, как банки, в которых входной и выходной финансовые потоки являются зависимыми. В основу модели был положен подход с позиций теории массового обслуживания. Был исследован процесс, характеризующий изменение объема финансовых средств во времени. С математической точки зрения этот процесс в каждый фиксированный момент времени представляет собой сумму случайного числа случайных величин. В работе найдены характеристические функции процесса в k-мерных сечениях, а также доказана слабая сходимость процесса к стационарному гауссовскому.

Представление изучаемого процесса в виде стационарного гауссовского дает возможность использовать его известные свойства при решении многих практических задач. Например, можно определять сумму финансовых средств, которую следует направить на инвестиции в пределах допустимого риска, определять вероятность разорения банка.

Подробнее об этом см. [10].

Библиографические ссылки

1. *Королёв В. Ю.*, *Бенинг В. Е.*, *Шоргин С. Я.* Математические основы теории риска. – М. : Физматлит, 2007. – 542 с.

2. *Темнов Г. О.* Процессы риска со случайным притоком страховых взносов // Вестник молодых ученых. Сер. «Прикл. матем. и мех.». – 2004. – № 4. – С. 70–83.

3. *Knesse Ch.*, *Peters C. S.* Exact and asymptotic solutions for time-dependent problem of collective ruin / SIAM J. Appl. Math. – 1994. – Vol. 54. – № 6. – P. 1745–1767.

4. *Хинчин А. Я.* Работы по математической теории массового обслуживания. – М. : Физматлит, 1963. – 235 с.

5. *Крамер Г.*, *Лидбеттер М.* Стационарные случайные процессы. – М. : Мир, 1969. – 398 с.

6. *Фомин Я. А.* Теория выбросов случайных процессов. – М. : Связь, 1980. – 215 с.

7. *Прохоров Ю. В.*, *Розанов Ю. А.* Теория вероятностей. СМБ. – М. : Наука, 1973. – 410 с.

8. *Vashevnik A. M.* Invariance principle for stochastic processes in insurance models // International conference Kolmogorov and contemporary mathematics. Moscow, 2003. – P. 578–579.

9. *Гнеденко Б. В.*, *Коваленко И. Н.* Введение в теорию массового обслуживания. – М. : Наука, 1987. – 335 с.

10. *Савинов Г. В.*, *Золотухин И. В.* Анализ устойчивости финансовых процессов // Известия Санкт-Петербургского университета экономики и финансов. – 2011. – № 6(72). – С. 6–12.

L. A. Zolotukhina, DSc (Physics and Mathematics), Professor, State Marine Technical University of St. Petersburg
I. V. Zolotukhin, PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, St.-Petersburg Department of the P.P. Shirshov Institute of Oceanology of RAS
L. V. Khilchenko, PhD in Economics, Associate Professor, Votkinsk Branch of Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Stochastic Model of Dynamics of Loan-and-Saving Organization Financial Flows

The stochastic model of financial flows that take place in the banking sector is developed in the paper. The feature of the model is the stochastic dependence of the input and output of cash flow. The process of the funds size growth as a function of time is under consideration. The characteristic function of the k-dimensional distributions of this process is found. Convergence to a Gaussian process is proved.

Key words: financial flows, Poisson random sums, model of queuing theory, Gaussian process.