

3. www.bakerhughes.com

4. Целищев А. В., Ахметов Ю. М. Эффект фазоразделения газожидкостного потока в камере вихревой трубы // Вестник УГАТУ. Машиностроению – 2013. – Т. 17, № 3(56). – С. 87–94.

5. Ахметов Ю. М., Целищев А. В., Жернаков В. С. Исследование процесса сепарации газожидкостного потока

Получено 22.05.15

в вихревой трубе // Вестник УГАТУ. Гидравлические машины гидропневмоагрегаты. – 2011. – Т. 15, № 4(44). – С. 120–126.

6. Попов Д. Н., Панаиотти С. С., Рябинин М. В. Гидромеханика : учебник для вузов / под ред. Д. Н. Попова. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 384 с. : ил. – (Сер. «Механика в техническом университете»). – Т. 6.

УДК 623.53

А. Н. Павлов, кандидат технических наук, доцент, Пермский военный институт внутренних войск МВД России

А. Н. Гладков, кандидат технических наук, Пермский военный институт внутренних войск МВД России

В. Г. Шереметьев, Пермский военный институт внутренних войск МВД России

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ПАРОГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ ПО КОНИЧЕСКОМУ РАСТРУБУ

В данной работе исследовано взаимодействие продуктов сгорания топлива с жидкостью, а также ударные волны в парогазожидкостных смесях при наличии процессов разрушения слоя жидкости и дробления капель в высокоскоростном газовом потоке. Рассмотрены физические и математические модели, позволяющие описать течение парогазожидкостной смеси по коническому раструбу.

Рассмотрим физическую модель взаимодействия горячего газа ( $T_g \approx 2000$  К) с жидкостью (водой), находящейся в герметичном объеме, расположенном в предсопловом объеме РДТТ между диафрагмой и сопловой заглушкой (рис. 1) [1].

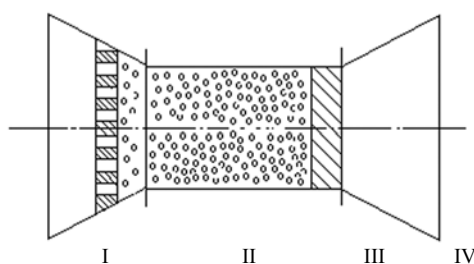


Рис. 1. Схема протекания процесса взаимодействия газа с жидкостью

Горячий газ через отверстия в диафрагме проникает в воду. При этом происходят сложные ударно-волновые и термодинамические процессы. Остановимся на их рассмотрении более подробно.

В рассматриваемой физической модели используется теория механического разрушения слоя жидкости, непосредственно примыкающего к отверстиям диафрагмы.

На начальном этапе истечения газа формируются газонаполненные полости, охватывающие области, примыкающие к диафрагме в области II. Под воздействием скоростного напора струи полости вытягива-

ются в продольном направлении напротив каждого отверстия, принимая форму, близкую к эллипсоиду вращения (рис. 2).

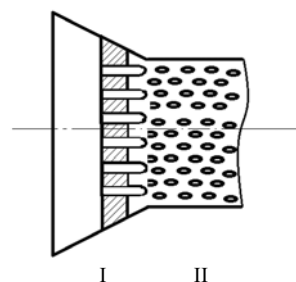


Рис. 2. Образование эллипсоидных полостей

Истечение газа из отверстий диафрагмы предваряется соударением волны сжатия о жидкость, форма фронта которой при удалении от отверстий приближается к полусфере. В акустическом приближении скорость звука в воде  $a_{ж}$  и газа  $a_g$  не зависит от интенсивности возмущений; тогда из равенства нормальных к поверхности раздела скоростей газа и воды:

$$p = \left( p_g + p_{ж} \cdot \frac{\rho_g \cdot c_g}{\rho_{ж} \cdot c_{ж}} \right) \left( 1 + \frac{\rho_g \cdot c_g}{\rho_{ж} \cdot c_{ж}} \right)^{-1}, \quad (1)$$

где  $p$  – давление в районе отверстий после прохождения волны сжатия;  $\rho_{ж}$  и  $\rho_g$  – плотность воды и газа соответственно.

Начальная скорость границы раздела плотностей после прохождения волны сжатия

$$v_0 = \frac{p - p_{ж}}{\rho_{ж} \cdot c_{ж}} = \frac{p_g - p_{ж}}{\rho_{ж} \cdot c_{ж} + \rho_g \cdot c_g}. \quad (2)$$

При удалении фронта волны от отверстий скорость жидкости уменьшается по закону

$$v(r, t) = \frac{\Delta p(r, t)}{\rho_{ж} \cdot c_{ж}} + \frac{1}{\rho_{ж} \cdot r} \int_0^t \Delta p(r, t) dt. \quad (3)$$

Параметры расширения газовой полости (давление  $p$  и температура  $T$  газа в пузыре, радиус сферы  $R$ ) можно оценить из следующих соотношений:

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{p - p_{ж}}{\rho_{ж}}; \quad (4)$$

$$\frac{4 \cdot \pi \cdot p \cdot R^3}{3} = \frac{m}{\mu} \cdot R_0 \cdot T; \quad (5)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{m} \left[ \frac{dm}{dt} (T_0 \cdot k - T) - \frac{p_r}{c_v} \cdot 4\pi R^2 \cdot \frac{dR}{dt} \right],$$

где  $m$  – масса газа в пузыре;  $c_v$  – удельная теплоемкость газа.

Последнее уравнение в (5) получено в предположении, что теплообмен между газом и жидкостью, движение газа в полости отсутствуют.

Рассматривая область III можно отметить, что в этой области происходит дальнейшее дробление капель жидкости.

Авторы работы [2] провели экспериментальные исследования дробления капель и подтвердили с их помощью теорию механического дробления капель воды газовым потоком.

Изображение дробления капли в условиях высокого числа Вебера изображено на рис. 3. На фотографии изображена картина, имевшая место спустя 14 мс после того, как с передней невозмущенной каплей соприкоснулся косой скачок уплотнения ( $M = 3,5$ ;  $P = 0,1$  МПа).

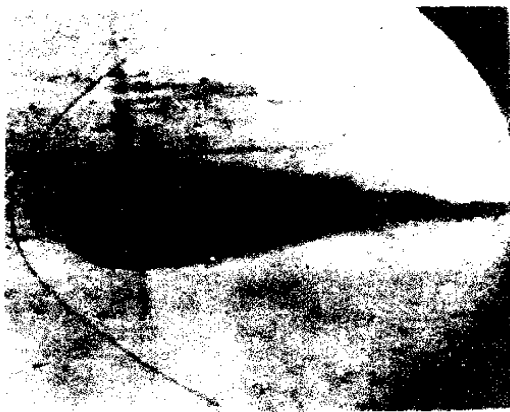


Рис. 3. Дробление капли воды [3]

В этом случае поток относительно капли первоначально становится сверхзвуковым с числом Маха  $M = 1,5$ , скорость потока 935 м/с, скоростной напор  $q = 22,8$  кг/см<sup>2</sup>, число Вебера  $We = 85,5 \cdot 10^3$ .

По мере того как косой скачок уплотнения проходит мимо капли, она внезапно и импульсно подвергается воздействию поля высокой скорости конвективного потока, образующегося вследствие движения волны.

Так как в этом случае конвективный поток является сверхзвуковым, то перед каплей образуется отошедшая ударная волна. Эта ударная волна видна на фотографии наряду с вертикальным маркером, который был помещен в окна рабочей части трубы для определения истинного смещения капли.

Авторы делают вывод о том, что в основе процесса дробления капли лежит механизм срыва пограничного слоя, вследствие чего образуется плотный след из микротумана, который можно видеть на фотографии. Используя такую физическую модель, можно сделать некоторые приближенные расчеты скорости и времени дробления, а также расстояния, на которое капля будет перенесена потоком, и где она будет окончательно раздроблена.

В условиях высокого числа Вебера дробление капли жидкости в конвективном газовом потоке начинается почти мгновенно. Расчеты размеров мельчайших капель, на которые дробится крупная капля, показывают, что они имеют диаметр 1...10 мк. Авторы, анализируя результаты исследований, делают вывод, что капли полностью дробятся за время, в течение которого они ускоряются до скорости, равной 60 % скорости газового потока в критическом сечении сопла. Время, требуемое для полного дробления капель можно определить по формуле

$$\tau_{в} \approx 5 \left[ \frac{d_0}{v_r} \right] \left[ \frac{p_0}{p_r} \right]^{0,5}. \quad (6)$$

Расстояние, по прохождению которого капля полностью дробится,

$$x \approx 25d_0. \quad (7)$$

Течение в области III можно рассматривать как многофазное движение в рамках многоскоростной модели. Для математического описания течения двухфазного потока будем использовать следующие допущения.

1. Среда является двухскоростной и двухтемпературной, т. е. в каждой точке потока имеются две скорости (скорость газа и скорость капель) и две температуры (температура газа и температура капель). При этом совокупность капель считается непрерывно распределенной по всему объему с условной плотностью «газа» капель  $\rho_{ж}$ , равной произведению численной концентрации капель в единице объема на массу одной капли.

2. Давление создается только газом; влиянием капель пренебрегаем.

3. Течение стационарное; массовый расход газа и массовый расход жидкости вдоль по течению постоянны.

4. В любом поперечном сечении все параметры постоянны.

5. Капли, являясь сферами одного и того же диаметра, не взаимодействуют между собой и со стенками сопла.

6. Система теплоизолирована; обмен теплом имеет место лишь между каплями и газом и осуществляется только путем конвекции.

7. Вязкие силы проявляются только при взаимодействии капель с газом. Ускорение капель обусловлено только действием этих же сил. Объемом, занимаемым каплями, можно пренебречь.

8. Вследствие высокой теплопроводности капель воды их температура по всему объему постоянна. Гравитационными силами можно пренебречь.

Уравнение движения капли можно представить в виде

$$v_{ж} = \frac{dv_{ж}}{dx} = \frac{3}{4} C_x \cdot \frac{Re \cdot \mu_r (v_r - v_{ж})}{d^2 \rho_{ж}}, \quad (8)$$

$$\text{где } Re = \frac{\rho_r (v_r - v_{ж}) d}{\mu_r}.$$

Конвективный теплообмен между каплями и газом описывается уравнением

$$v_{ж} \frac{dT_{ж}}{dx} = \varphi_2 (T_r - T_{ж}), \quad (9)$$

$$\text{где } \varphi_1 = \frac{3}{4} C_x \frac{Re \cdot \mu_r}{d^2 \cdot \rho_{ж}}; \quad \varphi_2 = \frac{8Nu \cdot \varphi_1 \cdot c_p}{Pr \cdot C_x \cdot Re \cdot c_{ж}}$$

$$Nu = \frac{d \cdot \alpha}{\lambda_r}; \quad Pr = \frac{c_p \cdot \mu_r}{\lambda_r}.$$

Система уравнений

$$\begin{aligned} v_{ж} &= \frac{dv_{ж}}{dx} = \frac{3}{4} C_x \frac{Re \cdot \mu_r (v_r - v_{ж})}{d^2 \cdot \rho_{ж}}, \\ v_{ж} \frac{dT_{ж}}{dx} &= \varphi_2 (T_r - T_{ж}), \\ \rho_r v_r dv_r + \rho_{ж} v_{ж} dv_{ж} &= 0, \\ \rho_r v_r F_i &= m_r = \text{const}, \\ \rho_{ж} v_{ж} F_i &= m_{ж} = \text{const}, \\ p_r &= \rho_r RT_r, \\ c_p T_r - \frac{v_r^2}{2} + \frac{m_{ж}}{m_r} \left( c_{ж} T_{ж} + \frac{v_{ж}^2}{2} \right) &= E_0 = \text{const} \end{aligned} \quad (10)$$

определяет семь неизвестных ( $p_r, \rho_r, \rho_{ж}, v_r, v_{ж}, T_r, T_{ж}$ ) в любом сечении сопла заданной формы.

Уравнения

$$\begin{aligned} v_{ж} &= \frac{dv_{ж}}{dx} = \frac{3}{4} C_x \frac{Re \cdot \mu_r (v_r - v_{ж})}{d^2 \cdot \rho_{ж}}, \\ v_{ж} \frac{dT_{ж}}{dx} &= \varphi_2 (T_r - T_{ж}), \\ c_p T_r - \frac{v_r^2}{2} + \frac{m_{ж}}{m_r} \left( c_{ж} T_{ж} + \frac{v_{ж}^2}{2} \right) &= E_0 = \text{const}, \quad (11) \\ \frac{(M^2 - 1) dM^2}{2M^2 \left( 1 + \frac{k-1}{k} M^2 \right)} &= \\ = \frac{dF}{F} + \frac{k-1}{k} \cdot \frac{1-kM^2}{2+(k-1)M^2} \cdot \frac{m_{ж}}{m_r} \cdot \frac{1}{RT_r} (c_{ж} dT_{ж} + v_{ж} dv_{ж}) \end{aligned}$$

позволяют определить неизвестные  $M(x), T(x), v_{ж}(x)$  и  $T_{ж}(x)$ .

Граничными условиями для интегрирования первых двух уравнений в системе (10) будут значения  $v_{ж}$  и  $T_{ж}$  в начальном сечении ( $x = x_{нач}$ ). Температура в этом сечении определяется уравнением энергии  $E_0$ .

Для математического описания течения парогазожидкостной смеси в области IV будем использовать следующие допущения.

1. Расстояния, на которых параметры течения меняются, существенно больше характерного размера капель.

2. Капли жидкости несжимаемые и не сталкиваются между собой.

3. Вязкость и теплопроводность учитываются в процессе взаимодействия фаз.

4. Дробление крупных капель на мелкие происходит по механизму «обдирки». Мелкие капли, срывающиеся с поверхности крупных капель, образуют микротуман.

5. Часть сорванных мелких капель, находящихся в горячем газовом потоке, испаряются.

6. Если условия дробления не наступают, то крупные капли также начинают испаряться.

Парогазожидкостную смесь (ПГС) можно рассматривать как некую односкоростную и однотемпературную среду со своими теплофизическими свойствами.

Обзор экспериментальных и теоретических работ [4] показывает, что дробление капель при значительных скоростях относительного обтекания осуществляется в режиме «обдирки» их поверхностного слоя. Уравнение скорости уноса массы (под действием газового потока) с поверхности капли по механизму «обдирки», удовлетворительно описывающее экспериментальные данные, получено в [5]:

$$v_{ун} = K \cdot \rho_{ПГС}^{1/6} \left( \frac{d}{2} \right)^{3/2} |v_r - v_{ж}|^{1/2}, \quad (12)$$

где  $K = 1,3 \dots 2$  для смесей воздуха или пара с каплями воды.

Анализ экспериментальных данных позволяет сделать вывод, что основным критерием, характеризующим условие реализации механизма «обдирки», является число Вебера

$$We = \frac{\rho_{ПГС} d |v_r - v_{ж}|^{0,5}}{\sigma},$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения капли. При этом капля начинает «обдираться» в потоке газа только тогда, когда  $We_{ПГС}$  достигает некоторого критического значения  $We_{кр}$ . Имеется ряд рекомендаций по определению условий возникновения режима обдирки поверхностного слоя [6]. Отметим рекомендацию [7]

$$We_{кр} = 0,5 Re_{ПГС}^{0,5}; \quad Re_{ПГС} = \frac{\rho_{ПГС} d |v_r - v_{ж}|}{\mu_r}, \quad (13)$$

где  $\mu_r$  – коэффициент динамической вязкости.

Эксперименты [8] показывают, что вторичные микрокапли, сорванные с поверхности крупных капель, достаточно мелкие и обтекают крупные капли, следуя линиям тока газа. Поэтому непосредственным столкновением между вторичными микрокаплями и исходными крупными каплями можно пренебречь.

Кроме того, скорость уменьшения диаметра капли за счет «обдирки» намного больше скорости распространения температурной волны внутри капли. Поэтому при наличии дробления температура капли остается практически постоянной, так как температура волны не успевает проникнуть за пределы слоя «обдираемой» жидкости.

С учетом изложенного рассмотрим следующую задачу. Пусть в бесконечном пространстве, заполненном ПГС (область IV), распространяется ударная волна со скоростью  $v_{ув}$  и  $v_{ув} > a_r, a_p$  ( $a_r, a_p$  – замороженная и равновесная скорости звука в смеси перед волной). Тогда ударная волна имеет впереди себя скачок уплотнения в газе, на котором параметры газа удовлетворяют соотношениям Ренкина – Гюгонио (влиянием капель на параметры газа непосредственно за скачком можно пренебречь [9, 10]), а параметры капель практически не меняются. Таким образом, на скачке имеем следующие граничные условия:

$$\frac{\rho_{r1}}{\rho_{r0}} = \frac{(\kappa+1)M}{2+(\kappa-1)M}; \quad \frac{v_{r1}}{a_{r0}} = \frac{2}{\kappa+1} \left( \frac{\kappa-1}{2} M + \frac{1}{M} \right);$$

$$\Delta p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \left( \frac{2\kappa M^2}{\kappa-1} - 1 \right);$$

$$\rho_{ж1} = \rho_{ж0}; \quad v_{ж1} = v_{ж0};$$

Получено 21.07.2015

$$T_{ж1} = T_{ж0}; \quad M = \frac{v_{r0}}{a_0}.$$

Индексы 0 и 1 относятся к параметрам перед скачком и за скачком; параметры  $\rho_{r1}, \rho_{r0}, \rho_{ж1}, v_{r1}, v_{ж1}, T_{ж1}$  определяют граничные условия в точке  $x = x_1$ , соответствующей положению скачка уплотнения, и позволяют рассчитать структуру зоны релаксации в области  $x > x_1$ .

#### Библиографические ссылки

1. Павлов А. Н. Анализ ударно-волновых процессов в газожидкостных средах // Аэрокосмическая техника и высокие технологии – 2004 : Тез. докл. Всерос. науч.-техн. конф. / Пермский государственный технический университет. – Пермь, 2004.
2. Рэнджер А. А., Николс Дж. А. Дробление капель жидкости в конвективном газовом потоке // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 1972. – Vol. 15. – No. 6. – Pp. 1203–1211.
3. Там же.
4. Там же.
5. Аманбаев Т. Р., Ивандаев А. И. Структура ударных волн в двухфазных смесях газа с каплями жидкости // ПМТФ. – 1998. – № 2.
6. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И. Газовая динамика многофазных сред // Итоги науки и техники. Серия «МЖГ». – М.: ВИНТИ, 1981. – Т. 16.
7. Dickerson R., Coultas T. Breakup of droplets in an accelerating gas flow. – N.Y., 1966. – (Paper/AIAA; No. 611).
8. Рэнджер А. А., Николс Дж. А. Указ. соч.
9. Там же.
10. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И. Указ. соч.

УДК 681.332

А. Н. Гладков, кандидат технических наук, Пермский военный институт внутренних войск МВД России  
 А. Н. Павлов, кандидат технических наук, доцент, Пермский военный институт внутренних войск МВД России  
 В. В. Михалев, Пермский военный институт внутренних войск МВД России

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ОПТИКО-ВОЛОКОННОЙ ПЕРВИЧНОЙ СЕТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

### Введение

**В**о внутренних войсках МВД России в настоящее время получили широкое распространение автоматизированные системы управления и обработки информации, позволяющие эффективно управлять войсковыми соединениями и частями. Немаловажная роль в таких АСУ отводится первичным сетям, использующим современные оптоволоконные линии связи.

Оптоволоконная сеть состоит из трех основных компонентов: источника света, носителя, по которому распространяется световой сигнал, и приемника

сигнала (детектора). Световой импульс принимают за единицу, а отсутствие импульса – за ноль. Свет распространяется в сверхтонком стеклянном волокне. При попадании на него света детектор генерирует электрический импульс. Присоединив к одному концу оптического волокна источник света, а к другому – детектор, получим однонаправленную систему передачи данных. Система принимает электрические сигналы и преобразует их в световые импульсы, передающиеся по волокну. На другой стороне происходит обратное преобразование в электрические сигналы.