Коэффициенты $b_{i,j,k}$ составлены из свободных членов уравнений (4), (6). Разностные уравнения (7) решаются итерационным блочным методом Зейделя с применением прогонки в направлении i и с использованием нижней релаксации.

Библиографические ссылки

1. *Ковеня В. М.*, *Тарнавский Г. А.*, *Черный С. Г.* Применение метода расщепления в задачах аэродинамики. – Новосибирск : Наука, 1990. – 245 с.
2. Газовая динамика двухфазных течений в соплах / И. М. Васенин, В. А. Архипов, В. Г. Бутов [и др.]. – Томск : ТГУ, 1986. – 264 с.
3. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М. : Энергоиздат, 1984. – 150 с.

Получено 04.02.2016

УДК 519.63:629.7

О. В. Мищенкова, кандидат физико-математических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КАК ЗАДАЧИ ВЫБОРА ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ОБЪЕКТОВ ТЕХНИКИ. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧ

При выполнении проектных работ, связанных с созданием новых технических объектов, возникает необходимость выбора единственного варианта решения из того или иного множества возможных решений. Подобные задачи, именуемые задачами выбора, – это, например, прямые и обратные задачи проектирования, в которых выбирается совокупность геометрических и массовых параметров проектируемого объекта в соответствии со сформулированным техническим заданием. В [1–3] отмечается, что решение задач выбора, возникающих в технике, сводится к формулированию в виде математических соотношений критериев выбора и ряда условий, при которых этот выбор должен быть осуществлен. Ниже рассматриваются примеры подобных задач, возникающих на практике.

1. Задача о выборе тяги двухрежимного ракетного двигателя твердого топлива (РДТТ), обеспечивающей максимальную дальность полета неуправляемого реактивного снаряда (НУРС).

В задаче для НУРС заданной пассивной массы m_0 и заданной массы топлива $m_т$ следует выбрать начальный угол бросания θ_0, при котором дальность полета L снаряда будет максимальной [4]. Тяга двигательной установки выбирается по закону

$$P = \begin{cases} P_1 & \text{при } 0 \le t < t_1, \\ 0 & \text{при } t_1 \le t < t_2, \\ P_2 & \text{при } t_2 \le t < t_3. \end{cases}$$

В записанном выражении для закона изменения тяги неизвестными являются уровни тяги P_1, P_2 и моменты времени t_1, t_2, t_3.

Дополнительным условием, связывающим перечисленные неизвестные, является уравнение

$$P_1 t_1 + P_2 (t_3 - t_2) = m_т I_{уд}.$$

В соответствии с [5] задачу о выборе тяги РДТТ для НУРС можно переформулировать как задачу математического программирования: найти значения переменных θ_0, P_1, P_2, t_1, t_2, t_3, обеспечивающих максимальное значение дальности полета $\max L(\theta_0, P_1, P_2, t_1, t_2, t_3)$ при ограничениях на неизвестные параметры, записанные в виде

$$\begin{gathered} t_1 > 0, \\ t_2 - t_1 \ge 0, \\ t_3 - t_2 \ge 0, \\ P_1 t_1 + P_2 (t_3 - t_2) - m_т I_{уд} = 0. \end{gathered}$$

Дальность полета в сформулированной задаче – целевая функция, значение которой устанавливается решением уравнений внешней баллистики для НУРС. В простейшем случае это уравнения, записанные для движения материальной точки в декартовой системе координат (здесь дополнительно обозначены: X – сила аэродинамического сопротивления; $I_{уд}$ – удельный импульс твердого топлива):

$$\begin{gathered} m\frac{dv}{dt} = P - X - mg\sin\theta, \\ mv\frac{d\theta}{dt} = -mg\cos\theta, \\ \frac{dx}{dt} = v\cos\theta, \\ \frac{dy}{dt} = v\sin\theta, \\ \frac{dm}{dt} = \frac{P}{I_{уд}}. \end{gathered}$$

Уравнения внешней баллистики решаются при начальных условиях

$$v = v_0;\ \theta = \theta_0;\ x = 0;\ y = 0;\ m = m_0 + m_т$$

и интегрируются до тех пор, пока НУРС не достигнет поверхности Земли. Дальность полета (целевая функция в задаче математического программирования) устанавливается условием

$$L(\theta_0, P_1, P_2, t_1, t_2, t_3) = x \text{ при } y = 0, t > 0.$$

2. Задача о проектировании воспламенительной установки (ВУ) для РДТТ.

В техническом задании задача проектирования ВУ может быть сформулирована, например, в следующем виде: выбрать марку воспламенительного состава, его массу, геометрическую форму снаряжения, обеспечивающие заданные в техническом задании зависимость изменения давления $p_*(t)$ и максимальной скорости нарастания давления $p'_{\max}$ в камере двигательной установки, при установленных значениях времени выхода РДТТ на режим квазистационарной работы и предельных значений времени $t_{*\max}$ подключения топливного заряда к горению и др.

Трудноформализуемой в рассматриваемой задаче является выбор формы снаряжения навески воспламенительного состава. Типовые варианты таблеток приводятся, например, в [6, 7]. Несмотря на различие форм снаряжения, зависимость для изменения поверхности горения S как функции сгоревшего свода e может быть представлена квадратичной зависимостью вида [8]

$$S(z) = S(0)\cdot(z-1)(2z-1) + $$
$$+ 4S(0{,}5)\cdot z(1-z) + S(1)\cdot z(2z-1).$$

Здесь $z = \dfrac{e}{e_{\max}}, e = \int\limits_0^t u_в dt;$ $S(0), S(0{,}5), S(1)$ – значения площади поверхности воспламенительного состава при соответствующих значениях относительного сгоревшего свода z.

Применение зависимости для $S(z)$ позволяет в задаче проектирования ВУ отказаться от выбора формы воспламенительного снаряжения, но включить в перечень неизвестных параметров значения $S(0), S(0{,}5), S(1)$, характеризующие геометрию выгорания таблеток снаряжения.

Записанная выше задача проектирования ВУ может быть сформулирована как задача математического программирования следующим образом: найти значения массы воспламенительного состава $m_в$, его плотности $\rho_в$, энтальпии $H_в$, скорости горения $u_в$, значения поверхности горения $S(0), S(0{,}5), S(1)$ и максимального свода $e_{\max}$, обеспечивающих минимальное значение интеграла $\Phi = \int\limits_{t_0}^{t_k} \left| p(t) - p_*(t) \right| dt$ при ограничениях на неизвестные параметры, записанные в виде

$$m_{\min} < m_в < m_{\max},$$

$$W_{\min} < \frac{m_в}{\rho_в} < W_{\max},$$

$$H_{\min} < H_в < H_{\max},$$

$$\int\limits_0^1 S(z)\,dz = \frac{1}{6}\big(S(0) + 4S(0{,}5) + S(1)\big) = \frac{m_в}{\rho_в e_{\max}} = \frac{W_в}{e_{\max}}.$$

Расчет целевой функции предполагает определение давления в камере сгорания РДТТ, которое можно установить, решая совместно уравнения для термогазодинамических параметров в корпусе ВУ и в камере двигателя. В простейшей постановке эти уравнения имеют вид [9]

$$\frac{d\rho_1 W_1}{dt} = G_{1\rho} - G_{12};$$

$$\frac{d\rho_1 \alpha_{в1} W_1}{dt} = G_{1\rho} - G_{12}\cdot\alpha_{в1};$$

$$\frac{d\rho_1 W_1 E_1}{dt} = G_{1E} - k_1\cdot G_{12}\cdot E_1;$$

$$\frac{dW_1}{dt} = u_в \cdot S_в(t);$$

$$p_1 = \rho_1\cdot(k_1 - 1)\cdot E_1;$$

$$k_1 = c_p / c_v;$$

$$c_p = c_{pв}\cdot\alpha_{в1} + c_{p0}\cdot(1-\alpha_{в1});$$

$$c_v = c_{vв}\cdot\alpha_{в1} + c_{v0}\cdot(1-\alpha_{в1});$$

$$G_{12} = A_{c1}\cdot p_1\cdot F_в;$$

$$\begin{cases} A_{c1} = \varphi_в\cdot\sqrt{\dfrac{k_1}{\varphi_1\cdot R\cdot T_1}}\cdot\left(\dfrac{2}{k_1+1}\right)^{\frac{k_1+1}{2(k_1-1)}} \text{ при } \dfrac{p_2}{p_1} \le \left(\dfrac{2}{k_1+1}\right)^{\frac{k_1}{k_1-1}}, \\ A_{c1} = \varphi_в\cdot\sqrt{\dfrac{2\cdot k_1}{\varphi_1\cdot(k_1-1)\cdot R\cdot T_1}\left(\left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{k_1}} - \left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k_1+1}{k_1}}\right)} \\ \text{при } \left(\dfrac{2}{k_1+1}\right)^{\frac{k_1}{k_1+1}} < \dfrac{p_2}{p_1} < 1, \\ A_{c1} = 0 \text{ при } \dfrac{p_2}{p_1} \ge 1. \end{cases}$$

$$G_{1\rho} = \rho_в\cdot S_в(t)\cdot u_в;$$

$$G_{1E} = G_{1\rho}\cdot H_в;$$

$$T_1 = E_1 / c_v;$$

$$u_в = u_{1в}\cdot\left(\frac{p_1}{0{,}98\cdot 10^5}\right)^{\nu_т}.$$

В вышезаписанной системе уравнений, описывающих процессы в ВУ, последовательно записаны: уравнение сохранения для суммарной массы продуктов, уравнение сохранения массы продуктов горения воспламенительного состава, уравнение сохранения энергии, уравнение для расчета изменения объема корпуса ВУ, уравнения для термодинамических и теплофизических характеристик смеси (давление p, отношение теплоемкостей k, удельные теплоемкости смеси при постоянном давлении c_p и при постоянном объеме c_v), уравнение для расхода при расчете перетекания массы из корпуса воспламенителя в объем камеры сгорания РДТТ G_{12}, уравнения для определения массо- ($G_{1\rho}$) и энергоприхода (G_{1E}) от гранул (шашек) воспламенительного состава, уравнения для температуры смеси T и для скорости горения воспламенительного состава.

В уравнениях введены следующие обозначения:

– $\alpha_{в1}$ – массовая концентрация продуктов горения воспламенительной навески в газовой смеси, размещенной в корпусе воспламенителя;

– $c_{pв}, c_{vв}$ – значения удельных теплоемкостей для продуктов сгорания воспламенительной навески;

– c_{p0}, c_{v0} – значения удельных теплоемкостей, соответственно, при постоянном давлении и при постоянном объеме для воздуха (или газа, первоначально заполнявшего внутренний объем камеры ТРДУ);

– $F_в$ – площадь отверстий в корпусе воспламенителя;

– A_{c1} – коэффициент истечения продуктов сгорания из корпуса воспламенителя;

– $\varphi_1, \varphi_в$ – коэффициент потерь тепла в корпусе воспламенителя и коэффициент расхода из корпуса воспламенителя (значения коэффициентов принимаются в интервале от 0,90 до 0,95);

– R – газовая постоянная;

– τ_* – продолжительность времени распространения пламени по объему корпуса воспламенителя;

– $S_в$ – площадь поверхности горения навески воспламенительного состава;

– $H_в$ – теплосодержание продуктов сгорания навески воспламенителя.

Здесь и ниже подстрочные индексы соответствуют рассматриваемым расчетным областям: 1 – параметрам в корпусе ВУ, 2 – параметрам в камере сгорания РДТТ.

При сформулированных выше допущениях уравнения, описывающие процессы в объеме камеры сгорания РДТТ, записываются в следующем виде:

$$\frac{d\rho_2 W_2}{d\,t} = G_{2\rho} + G_{12}\cdot\delta - \sum_i G_{2i};$$

$$\frac{d\rho_2\alpha_{в2} W_2}{d\,t} = G_{12}\cdot\alpha_{в1}\cdot\delta - \sum_i G_{2i}\cdot\alpha_{в2};$$

$$\frac{d\rho_2\alpha_{т2} W_2}{d\,t} = G_{2\rho} - \sum_i G_{2i}\cdot\alpha_{т2};$$

$$\frac{d\rho_2 W_2 E_2}{d\,t} = G_{2E} + k_1\cdot G_{12}\cdot E_1\cdot\delta - \sum_i k_2\cdot G_{2i}\cdot E_2 - Q_к - Q_т;$$

$$\frac{dW_2}{d\,t} = u_т\cdot S_т\left(e_т\right);$$

$$p_2 = \rho_2\cdot\left(k_2 - 1\right)\cdot E_2;$$

$$c_p = c_{pв}\cdot\alpha_{в2} + c_{pт}\cdot\alpha_{т2} + c_{p0}\cdot\left(1 - \alpha_{в2} - \alpha_{т2}\right);$$

$$c_v = c_{vв}\cdot\alpha_{в2} + c_{vт}\cdot\alpha_{т2} + c_{v0}\cdot\left(1 - \alpha_{в2} - \alpha_{т2}\right);$$

$$k_2 = c_p / c_v;\; T_2 = E_2 / c_v;$$

$$G_{2\rho} = \rho_т\cdot S_т\left(e\right)\cdot u_т;\; G_{2E} = G_{2\rho}\cdot H_т;$$

$$u_т = u_{1т}\cdot\left(\frac{p_2}{0.98\cdot 10^5}\right)^{\nu_т};\; e_т = \int_0^t u_т dt.$$

В последней системе уравнений последовательно записаны: уравнение сохранения для суммарной массы продуктов, размещенных в камере сгорания, уравнение сохранения массы продуктов горения воспламенительного состава, уравнение сохранения массы продуктов горения топлива, уравнение сохранения энергии, уравнение для изменения свободного объема камеры сгорания, уравнения для термодинамических и теплофизических характеристик смеси (давление p, показатель адиабаты k, удельные теплоемкости смеси при постоянном давлении c_p и при постоянном объеме c_v, температура T), уравнения для массо- и энергоприхода продуктов сгорания от поверхности топлива, размещенной в рассматриваемом объеме ($G_{2\rho}, G_{2E}$ – уравнения для этих величин решаются с момента времени, когда топливо в объеме воспламенилось). Расход продуктов сгорания из рассматриваемого объема в соседние области (в том числе в окружающую среду G_{2i}) устанавливается при расчете граничных условий для канальной области.

В уравнениях дополнительно обозначено:

– $\alpha_{в2}, \alpha_{т2}$ – массовые концентрации продуктов горения воспламенительной навески и топлива в газовой смеси, размещенной в рассматриваемом объеме;

– $c_{pт}, c_{vт}$ – значения удельных теплоемкостей для продуктов сгорания топлива;

– $Q_к, Q_т$ – потери тепла от продуктов сгорания в корпус ТРДУ и в поверхностный слой твердого топлива;

– $\rho_т$, $H_т$, $u_{1т}$, $\nu_т$ – соответственно, плотность топлива, его теплосодержание и коэффициенты в законе для скорости горения топлива;

– δ – параметр, учитывающий поступление продуктов сгорания от системы воспламенения ($\delta = 1$, если есть поступление продуктов сгорания от системы воспламенения; $\delta = 0$, если система воспламенения завершила свою работу).

Дифференциальные уравнения, записанные выше, решаются при начальных условиях, заданных для интегрируемых переменных:

$$\rho_1\left(0\right) = \rho_{10},\; \rho_2\left(0\right) = \rho_{20},$$

$$\alpha_{в1}\left(0\right) = 0,\; \alpha_{в2}\left(0\right) = 0,\; \alpha_{т2}\left(0\right) = 0,$$

$$E_1\left(0\right) = E_{10},\; E_2\left(0\right) = E_{20},$$

$$W_1\left(0\right) = W_{10},\; W_2\left(0\right) = W_{20}.$$

Следует заметить, что возможны и другие варианты постановки задачи о выборе параметров ВУ. Например, в [10] задача математического программирования решалась для ВУ, в составе которого используется катализатор, и закон для определения тепловых потоков от продуктов сгорания в топливный заряд неизвестен. В [11] подобная задача решалась при выборе проектных параметров газогенератора, используемого в составе автомобильной «подушки безопасности».

3. Задача об определении нестационарной скорости горения гомогенного или ультрадисперсного твердого топлива.

Расчет нестационарной скорости горения топлива является актуальной задачей в регулируемых РДТТ [12], при проектировании узлов отсечки тяги двигателей [13] и др. В [14] отмечается, что единственное решение математической задачи о нестационарной скорости горения твердого топлива может быть обеспечено, если задано некоторое условие, называемое условием горения. Условие горение предлагается использовать в виде

$$a_1 \cdot \left(T(t,0) + a_2 \frac{\partial T(t,0)}{\partial x} \right) + b_1 \cdot \left(\varphi(t,0) + b_2 \frac{\partial \varphi(t,0)}{\partial x} \right) = \theta(p),$$

связывающим температуру $T(t,0)$ и градиент температуры $\dfrac{\partial T(t,0)}{\partial x}$, глубину химической реакции $\varphi(t,0)$ и градиент глубины химической реакции $\dfrac{\partial \varphi(t,0)}{\partial x}$ на поверхности топлива с величиной давления в камере сгорания двигателя. Значения коэффициентов a_1, a_2, b_1, b_2 и функция $\theta(p)$ устанавливаются из эксперимента. В частном случае значения перечисленных коэффициентов могут быть приняты такими: $a_1 = 1, a_2 = 0,\ b_1 = 0, b_2 = 0.$ В этом случае значение функции $\theta(p)$ следует понимать как температуру кипения жидкого расплава топлива (температура на поверхности горящего топлива, зависящая от давления в камере сгорания РДТТ).

Функцию $\theta(p)$ следует установить из экспериментов, представив ее, например, в виде

$$\theta(p) = \theta_{\text{н}} \frac{(p-p_1)(p-p_2)\ldots(p-p_N)(p-p_{\text{к}})}{(p_{\text{н}}-p_1)(p_{\text{н}}-p_2)\ldots(p_{\text{н}}-p_N)(p_{\text{н}}-p_{\text{к}})} + \sum_{i=1}^{N} \theta_i \frac{(p-p_{\text{н}})(p-p_1)\ldots(p-p_{i-1})(p-p_{i+1})\ldots(p-p_N)(p-p_{\text{к}})}{(p_i-p_1)(p_i-p_2)\ldots(p_i-p_{i-1})(p_i-p_{i+1})(p_i-p_N)(p_i-p_{\text{к}})} + \theta_{\text{к}} \frac{(p-p_{\text{н}})(p-p_1)\ldots(p-p_{N-1})(p-p_N)}{(p_{\text{к}}-p_1)(p_{\text{к}}-p_2)\ldots(p_{\text{к}}-p_{N-1})(p_{\text{к}}-p_N)}.$$

Здесь $(p_{\text{н}}, p_{\text{к}})$ – интервал давлений в камере РДТТ, для которого устанавливается нестационарная скорость горения твердого топлива; p_i – промежуточные значения давления, определяемые зависимостью

$$p_i = \frac{p_{\text{н}} + p_{\text{к}}}{2} + \frac{p_{\text{н}} - p_{\text{к}}}{2} \cos \frac{2i-1}{2N} \pi,\ i = 1, N.$$

Записанная формула для вычисления p_i обеспечивает наименьшую погрешность при использовании интерполяционной формулы Лагранжа [15]. Теперь задачу об определении условия горения твердого топлива можно свести к определению температур $\theta_{\text{н}}, \theta_{\text{к}}, q_1, \theta_2, \ldots, \theta_i, \ldots \theta_N$ на поверхности горящего твердого топлива, соответствующих значениям давления $p_{\text{н}}, p_{\text{к}}, p_1, p_2, \ldots, p_i, \ldots p_N$. Для их определения следует сравнить расчетные $u_{\text{т}}(t)$ и экспериментальные $u_{\text{эксп}}(t)$ значения скорости горения топлива, полученные при проведении серии из M экспериментов, выполненных при различных законах изменения $p(t)$.

Задача математического программирования окончательно формулируется так: установить значения температур $\theta_{\text{н}}, \theta_{\text{к}}, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_i, \ldots \theta_N$, удовлетворяющих минимуму целевой функции

$$\min \Phi(\theta_{\text{н}}, \theta_{\text{к}}, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_i, \ldots \theta_N) = \sum_{j=1}^{M} \int_{t_0}^{t_k} \left(u_{\text{т}\,j}(t) - u_{\text{эксп}\,j}(t) \right)^2 dt$$

при следующих ограничениях на значения неизвестных $\theta_{\text{н}}, \theta_{\text{к}}, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_i, \ldots \theta_N$:

$$T_0 < \theta_{\text{н}} < \theta_{\text{к}} < \theta_1 < \theta_2 < \ldots < \theta_i < \ldots < \theta_N < T_{\max}.$$

Значения $u_{\text{т j}}(t)$, необходимые для расчета целевой функции, устанавливаются решением задачи о нестационарной скорости горения твердого топлива при переменном давлении в камере сгорания, которая в случае отсутствия твердофазной химической реакции записывается в виде [16]

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} - u_{\text{т}} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial T}{\partial x},$$

$$T(x,0) = T_{\text{н}},$$

$$\lambda \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = q_{\Sigma},\ \lambda \frac{\partial T(\infty,t)}{\partial x} = 0.$$

Заметим, что подобная рассмотренной задача идентификации успешно решена в [17] при определении коэффициентов в законе регулирования для твердотопливной регулируемой двигательной установки.

Подводя итоги, следует отметить следующее:

– формулирование обратных задач, задач идентификации, возникающих в технических приложениях, как задач математического программирования позволяет применить хорошо развитый математический аппарат для получения оптимального технического решения;

– трудоемкость решения сформулированной задачи математического программирования в существенной степени определяется расчетом используемой целевой функции.

Библиографические ссылки

1. *Моисеев Н. Н.* Математические задачи системного анализа. – М. : ЛИБРОКОМ, 2012. – 488 с.

2. *Алиев А. В.* Математическое моделирование в энергомашиностроении. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2001. – 164 с.

3. *Алиев А. В.*, *Мищенкова О. В.* Математическое моделирование в технике. – Ижевск : Ин-т компьютерных иссл., 2012. – 456 с.

4. *Липанов А. М.*, *Алиев А. В.* Проектирование ракетных двигателей твердого топлива. – М. : Машиностроение, 1995. – 400 с.

5. Там же.

6. *Ерохин Б. Т.* Теория и проектирование ракетных двигателей. – СПб. : Лань, 2015. – 608 с.

7. *Косточко А. В.*, *Казбан Б. М.* Пороха, ракетные твердые топлива и их свойства. – М. : ИНФРА-М, 2014. – 400 с.

8. Твердотопливные регулируемые двигательные установки / РАРАН ; Ю. С. Соломонов, А. М. Липанов, А. В. Алиев, А. А. Дорофеев, В. И. Черепов. – М. : Машиностроение, 2011. – 416 с.

9. Там же.

10. *Алиев А. В.*, *Сарабьев В. И.*, *Бабин В. И.* Применение методов математического программирования при решении задач о выходе РДТТ на режим квазистационарной работы // Внутрикамерные процессы и горение в установках на твердом топливе и в ствольных системах : 4-я междунар. конф. – Ижевск : Изд-во ИПМ УрО РАН. – С. 36–45.

11. *Алиев А. В.*, *Саушин П. Н.* Подушки безопасности: вопросы баллистического проектирования // Автомобильная промышленность. – 2008. – № 5. – С. 32–35.

12. *Алиев А. В.*, *Лошкарев А. Н.*, *Черепов В. И.* Математическая модель работы регулируемого РДТТ // Химическая физика и мезоскопия. – 2006. – Т. 8, № 3. – С. 311–320.

13. Внутренняя баллистика РДТТ / РАРАН ; А. В. Алиев, Г. Н. Амарантов, В. Е. Ахмадеев [и др.]. – М. : Машиностроение, 2007. – 504 с.

14. *Соркин Р. Е.* Газотермодинамика РДТТ. – М. : Наука, 1967. – 368 с.

15. *Демидович Б. П.*, *Марон И. А.* Основы вычислительной математики. – М. : Наука, 1966. – 664 с.

16. Численный эксперимент в теории РДТТ // А. М. Липанов, В. П. Бобрышев, А. В. Алиев [и др.]. – Екатеринбург : Наука, 1994. – 302 с.

17. Идентификация математических моделей работы ТРДУ с использованием экспериментальных результатов // А. В. Алиев, О. В. Мищенкова, А. Г. Перемысловская, В. И. Черепов // Вестник ИжГТУ. – 2008. – № 2. – С. 45–47.

Получено 10.03.2016