

УДК 536.21(045)

С. М. Перевозчиков, кандидат физико-математических наук, НПО «Эксан», Ижевск  
 Л. Д. Загребин, доктор физико-математических наук, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова  
 А. М. Артанов, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ ОБРАЗЦОВ В ФОРМЕ ЦИЛИНДРА

Импульсный метод измерения [1] с применением лазерного воздействия широко используется в настоящее время для определения теплофизических характеристик (ТФХ) материалов (коэффициента температуропроводности  $a$  и удельной теплоемкости  $c$ ). При этом в процессе экспериментов используются образцы самой различной формы: пластина [2], полусфера [3], сфера [4], цилиндр [5], полубесконечный массив (массивное тело с плоской гранью) [6]. При измерениях ТФХ жидкостей применяются методы, использующие образцы в форме сферы (данную форму жидкое тело принимает вследствие действия сил поверхностного натяжения) [7]. Однако вследствие действия множества факторов, таких как, например, гравитационные силы, вибрация, взаимодействие с подложкой, форма образца искажается, что приводит к погрешностям измерений. При таких измерениях желательно использовать образцы, находящиеся в контейнере (тигле). Наиболее распространенной формой такого контейнера является цилиндр.

В настоящей работе рассматривается теоретическое обоснование импульсного метода измерения ТФХ с образцом в форме цилиндра и точкой съема температурного сигнала с боковой поверхности цилиндра.

Рассмотрим тепловую модель образца (рис. 1) в форме цилиндра радиусом  $R_0$  и длиной  $d$ , выполненного из материала с температуропроводностью  $a$ , теплоемкостью  $c$  и плотностью  $\rho$ . На переднюю поверхность цилиндра действует мгновенный осесимметричный тепловой импульс с функцией плотности энергетического распределения от расстояния от оси  $r$ :

$$q = q_0 \exp\left(-\frac{r^2}{k^2}\right), \quad (1)$$

где  $k$  – коэффициент, имеющий смысл расстояния от центра луча, на котором плотность энергии уменьшается в  $e$  раз. Начальную температуру образца примем равной нулю.

При указанных выше допущениях будем искать решение уравнения теплопроводности (в цилиндрических координатах) [8, 9]:

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (2)$$

при начальных условиях

$$T|_{t=0} = f(z)q(r), \quad (3)$$

где

$$f(z) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 < z \leq g, \\ c\rho g & \text{при } g < z \leq d \\ 0 & \end{cases} \quad (4)$$

при  $g \rightarrow 0$ ;  $q(r)$  – функции пространственного распределения энергии в воздействующем импульсе.

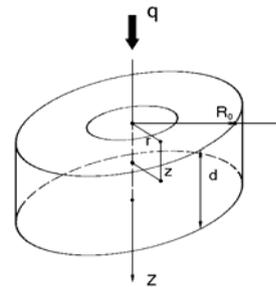


Рис. 1. Тепловая модель образца в форме цилиндра

Граничные условия, соответствующие полной теплоизоляции, запишутся как

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=d} = \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_0} = 0. \quad (5)$$

Так как при воздействии короткого теплового импульса возможен сильный перегрев поверхности  $z = 0$ , необходимо также рассмотреть модель, учитывающую теплообмен с этой поверхностью. В этом случае граничные условия можно записать как

$$\left. \begin{aligned} \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} &= -hT \\ \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=d} &= \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{z=R_0} = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где  $h = \frac{\alpha}{\lambda}$ ;  $\alpha$  – коэффициент поверхностной теплоотдачи;  $\lambda$  – теплопроводность.

Температурное поле при отсутствии теплообмена запишется в виде

$$T = \frac{2q_0}{dcp} \left( 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos\left(\frac{\pi m z}{d}\right) \exp\left(-a \frac{\pi^2 m^2}{d^2} t\right) \right) \times \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{J_0^2(v_l)} \int_0^1 \exp\left(-\frac{R_0^2}{k^2} y^2\right) J_0(v_l y) y dy \times J_0\left(v_l \frac{r}{R_0}\right) \exp\left(-a \frac{v_l^2}{R_0^2} t\right), \quad (7)$$

а с наличием теплообмена – как

$$T = \frac{2q_0}{dcp} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\alpha_m^2}{\alpha_m^2 + k^2 d^2 + k d} \times \left( \cos \alpha_m \frac{z}{d} + \frac{k d}{\alpha_m} \sin\left(\alpha_m \frac{z}{d}\right) \right) \exp\left(-\alpha_m^2 \frac{at}{d^2}\right) \times \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{J_0^2(v_l)} \int_0^1 \exp\left(-\frac{R_0^2}{k^2} y^2\right) J_0(v_l y) y dy \times J_0\left(v_l \frac{r}{R_0}\right) \exp\left(-v_l^2 \frac{a}{R_0^2} t\right). \quad (8)$$

При рассмотрении температурного сигнала с боковой поверхности цилиндра решение задачи в безразмерных координатах запишется в виде

$$\theta = \left( 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos\left(\pi m \frac{z}{d}\right) \exp\left(-\pi^2 m^2 Fo\right) \right) \times \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{J_0^2(v_l)} \int_0^1 \exp\left(-\frac{R_0^2}{k^2} y^2\right) J_0(v_l y) y dy \times J_0\left(v_l \frac{r}{R_0}\right) \exp\left(-v_l^2 \frac{d^2}{R_0^2} Fo\right) \quad (9)$$

при отсутствии теплообмена (5) и как

$$\theta = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\alpha_m^2}{\alpha_m^2 + Bi^2 + Bi} \times \left( \cos\left(\alpha_m \frac{z}{d}\right) + \frac{Bi}{\alpha_m} \sin\left(\alpha_m \frac{z}{d}\right) \right) \exp\left(-\alpha_m^2 Fo\right) \times \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{J_0^2(v_l)} \int_0^1 \exp\left(-\frac{R_0^2}{k^2} y^2\right) J_0(v_l y) y dy \times J_0\left(v_l \frac{r}{R_0}\right) \exp\left(-v_l^2 \frac{d^2}{R_0^2} Fo\right) \quad (10)$$

в случае наличия теплообмена (6), где  $Fo = \frac{at}{d^2}$ ;

$Bi = hd$ ;  $\theta = \frac{Tcpd}{2q_0}$ ;  $J_0(v_l y)$  – функция Бесселя нулевого порядка;  $\alpha, v$  – корни характеристического уравнения.

Кривые зависимости безразмерной температуры от безразмерного времени  $\theta(Fo)$  для различных соотношений  $z/d$  параметров образца показаны на рис. 2.

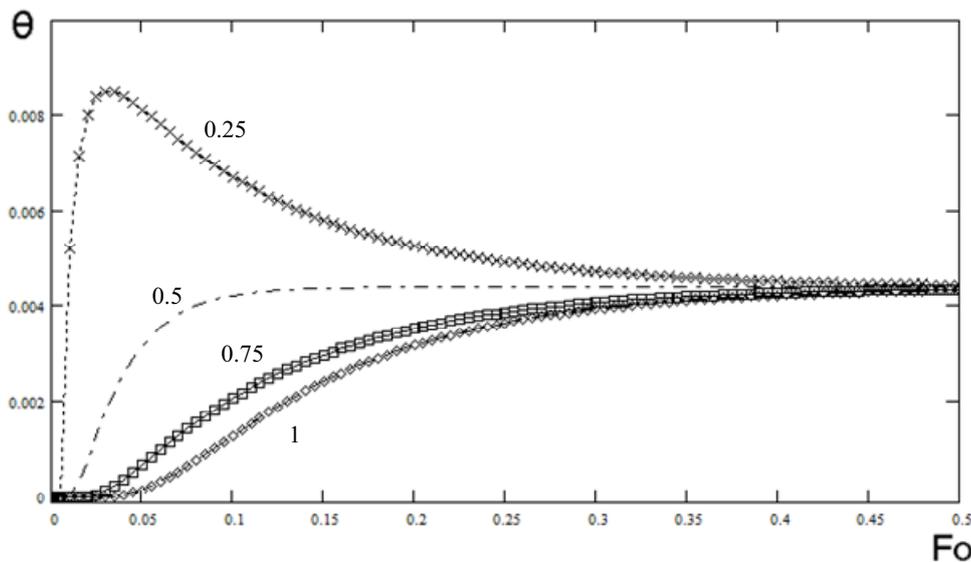


Рис. 2. Зависимость безразмерной температуры от безразмерного времени  $\theta(Fo)$  для различных соотношений  $z/d, k/d = 10 (Bi = 0)$

Определение температуропроводности производится по времени достижения экспериментальной

кривой половины максимального значения и вычисляется по формуле

$$a = \frac{Fo_{1/2} d^2}{t_{1/2}}, \quad (11)$$

где  $Fo_{1/2}$  – безразмерное время (критерий Фурье), соответствующее достижению безразмерной температурой (безразмерным сигналом) половины максимального значения;  $t_{1/2}$  – время, соответствующее достижению экспериментальной кривой половины максимального значения.

Найденное решение рассмотренной задачи позволяет обосновать методику определения температуропроводности для образцов в форме цилиндра.

#### Библиографические ссылки

1. Flash method of determining thermal diffusivity, heat capacity and thermal conductivity / W. J. Parker, R. S. Jenkins, C. P. Buttler, G. L. Abbott // J. Applied. Phys. – 1961. – Vol. 32. '9. – Pp. 1679–1684.

2. *Перевозчиков С. М., Загребин Л. Д.* Автоматизированная система измерения теплофизических параметров металлов и сплавов // Приборы и техника эксперимента. – 1998. – № 3. – С. 155–158.

3. Температуропроводность и теплопроводность твердого и жидкого олова / В. Е. Зиновьев, А. А. Баскакова, Л. Д. Загребин [и др.] // ИФЖ. – 1973. – Т. 25, № 3. – С. 490–494.

4. *Каракулов О. Е., Загребин Л. Д., Шабанова И. Н.* Измерение температуропроводности образцов в виде шара. Система Fe-Sn // ТВТ-2010. – Т. 48. – № 3. – С. 368–372.

5. *Загребин Л. Д., Перевозчиков С. М., Лялин В. Е.* Высокотемпературное пирометрическое измерение температуропроводности импульсным методом // Теплофизика высоких температур. – 2002. – Т. 40, № 4.

6. *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. – М., 1967.

7. *Каракулов О. Е., Загребин Л. Д., Шабанова И. Н.* Указ. соч.

8. *Козлов В. П.* Двумерные осесимметричные нестационарные задачи теплопроводности. – Минск, 1986.

9. Методы определения теплопроводности и температуропроводности / А. Г. Шашков, Г. М. Волохов [и др.]. – М.: Энергия, 1973.

Получено 15.03.2016

УДК: 621.396.13

Д. Ю. Поленов, аспирант, ОАО «Научно-производственное объединение измерительной техники», г. Королев

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ СРЕДСТВ ПОСТРОЕНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ РАДИОСВЯЗИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MATLAB

Для правильного выбора решений по организации системы радиосвязи разработчику необходимо рассмотреть ее основные характеристики, влияющие факторы, условия распространения сигнала, а также предусмотреть способы нейтрализации дестабилизирующих сил. Чтобы сделать это как можно ближе к действительным условиям, предлагается смоделировать параметры радиопередачи (модуляция несущей, необходимость внедрения ко-

дирования, его способ) в реальном времени, исследовать влияние дестабилизирующих факторов, присутствующих при радиопередаче (шум в канале связи, изменение отношения сигнал – шум и др. [1]), а именно: создать компьютерную модель системы радиосвязи.

Упрощенное изображение системы радиопередачи информации [2] приводится схематически, что соответствует рис. 1.

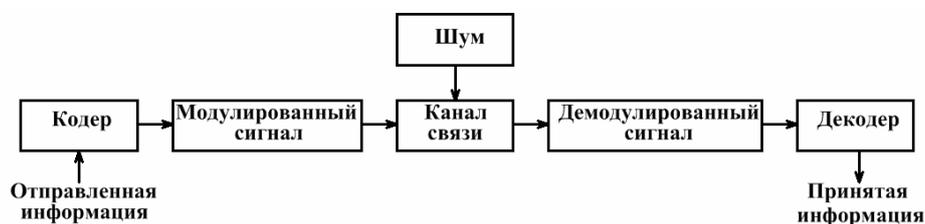


Рис. 1. Упрощенная модель системы радиопередачи информации

Отправляемая информация поступает на вход кодера, который для повышения достоверности и помехозащищенности ее кодирует. С помощью модулированной закодированными данными несущей частоты информация передается по каналу связи, в котором присутствует шум. Смесь модулированно-

го сигнала и шума поступает на приемную сторону, где производится выделение информационного сигнала из несущего. Полученный сигнал декодируется, и в результате получают оценки первоначально передаваемых данных.