

со скалярными коэффициентами c_k , d_k . При помощи тестирования на компьютере был выбран третий шаблон, так как на основании решения задач с разными шаблонами был сделан вывод, что числа M и B , фигурирующие в (9) и (10), получаются наименьшими при решении поставленной задачи методом каскадной декомпозиции именно с помощью использования тригонометрических функций, и ограничения (9) и (10) получаются менее жесткими, что расширяет круг решаемых задач.

Условия (9) и (10), однако, являются всего лишь достаточными условиями ограниченности функции управления. Взяв какие-либо краевые условия, удовлетворяющие неравенству (9) или (10), и решив задачу методом каскадной декомпозиции, можно заметить, что нужный компонент функции управления $u_l(t)$ на отрезке $[0, T]$ по модулю значительно меньше, чем требуется, т. е. поставлены слишком жесткие ограничения на краевые условия для функции состояния системы. Поэтому условия (9) или (10) в таком случае можно смягчить.

Улучшение оценки для краевых значений состояния системы

Если для компоненты $u_l(t)$, построенной для задачи с краевыми условиями, удовлетворяющими оценке (9) или (10), получено неравенство $|u_l(t)| \leq \frac{c}{\alpha}$, $t \in [0, T]$, где $\alpha > 1$, то соответствующие ограничения можно смягчить, взяв вместо условий (2) условия

$$x(0) = \alpha x_0, \quad x(T) = \alpha x_T. \quad (11)$$

Действительно, если $w_l(t)$ есть l -я компонента управляющей функции $u(t)$, удовлетворяющая условиям (11), то

Получено 14.03.2016

$$\begin{aligned} |w_l(t)| &= \\ &= \left| \varphi_1(t) \alpha x_1^0 + \dots + \varphi_n(t) \alpha x_n^0 + \varphi_{n+1}(t) \alpha x_1^T + \dots + \varphi_{2n}(t) \alpha x_n^T \right| \leq \\ &\leq \alpha \left| \varphi_1(t) x_1^0 + \dots + \varphi_n(t) x_n^0 + \varphi_{n+1}(t) x_1^T + \dots + \varphi_{2n}(t) x_n^T \right| = \\ &= \alpha |u_l(t)| \leq \alpha \frac{c}{\alpha} = c. \end{aligned}$$

Таким образом, показано, как можно найти условия, достаточные для того, чтобы сделать нужный компонент функции управления линейной стационарной динамической системой ограниченным по модулю. Более того, показана возможность корректировки краевых значений функции состояния системы, а также поиска оптимального шаблона. Таким образом можно решать достаточно широкий класс задач техники, экономики и других сфер деятельности. При этом функции управления находятся, в отличие от результатов других авторов, в непрерывном виде, что исключает наличие точек переключения.

Библиографические ссылки

1. Черноусько Ф. Л. Управление системой с одной степенью свободы при сложных ограничениях // Прикладная математика и механика. – 1999. – Т. 63, Вып. 5. – С. 707–715.
2. Каменецкий В. А. Синтез ограниченного управления для n -кратного интегратора // Автоматика и телемеханика. – 1991. – № 6. – С. 33–40.
3. Коробов В. И. Общий подход к решению задачи синтеза ограниченных управлений в задаче управляемости // Матем. сб. – 1979. – Т. 109(151), № 4(10). – С. 582–606.
4. Зубова С. П. О критериях полной управляемости дескрипторной системы. Полиномиальное решение задачи управления при наличии контрольных точек // Автомат. и телемех. – 2011. – № 1. – С. 27–41.
5. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3 т. – Физматлит, 2003. – Т. 2. – 335 с.

УДК 51.77

М. А. Сполохова, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова
С. Б. Пономарев, доктор медицинских наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова
М. Е. Вострокнутов, аспирант, Ижевская государственная медицинская академия
И. А. Саркисян, магистрант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПРОГНОЗА РАЗВИТИЯ СПИДА У ВИЧ-ИНФИЦИРОВАННЫХ ПАЦИЕНТОВ

Известно, что вопросы прогнозирования развития финальной стадии ВИЧ-инфекции – синдрома приобретенного иммунодефицита (СПИД) – на сегодня разработаны явно недостаточно [1, 2] в связи с наличием большого числа параметров, влияющих на течение ВИЧ-инфекции [3, 4, 5, 6]. Особенно актуально это для мест

лишения свободы, где имеется немало специфических факторов, которые могут ускорить время развития СПИДа [7].

Целью исследования явилась разработка метода прогноза развития СПИДа у ВИЧ-инфицированных пациентов посредством математической зависимости.

В соответствии с концепцией разработки прогноза [8] изначально в качестве входных переменных было рассмотрено 49 регрессоров (x_i) – ведущих характеристик состояния здоровья ВИЧ-инфицированных, содержащихся в местах лишения свободы в Российской Федерации. В качестве результирующего фактора взята переменная (y), отражающая динамику заболевания в течение года после проведенного исследования. При этом за единицу принималось стабильное состояние больного, а цифре 5 соответствовало стремительное развитие СПИДа с последующим летальным исходом заболевания.

Статистическая база данных, на основе которых было проведено моделирование зависимости $y = f(x_i)$ включала 30 наблюдений. Группа проверки включала 37 наблюдений.

Построение математической зависимости, в которой отобраны факторы x_i , оказывающие весомое влияние на значение y , осуществлялось с помощью процедуры пошагового включения фактора в регрессионную линейную зависимость $y = f(x_i)$. В результате из 49 регрессоров были отобраны 4, которые вносят наибольший вклад в объяснение вариации зависимой переменной.

Математическая формула учитывала формализацию жалоб пациента (наличие кашля, болей в мышцах, снижение аппетита), кроме того, дополнительно путем перкуссии измерялась граница печени по срединно-ключичной линии по классической методике М. Г. Курлова (1927) [9].

Методом наименьших квадратов определялись коэффициенты в линейной регрессии вида

$$y = \alpha_1 t_1 + \alpha_2 t_2 + \alpha_3 t_3 + \alpha_4 t_4 + \alpha_5 t_5 + \alpha_6 t_6 + \alpha_7 t_7 + e, \quad (1)$$

где y – интегральный индекс; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ – весовые коэффициенты; t_1, t_2, t_3, t_4 – измеряемые параметры; e – остатки.

В случае если y был ниже 3 единиц, прогнозировался низкий риск развития СПИДа в течение ближайшего года; при значении y в пределах $3 \leq y \leq 4$ единиц – средний риск развития СПИДа в течение ближайшего года; при значении y выше 4 единиц прогнозировали высокий риск развития СПИДа в течение ближайшего года наблюдения.

Для оценки адекватности построенной зависимости использовался коэффициент детерминации R^2 (отношение объясненной дисперсии к общей):

$$R^2 = \frac{RSS}{TSS}, \quad (2)$$

где

$$RSS = \sum_{i=1}^T (y_i^{\text{mod}} - \bar{y})^2; \quad TSS = \sum_{i=1}^T (y_i - \bar{y})^2. \quad (3)$$

Если $R^2 = 0$, то регрессия не улучшает качество предсказаний y_i^{mod} по сравнению с тривиальным предсказанием \bar{y} . Если же $R^2 = 1$, то говорят о точной подгонке зависимости, т. е. все точки наблюдений удовлетворяют уравнению регрессии.

Коэффициент детерминации $R^2 = 0,783$, это говорит о том, что 4 регрессора оценивают 78,3 % вариации результата.

Для определения степени значимости коэффициентов регрессионной зависимости, следовательно, и значимости всей зависимости использовалась статистика Фишера F :

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \frac{n - k}{k - 1}, \quad (4)$$

где n – количество наблюдений; k – количество оцениваемых параметров.

Выдвигают основную и альтернативную гипотезы:

$$H_0 : \beta_i = 0; \quad (5)$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0. \quad (6)$$

При выполнении основной гипотезы статистика F имеет распределение Фишера с $(k - 1, n - k)$ степенями свободы. Величину F сравнивают с табличным значением $F_{\alpha}(k - 1, n - k)$ на уровне значимости α . Если $F < F_{\text{табл}}(k - 1, n - k)$, то принимают основную гипотезу о равенстве коэффициентов регрессии нулю. Если $F > F_{\text{табл}}(k - 1, n - k)$, то основную гипотезу отвергают в пользу альтернативной.

Для оцененной зависимости критерий Фишера составил 3,17. Вероятность случайно получить такое значение F -критерия не превышает допустимый уровень значимости 5 %. Следовательно, полученное значение критерия Фишера подтверждает статистическую значимость зависимости.

Дополнительно была рассчитана средняя относительная ошибка аппроксимации по формуле

$$\bar{\delta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{y - y^{\text{mod}}}{y} \right| \cdot 100 \%, \quad (7)$$

где N – количество наблюдений; y^{mod} – модельное значение показателя.

Средняя относительная ошибка аппроксимации составила 8,2 %. При проверке зависимости на контрольной подгруппе носителей ВИЧ-инфекции наблюдались приемлемые значения коэффициента корреляции $r = 0,58$ между прогнозируемыми и реальными значениями прогностического индекса.

Таким образом, в ходе исследований была получена методика, которая с приемлемой точностью может свидетельствовать о риске развития СПИДа у ВИЧ-инфицированных пациентов, отбывающих наказание в виде лишения свободы в исправительных учреждениях Федеральной службы исполнения наказаний Российской Федерации. В настоящее время метод проходит патентную регистрацию (регистрационный номер заявки RU 2015123255 от 18 июня 2015 г.). Предполагается, что использование данного метода поможет пенитенциарным врачам вовремя принимать должные лечебные меры к больным с вы-

соким прогностическим индексом, предотвращая реализацию негативного прогноза.

Библиографические ссылки

1. Наумов О. Ю., Лузин П. М. Методологический подход к прогнозированию заболеваемости ВИЧ-инфекцией на территории Пермской области // Актуальные вопросы ВИЧ-инфекции на Урале. – Екатеринбург, 1995. – С. 45–48.

2. Троценко О. Е., Старостина И. С., Богач В. В. Клинико-лабораторные критерии прогрессирования ВИЧ-инфекции среди лиц из мест лишения свободы. – Хабаровск, 2004. – 49 с.

3. Пат. на изобретение RU 2444299 от 10.03.2012. Способ прогнозирования варианта течения ВИЧ-инфекции у детей / В. Б. Денисенко, Э. М. Симованьян.

4. Пат. на изобретение RU 2454941 от 10.07.2012. Способ прогнозирования варианта течения ВИЧ-инфекции у детей / Э. М. Симованьян, В. Б. Денисенко.

Получено 06.05.2016

5. Пат. на изобретение RU 2306566 от 20.09.2007. Способ прогноза быстрого прогрессирования заболевания у больных ВИЧ-инфекцией / Ю. М. Амбалов, Л. П. Сизякина, С. Д. Перепечай.

6. Пат. на изобретение RU 2297787 от 27.04.2007. Способ прогнозирования уровня заболеваемости ВИЧ-инфекцией в регионе / В. В. Табаков, В. В. Никитин.

7. Жевагина Н. А., Железнякова Л. А. Особенности течения сочетанной инфекции ВИЧ и туберкулеза у больных в пенитенциарной системе // Пенитенциарная медицина: история, современное состояние и перспективы развития: сб. материалов конф., посвященной 10-летию филиала (г. Ижевск) ФКУ НИИ ФСИН России (5 сентября 2015 г.). – С. 88–90.

8. Пономарев С. Б., Лецинский Л. А., Русяк И. Г. Очерки прогнозирования в кардиологии. – Ижевск, 2000. – 192 с.

9. Курлов М. Г. Клинические лекции по внутренним болезням. – Томск, 1927. – 201 с.

УДК 519.63 : 629.7

О. В. Мищенко, кандидат физико-математических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ВЫБОРА ПРИ АНАЛИЗЕ ПРОЦЕССОВ В ТВЕРДОТОПЛИВНЫХ ДВИГАТЕЛЯХ

Задачи выбора часто встречаются в технических приложениях. В частности, постановка технической задачи как задачи выбора может применяться при решении обратных задач проектирования, в которых имеется необходимость выбора геометрии и других параметров технического объекта в соответствии с имеющимся техническим заданием. Другой пример – выбор недостающей в математической модели процессов информации по косвенным данным,

например, по результатам экспериментов. В [1–4] приводятся примеры формулировки задач выбора применительно к летательной технике. Ниже приводятся методы решения задач выбора на примере математической модели внутрикамерных процессов в твердотопливном двигателе.

Для твердотопливного двигателя, конструктивная схема которого представлена на рис. 1, рассмотрим задачу о начальном этапе его работы.

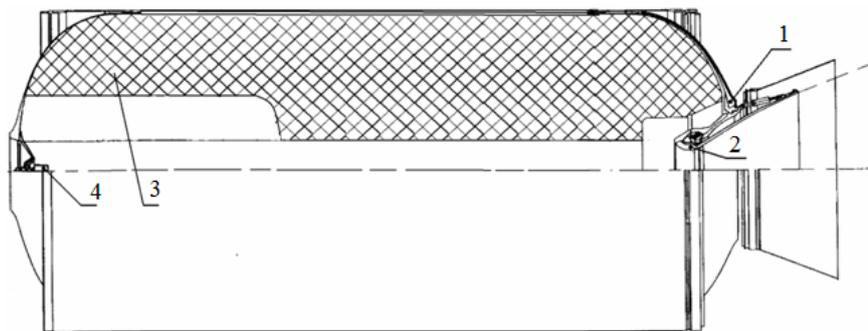


Рис. 1. Конструктивная схема ДУ с зарядом канального типа:

1 – корпус ДУ; 2 – сопловой блок; 3 – топливный заряд; 4 – инициирующее устройство

В отличие от [5] задача о выходе двигательной установки на квазистационарный режим должна быть решена по крайней мере в одномерной постановке, что позволило бы установить момент зажигания топливного заряда и скорость распространения пламени по его поверхности, влияние

которых на зависимость давления от времени $p(t)$ в камере двигателя на начальном этапе его работы велика.

В соответствии с [6–8] уравнения внутрикамерных процессов в одномерной нестационарной постановке запишутся в виде