Принятие усложнения проектирования определяет направленность *методов дизайна* на полистилизм, поиск глубинного содержания средствами концептуального дизайна, «сюжетно-иконического подхода» и метода «нового эмпиризма». *Сиинтетическое проектное мышление становится возможным благодаря* метафорической направленности художественно-образного мышления и *«образно-чувственного» познания*. Понимание проектной целостности воплощается в *комплексном подходе* к проектированию.

Библиографические ссылки

1. *Гриншпун И. Б.* Введение в психологию. – М. : Международная педагогическая академия, 1994. – 152 с.
2. *Козлов Н. И.* Культурно-историческая теория Л. С. Выготского // Психологос: энцикл. практ. психологии. – URL: http://www.psychologos.ru/articles/view/kulturno-istoricheskaya_teoriya_l.s._vygotskogo (дата обращения: 22.11.2015).
3. *Сергиенко Е. А.* Природа субъекта: онтогенетический аспект. – URL: http://rubinstein-society.ru/cntnt/nauchnie-raboti/sovremennie-issl/sovremennie-issl-2/e-a-sergienko.html (дата обращения: 15.02.2016).
4. *Брушлинский А. В.* Проблема субъекта в психологической науке (статья третья) // Психол. журн. – 1993. – Т. 14, № 6. – С. 3–15.
5. *Петровский В. А.* Личность в психологии: парадигма субъектности. – Ростов н/Д, 1996. – 512 с.
6. *Богданович Н. В.* Субъект как категория отечественной психологии : дис. … канд. психол. наук: 19.00.01 / Богданович Наталья Владимировна. – М., 2004. – 168 с.
7. *Уилбер К.* Никаких границ. Восточные и западные пути личностного роста. – М. : АСТ, 2004. – 283 с.
8. *Черникова И. В.* Философия и история науки : учеб. пособие. – Томск : Изд-во НТЛ, 2011. – 388 с.
9. *Петровский В. А.* Указ. соч.
10. *Маньковская Н. Б.* Эстетика постмодернизма. – СПб. : Алетейя, 2000. – 347 с.
11. *Тейяр де Шарден П.* Феномен человека. – М. : АСТ, 2002. – 554 с.
12. *Ортега-и-Гассет Х.* Дегуманизация искусства // Эстетика. Философия культуры / вступ. ст. Г. М. Фриндлера ; сост. В. Е. Багно. – М. : Искусство, 1991. – С. 218–260.
13. *Буданов В. Г.* Методология синергетики в постнеклассической науке и в образовании. – М. : Изд-во ЛКИ, 2008. – 232 с.
14. *Баязит Н.* Изучая дизайн: обзор дизайн-исследований за последние 40 лет. – URL: http:// refdb.ru/look/1868438-pall.html (дата обращения: 15.02.2016).
15. *Ильин А. Н.* Субъект в пространстве философии постмодернизма // Информационный гуманитарный портал «Знание. Понимание. Умение». – URL: http://zpu-journal.ru/e-zpu/2010/1/Ilyin_Subject.htm (дата обращения: 23.07. 2010).
16. *Богданович Н. В.* Указ. соч.
17. *Курьерова Г. Г.* Итальянская модель дизайна. Проектно-поисковые концепции второй половины XX века. – М., 1993. – 150 с.
18. *Полях Е. А.* Постмодернизм и дизайн // Вестник Московского университета. – Сер. 7. Философия. – 1998. – № 5. – С. 85–97.
19. *Черникова И. В.* Указ. соч.
20. Там же.
21. *Налимов В. В.*, *Дрогалина Ж. А.* Реальность нереального. Вероятностная модель бессознательного. – М. : Мир идей, 1995. – 432 с.
22. Гуманитарно-художественные проблемы образа жизни и предметной среды // Тр. ВНИИТЭ. – Вып. 58. – М., 1989. – 144 с. – (Техническая эстетика).
23. *Черникова И. В.* Указ. соч.
24. *Преснецова И. С.* Размышления о мебели в жанре концептуального проектирования // Гуманитарно-художественные проблемы образа жизни и предметной среды : Тр. ВНИИТЭ. – Вып. 58. – М.,1989. – 144 с. – (Техническая эстетика).
25. *Курьерова Г. Г.* Указ. соч.
26. *Иконников А. А.* Одушевленная среда: народное жилище и современный интерьер // Советское декоративное искусство. – М. : Сов. художник, 1980. – С. 77–78.
27. *Генисаретский О. И.* Образ жизни и личностный рост: опыт экспозиции гуманитарно-экологической перспективы развития – URL: http://antropolog.ru/doc/persons/genis/genis.html (дата обращения: 31.03.2012).
28. *Генисаретский О. И.* Проектная культура и концептуализм // Социокультурные проблемы образа жизни и предметной среды. – М., 1987. – С. 39–53.
29. Там же.
30. *Черникова И. В.* Указ. соч.
31. Дизайн : иллюстрированный словарь-справочник / Г. Б. Минервин [и др.]. – М. : Архитектура-С, 2004. – 288 с.

Получено 11.04.2016

УДК 378.147

А. Г. Гейн, доктор педагогических наук, профессор, Институт математики и компьютерных наук Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, Екатеринбург
Е. М. Рекант, соискатель, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, Екатеринбург

ВОЗМОЖНОСТИ ДИАГНОСТИКИ УРОВНЯ РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ СТУДЕНТОВ В КУРСЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Развитие логического мышления относится к числу тех задач, которые ставятся перед системой образования, начиная, можно сказать, с дошкольного возраста. Разумеется, на каждой ступени образовательной лестницы имеется свое понимание уровня развития логического мышления у субъекта образовательного процесса. Так, для общеобразовательной школы уровень развития логического мышления обозначен освоением целого ряда так называемых универсальных учебных действий [1, с. 41]. В среднем звене школьного образования развитие логического мышления в значительной мере ассоциировано с математическими дисциплинами и во многом опирается на дедуктивное построение курса геометрии. В старшем звене полигон логических построений расширяется в область алгебры и начал анализа в связи с более основательным изучением функциональной линии. В этот же период в курсе информатики учащиеся изучают элементы математической логики (преимущественно в пределах алгебры высказываний), однако, как правило, без осознания учащимися связи с тем логическим аппаратом, который осваивался ими в математических курсах. Некоторые пути для совершенствования процесса развития логического мышления в общеобразовательной школе при изучении математики рассмотрены нами в [2], но мы не питаем иллюзий относительно скорого изменения существующего положения, когда выпускники школы демонстрируют довольно низкий уровень логического мышления.

Одна из ключевых проблем построения образовательного процесса, направленного на развитие у учащихся логического мышления, состоит в том, что такой процесс слабо поддержан объективными педагогическими (не психологическими!) процедурами диагностики. Цель данной статьи – продемонстрировать вариант объективного педагогического диагностического инструментария, позволяющего диагностировать проблемы в логическом мышлений студентов младших курсов при изучении математики. Мы останавливаемся именно на обучении математике, поскольку принято считать, что оно обладает в данном вопросе заметными преимуществами. В связи с этим отметим, что одним из основных математических предметов в большинстве вузов, где изучается математика, является математический анализ [3]. Поэтому курс математического анализа естественно рассматривать как базовый для решения проблемы развития логического мышления студентов.

Под логическим, или абстрактно-понятийным мышлением, понимают вид мыслительного процесса, в котором используются логические конструкции и готовые понятия. Чтобы воспользоваться этим определением для построения диагностических процедур, мы рассмотрим некоторые основные типы логических конструкций, применяемых в математических исследованиях. При этом мы ограничимся описанием только тех, для которых была построена соответствующая диагностическая процедура. Полный разбор всех логических конструкций и примеры построения методики для их освоения приведен в нашей статье [4]. Подчеркнем еще раз, что речь идет не о контроле того, как усвоены данные конструкции (это предмет обучения собственно логике), а о диагностике умения распознавать логические конструкции в математическом контексте, а также умения их использовать при решении математических задач. Мы сознательно ограничили круг математических задач теми, которые связаны с усвоением базовых понятий. С одной стороны, именно слабое понимание логических конструкций, заложенных в определениях математических понятий, нередко оказывается основной причиной проблем в освоении курса математики студентами младших курсов; с другой стороны, мы хотим продемонстрировать, что уже на этом материале возможна эффективная диагностика дефектов в логическом мышлении студентов.

В качестве инструмента диагностики нами использован тестовый подход. Хорошо известны преимущества тестирования для использования в диагностических целях: объективность, измеримость результатов, возможность применения статистических методов и т. д. Однако для диагностики уровня развития логического мышления тестовые технологии практически не применяются под тем предлогом, что они не дают возможность понять, как именно был получен студентом ответ на тестовое задание. В предлагаемых нами тестовых заданиях эта трудность, по нашему мнению, преодолена путем специально конструируемых дистракторов.

Начнем с рассмотрения того, какие именно логические конструкции представлены в нашей диагностике.

Импликативные рассуждения: построение логической цепочки, дедукция

Умение строить логические цепочки той или иной длины в первую очередь ассоциируется с обладанием развитым логическим мышлением. Более того, во многих работах именно способность выстраивать логические цепочки отождествляется с развитым логическим мышлением.

Понятие логической цепочки непосредственно связано с понятием дедукции. Напомним, что в математическом смысле дедукция – это вывод по правилам формальной логики; цепь умозаключений (рассуждение), звенья которой (высказывания) связаны отношением логического следования. Началом (посылками) дедукции являются аксиомы, постулаты или просто гипотезы, имеющие характер общих утверждений (общее), а концом – следствия из посылок, теоремы (частное). Если посылки дедукции истинны, то истинны и ее следствия. Дедукция – основное средство доказательства.

Разбор случаев

Разбор случаев – это фактически одно из утверждений математической логики, согласно которому если из A_1 следует B, из A_2 следует B, …, из A_n следует B, то из (A_1 или A_2 или … или A_n) тоже следует B. Как правило, в качестве A_1, A_2, …, A_n выбираются такие утверждения, чтобы в совокупности они исчерпывали описание всех возможных ситуаций, т. е. чтобы дизъюнкция (A_1 или A_2 или … или A_n) являлась истинным высказыванием.

На наш взгляд, умение выделять и правильно анализировать все возможные случаи – также важнейшая составляющая развитого логического мышления.

Конструктивные методы (построение примеров)

Построение конкретных примеров – едва ли не самый любимый метод рассуждений у студентов, применяемый далеко не всегда правомерно. В использовании этого метода необходимо учитывать три вещи, о которых они часто забывают:

1. Построенный пример является подтверждением существования, но никак не доказательством, что так происходит всегда. В то же время если пример не удается привести, это еще не значит, что его не существует в принципе – обоснование существования объекта с заданными свойствами может быть неконструктивным.

2. Приведенный пример, доказывающий существование одного из случаев, вовсе не говорит о том, что не может быть случаев других. Здесь мы возвращаемся к типу логических рассуждений, связанному с разбором случаев.

3. В случае когда надо опровергнуть утверждение, построение примера столь же продуктивно, как и при доказательстве существования: опровергая всеобщность некоторого свойства, мы доказываем, что существуют ситуации, когда имеет место его отрицание.

С точки зрения развития логического мышления правильное использование студентами данного инструмента означает понимание ими разницы между утверждениями с кванторными приставками всеобщности и существования.

Логический анализ определений

Логический анализ подразумевает выявление свойств математических объектов, которые заложены в определении этого объекта. Во многих случаях определение является конъюнкцией (реже дизъюнкцией) нескольких утверждений о свойствах определяемого объекта.

На практике студенты нередко либо не могут соотнести разные свойства, заложенные в определении или утверждении, т. е. учитывают одно свойство, но не замечают другого, либо, наоборот, делают «искусственную» конъюнкцию, т. е. пытаются привнести те свойства, которые на самом деле в определение не заложены. Еще более сложным для студентов оказывается в этом случае проверка, что некий объект не удовлетворяет определению.

Ниже приведен пример теста, позволяющего, на наш взгляд, диагностировать как предметные знания и умения, так и уровень развития логического мышления. Вопросы теста построены на начальных сведениях курса математического анализа (вообще говоря, известным даже выпускникам школы). Студенты воспринимают его именно как тест по математическому анализу, поэтому уровень развития логического мышления демонстрируется ими через те логические действия, которые приходится им выполнить для получения ответа. Поэтому диагностика (табл. 1) содержит три компонента: диагностику причин возникновения ошибок, перечисление проверяемых компонентов учебных достижений и проверяемых компонентов логического мышления. Ответ «да», прописанный в третьей строке таблицы, означает, что студент должен выбрать данный пункт в качестве правильного ответа, ответ «нет» – этот пункт не должен быть выбранным. Знак «+», проставленный в одной из клеток, означает правильный ответ тестируемого, знак «–» – ошибочный ответ. Диагностика определяется набором данных знаков, причем если некая клетка свободна от знака, это означает, что в данном случае диагностика зависит только от тех знаков, которые в этой строке выставлены.

Инструкция. В каждом задании укажите все правильные, на ваш взгляд, ответы.

Задание 1 (рис. 1, табл. 1).

Укажите те множества точек, изображенных линиями в декартовой системе координат, которые могут являться графиком функции y от аргумента x?

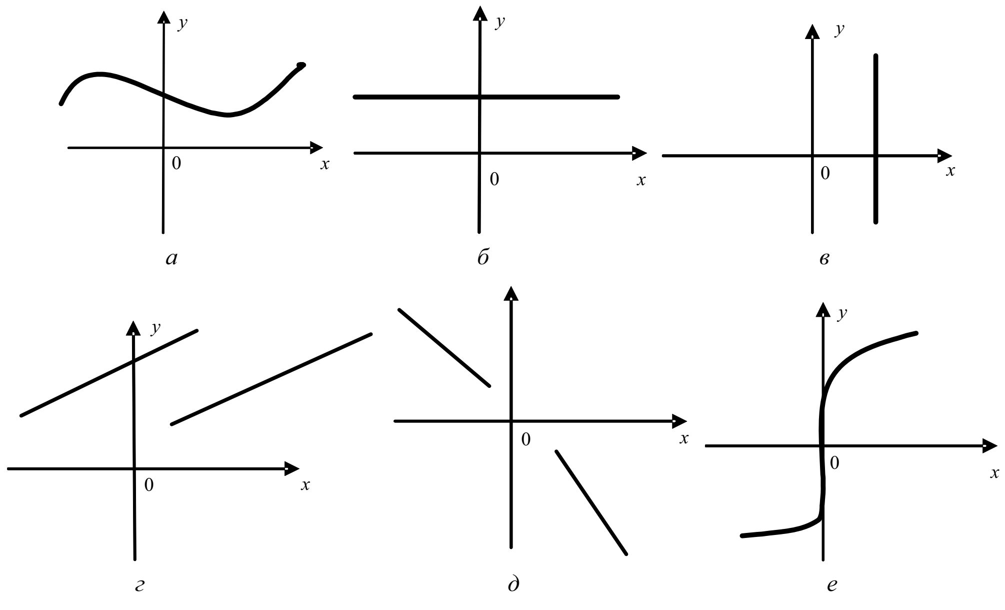

Рис. 1. Множества точек, представляющих зависимость между y и x (к заданию 1)

Таблица 1. **Диагностика усвоения понятия функции**

Пункт задания и правильный ответ						Диагностика
а)	б)	в)	г)	д)	е)	
да	да	нет	нет	да	нет	
–						ошибочная конъюнкция определения функции со свойством взаимной однозначности. Не взаимно-однозначная функция не воспринимается как функция.
+	–					ошибочное представление, что функция не может быть константой
		–				незнание определения функции или неумение дать его графическую интерпретацию
		+	–			невнимательность – студент не заметил, что есть две точки, которые проектируются в одну точку на оси Ox
				–		ошибочная конъюнкция определения функции со свойством связности области определения функции
		+	+		–	невнимательность (неверное прочтение графика)
–	–	–	–	–	–	невнимательное прочтение условия, студент не заметил частицу «не»

Проверяемые компоненты учебных достижений:

– понимание понятия функции;

– владение декартовой системой координат;

– понимание графической интерпретации ключевых компоненты понятия функции;

– усвоение определений без привнесения в них дополнительных свойств.

Проверяемые компоненты уровня развитости логического мышления:

– логический анализ определения функции, умение отделить базовое свойство, определяющее понятие функции, от дополнительных свойств функции.

Задание 2 (рис. 2, табл. 2).

Укажите, какие линии, изображенные на координатной плоскости, являются графиком немонотонной функции.

В диагностике данного задания не рассматривается ситуация, когда студент не знает или не понимает определение функции или его графической интерпретации (считается, что такое незнание было диагностировано в задании 1).

Проверяемые компоненты учебных достижений:

– понятие монотонной функции;

– графическая интерпретация свойства функции «быть монотонной»;

– усвоение определений без привнесения в них дополнительных свойств.

Проверяемые компоненты уровня развитости логического мышления:

– логический анализ определения;

– умение построить конъюнкцию определения и свойства немонотонности, а также отрицания этой конъюнкции;

– приведение примеров (с помощью примеров – правильно выбранных значений – надо показать, что гипербола не является монотонной функцией).

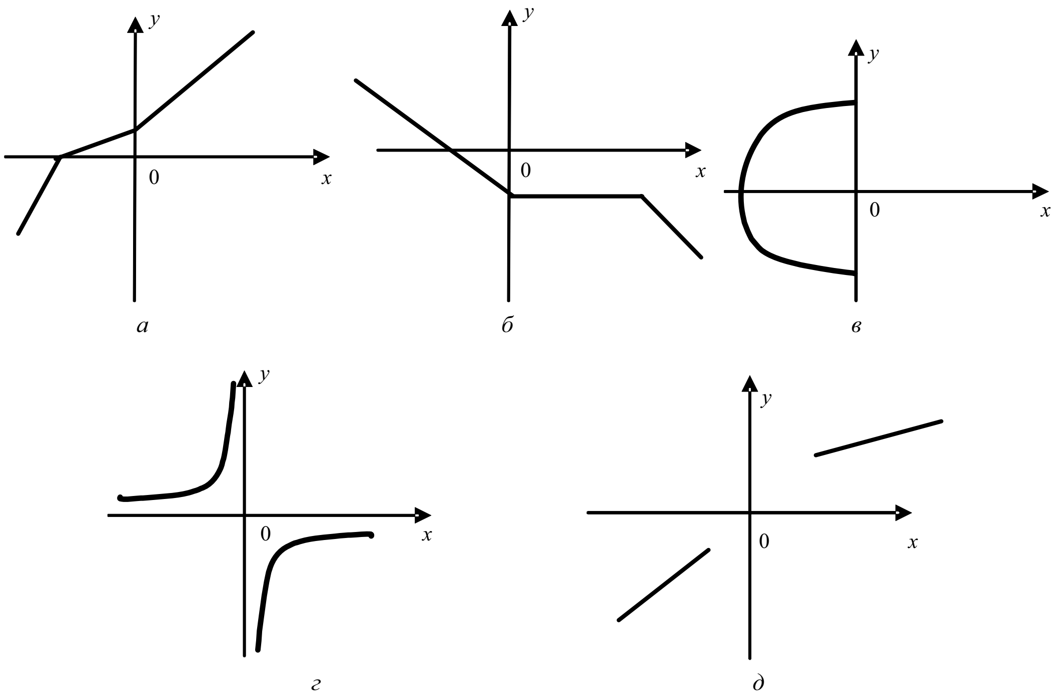

Рис. 2. Множества точек, представляющих зависимость между *y* и *x* (к заданию 2)

Таблица 2. **Диагностика усвоения понятия взаимной однозначности функции**

Пункт задания и правильный ответ					Диагностика
а)	б)	в)	г)	д)	
нет	нет	нет	да	нет	
–					незнание понятия монотонности (кроме комбинации – – + – –)
+	–				монотонность функции отождествляется со строгой монотонностью
+		–			непонимание, что имеет место конъюнкция понятий (думая о монотонности, студент забыл проверить, является ли кривая графиком функции вообще), или условия ее истинности
+				–	ошибочное конъюнктивное дополнение свойства связности области определения функции: студент считает, что функция или монотонная функция обязательно должна быть определена на промежутке
+			–	+	непонимание определения монотонной функции, заключающееся в ложном представлении о том, что если функция монотонна на отдельных участках, то она монотонна и вообще. Возможно, студент не смог придумать пример, показывающий, что существуют x_1 и x_2 такие, что $x_1 > x_2$, но $f(x_1) < f(x_2)$.
–	–	+	–	–	невнимательное прочтение условия: студент не заметил частицу «не»

Задание 3 (табл. 3).

Если функция монотонна, то она всегда

а) возрастает или убывает на всей области определения;

б) не возрастает или не убывает на всей области определения;

в) взаимно-однозначна;

г) определена на промежутке;

д) имеет обратную.

Проверяемые компоненты учебных достижений:

– знание определений монотонной, строго монотонной функции, обратной функции, области определения функции;

– восприятие (усвоение) определений без привнесения в них дополнительных свойств.

Проверяемые компоненты уровня развитости логического мышления:

– логический анализ определения;

– построение примеров, разграничивающих понятия: монотонности функции и взаимной однозначности, монотонности функции и ее обратимости.

Таблица 3. **Диагностика усвоения понятия монотонной функции**

Пункт задания и правильный ответ					Диагностика
а)	б)	в)	г)	д)	
нет	да	нет	нет	нет	
	–				незнание определения монотонной функции
–	+				неумение отличить монотонную от строго монотонной, или неумение привести контрпример, показывающий, что монотонная функция не всегда строго монотонна
	+	–		+	незнание определения взаимной однозначности или неумение привести пример, показывающий, что монотонная функция не всегда взаимно-однозначна
	+		–		ошибочное конъюнктивное дополнение свойства связности области определения функции: студент считает, что функция или монотонная функция обязательно должна быть определена на промежутке
	+	–		–	незнание определений монотонности, взаимной однозначности, обратной функции или неумение привести примеры, показывающий, что монотонная функция не всегда взаимно-однозначна или не всегда имеет обратную
	+	+		–	незнание определения обратной функции или неумение привести пример, показывающий, что монотонная функция не всегда имеет обратную

Задание 4 (табл. 4).

Взаимно-однозначной всегда является

а) линейная функция;

б) степенная функция x^{α}, рассматриваемая при $x > 0$, $\alpha \neq 0$;

в) показательная функция;

г) монотонная функция;

д) степенная функция x^n, где n – целое отрицательное.

Проверяемые компоненты учебных достижений:

– понятия монотонной, взаимно-однозначной функции;

– знание элементарных функций и их свойств;

– умение проверять функцию на взаимную однозначность.

Проверяемые компоненты уровня развитости логического мышления:

– логический анализ определений;

– построение контрпримеров, демонстрирующих различные особенности проявления взаимной однозначности функции.

Таблица 4. **Диагностика знаний элементарных функций**

Пункт задания и правильный ответ					Диагностика
а)	б)	в)	г)	д)	
нет	да	да	нет	нет	
–					незнание определений или неумение привести пример константы как линейной функции, иными словами, ошибочная дедукция свойства линейности с требованием ненулевого углового коэффициента
	–				незнание свойств степенной функции или/и неумение проверить функцию на взаимную однозначность
		–			незнание свойств степенной функции или/и неумение проверить функцию на взаимную однозначность
			–		незнание определений или неумение привести пример, показывающий, что монотонная функция не всегда взаимно-однозначна
	+			–	неумение строить контрпример (например, $f(x) = 1/x^2$), показывающий, что при четных n функция x^n не является взаимно-однозначной

Задание 5 (табл. 5).

Если функция определена на промежутке и возрастает, то

а) она не убывает на этом промежутке;

б) множеством ее значений также является промежуток;

в) она взаимно однозначна на промежутке;

г) она имеет обратную на этом промежутке;

д) производная этой функции, если она существует, обязательно больше нуля.

Проверяемые компоненты учебных достижений:

– понятия области определения, множества значений, монотонной, взаимно-однозначной функции, обратной функции;

– понимание связи монотонности функции со свойствами ее производной;

– усвоение определений без привнесения в них дополнительных свойств.

Проверяемые компоненты уровня развитости логического мышления:

– дедукция, построение логической цепочки;

– построение примеров, разграничивающих свойства монотонности функции и ее производной.

Таблица 5. **Диагностика знаний основных свойств функций**

Пункт задания и правильный ответ					Диагностика
а)	б)	в)	г)	д)	
да	нет	да	да	нет	
–					незнание определения возрастающей и неубывающей функции
+	–				ошибочная конъюнкция монотонности и непрерывности, ошибочное представление, что монотонная функция всегда непрерывна
+		–			незнание определения взаимно-однозначной функции или неумение провести дедуктивное рассуждение, показывающее, что возрастающая функция взаимно-однозначна
+			–		незнание определения обратной функции или неумение провести дедуктивное рассуждение, показывающее, что возрастающая функция имеет обратную
+				–	незнание свойств производной возрастающей функции или неумение привести пример, когда производная возрастающей функции в некоторой точке равна нулю

Задание 6 (табл. 6).

Рассмотрим на всей числовой оси функцию $f(x) = x^{100}$. Тогда обратная к ней функция

а) $g(y) = y^{1/100}$;

б) $g(y) = y^{-1/100}$;

в) $g(y) = y^{\pm 1/100}$;

г) $g(y) = y^{-100}$;

д) не существует.

Проверяемые компоненты учебных достижений:

– владение понятиями взаимной однозначности и обратной функции;

– знание свойств степенной функции;

– знание алгоритма поиска обратной функции, умение выполнить этот алгоритм.

Проверяемые компоненты уровня развитости логического мышления:

– дедукция, построение логической цепочки.

Таблица 6. **Диагностика усвоения понятий взаимной однозначности и обратимости**

Пункт задания и правильный ответ					Диагностика
а)	б)	в)	г)	д)	
нет	нет	нет	нет	да	
–	+	+	+	–	непонимание, что обратная функция существует только у взаимно-однозначной функции, или/и неумение проверять на взаимную однозначность
+	–	+	+	–	
–	–				непонимание, что обратная функция всегда единственна
		–		–	незнание определения функции, студент не понимает, что функция есть однозначное соответствие
			–		незнание понятия обратной функции или алгоритма ее нахождения

Задание 7 (табл. 7).

Взаимно-однозначное соответствие можно установить между множеством натуральных чисел и

а) множеством целых отрицательных чисел;

б) множеством всех целых чисел;

в) множеством натуральных чисел, делящихся на n, где n – произвольное натуральное число;

г) множеством всех простых чисел;

д) множеством всех десятичных дробей с не более чем пятью знаками после запятой;

е) множеством всех целых чисел по модулю не больше 1 000 000.

Проверяемые компоненты учебных достижений:

– знание понятия взаимно-однозначное соответствие;

– знание свойств натурального ряда чисел;

– умение строить взаимно-однозначные отображения.

Проверяемые компоненты уровня развитости логического мышления:

– конструктивные методы – построение отображений.

Таблица 7. **Диагностика усвоения понятия взаимной однозначности**

<table>
<tr><td colspan="6">Пункт задания и правильный ответ</td><td rowspan="3">Диагностика</td></tr>
<tr><td>а)</td><td>б)</td><td>в)</td><td>г)</td><td>д)</td><td>е)</td></tr>
<tr><td>да</td><td>да</td><td>да</td><td>да</td><td>да</td><td>нет</td></tr>
<tr><td>–</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="4">незнание понятия взаимно-однозначного соответствия, а также понятий, используемых в пунктах а) – г), или неумение строить взаимно-однозначные отображения. Если студент отвечает правильно в одних пунктах, но неправильно в других, то, скорее всего, проблемы именно с построением соответствующего отображения</td></tr>
<tr><td></td><td>–</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>–</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>–</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>–</td><td></td><td></td><td>незнание понятия простого числа или непонимание того, что означает, что простые числа образуют бесконечный ряд</td></tr>
<tr><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>то же, что выше, а также неумение провести доказательство от противного</td></tr>
<tr><td colspan="5">+ в нескольких клетках</td><td>–</td><td>непонимание, что не может быть взаимно-однозначного соответствия между конечным и бесконечным множествами</td></tr>
</table>

Задание 8 (табл. 8).

Если функция убывает и имеет производную в каждой точке, то

а) эта производная везде отрицательна;

б) эта производная ни в одной точке не может быть больше нуля;

в) эта производная в каких-то точках обязательно меньше нуля;

г) эта производная в отдельных точках может быть положительна;

д) график функции имеет наклонную касательную в каждой точке.

Проверяемые компоненты учебных достижений:

– знание понятий монотонности, производной, касательной к графику функции;

– знание связи между производной функции и касательной к графику этой функции;

– понимание связи монотонности функции со свойствами ее производной, а также с положением касательной к графику функции.

Проверяемые компоненты уровня развитости логического мышления:

– дедукция, построение логической цепочки;

– умение строить отрицание к утверждению;

– построение примеров и контрпримеров, разграничивающих свойства монотонности и свойства производной и касательной.

Таблица 8. **Диагностика знания свойств функции и её производной**

Пункт задания и правильный ответ					Диагностика
а)	б)	в)	г)	д)	
нет	да	да	нет	нет	
			–		незнание свойства производной убывающей функции
	–		+		неумение построить отрицание утверждения, что производная убывающей функции всегда меньше или равна нулю
–			+		неумение привести контрпример, когда производная убывающей функции равна нулю в точке
		–	+		незнание или неумение обосновать, что если производная всюду равна нулю, то функция есть константа
+			+	–	незнание свойств касательной
–			+	–	неумение привести пример убывающей функции, у которой касательная хотя бы в одной точке горизонтальна, т.е. производная в этой точке равна нулю

Задание 9 (табл. 9).

Пример функции $f(x) = |x|$ показывает, что

а) монотонная функция не всегда взаимнооднозначна;

б) не любая функция имеет обратную;

в) любая немонотонная функция имеет экстремум;

г) функция в точке экстремума не обязательно имеет нулевую производную;

д) производная дифференцируемой на промежутке функции может нигде не равняться нулю.

Проверяемые компоненты учебных достижений:

– знание свойства модуля и функции $y = |x|$;

– владение понятиями монотонной, взаимно-однозначной функции, обратной функции, соответствующими свойствами;

– понимание связи монотонности, существования экстремума функции со свойствами ее производной.

Проверяемые компоненты уровня развитости логического мышления:

– дедукция, построение логической цепочки;

– понимание смысла кванторов всеобщности, в частности, что конкретный пример не может быть обоснованием утверждения, в котором первая из кванторных связок является квантором всеобщности;

– построение отрицания;

– умение строить логические импликации и проверять их на истинность;

– проверка условия истинности дизъюнкции.

Таблица 9. **Диагностика знаний соотношений между свойствами функций**

Пункт задания и правильный ответ					Диагностика
а)	б)	в)	г)	д)	
нет	да	нет	да	нет	
–					незнание определения монотонной функции или неумение проверять на монотонность
	–				незнание алгоритма поиска обратной функции или неумение проверять на взаимную однозначность
		–			непонимание квантора всеобщности (студент путает существование немонотонной функции, у которой есть экстремум, с утверждением, что любая функция имеет экстремум). Возможно, студент не смог придумать пример немонотонной функции, у которой нет экстремума, но даже если так, он должен понимать, что конкретный пример не может быть доказательством утверждения, касающегося всех немонотонных функций
			–		неумение исследовать на существование производной или непонимание, что производной может не быть вообще
				–	непонимание, что $|x|$ – недифференцируемая функция

Конечно, продемонстрированный тест не предназначен для проверки всех существующих логических конструкций. Так, в рамках теста практически невозможно выяснить, насколько студент владеет методом доказательства от противного, поскольку правильный ответ вовсе не означает, что студент именно доказывал от противного, а не просто догадался о соответствующем утверждении или знал его раньше. С другой стороны, неправильный ответ также не говорит о том, что тестируемый не смог доказать утверждение от противного – возможно, он даже не понял, что надо доказывать. Тем не менее, на наш взгляд, для входной диагностики приведенный тест достаточен, чтобы педагог мог понять общую картину: основные пробелы в знаниях и умениях студентов, уровень математической культуры и, конечно, степень развития логического мышления.

Получено 11.05.2016

Библиографические ссылки

1. Фундаментальное ядро содержания общего образования / под ред. В. В. Козлова, А. М. Кондакова. – М. : Просвещение, 2009. – 48 с.

2. *Гейн А. Г.*, *Рекант Е. М.* Роль логических конструкций в освоении учащимися универсальных учебных действий в школьном курсе алгебры. // Вестник ВятГГУ. – 2012. – Т. 3, № 2. – С. 68–76.

3. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки 080100 экономика (квалификация (степень) «магистр»). – URL: http://mag.sseu.ru/index.php/component/content/article/6-2011-05-16-21-39-24/10-080100fgos

4. *Рекант Е. М.* Роль логических конструкций в развитии логического мышления в курсе математического анализа // Вестник ТвГУ. Серия «Педагогика и психология». – 2014. – № 1. – С. 221–228.