

9. Тренды и статистика: тенденции развития рынка облачных технологий – 2015 // Хабрахабр. – URL: <https://habrahabr.ru/company/it-grad/blog/271635/> (дата обращения: 24.04.2016).

Получено 28.04.2016

10. Там же.

11. Там же.

УДК 004.02

Е. А. Сучкова, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

РЕШЕНИЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Корректная формализация задачи поддержки принятия решения по выбору оптимальной по множеству неравнозначных критериев альтернативы позволяет исключить влияние различных социальных и когнитивных факторов [1], минимизировать риски, учесть множество разнородных критериев, обеспечив при этом максимально эффективный выбор. Поддержка принятия решений находится на границе трех дисциплин – экономической теории, психологии и инженерии. Для поддержки принятия решений в условиях четкой информативности применим классический метод исследования операций. В этом случае задача сводится к построению модели, выбору критерия оптимальности и нахождению оптимального решения [2]. В условиях сложных экономических и социотехнических систем, в отличие от метода исследования операций, должны учитываться множественные критерии оценки качества, выяснение соотношений между которыми требует дополнительных исследований, так как они основаны не только на количественных, но и на качественных, неопределенных и вероятностных параметрах. Математическая формулировка задачи принятия оптимального по ряду критериев решения может быть представлена следующим образом [3]. Пусть m критериев выбора оптимального решения представлены совокупностью заданных на пространстве W функций $(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m)$, включающем множество допустимых значений X . Множество возможных значений частных критериев выбора образуют числовую или нечисловую шкалы критерия. Параллельно с пространством решений W рассматривается критериальное пространство W' , которое включает в себя прямое произведение шкал критериев таким образом, что совокупность критериальных функций задает отображение $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m)$, действующее из W в W' . Выбор осуществляется среди точек $y = \varphi(x)$, $y \in W'$, $x \in X$. К критериям предъявляются требования независимости по предпочтению, транзитивности и монотонности. Точка $y' \in W'$ является доминирующей по сравнению с точкой $y'' \in W'$ по Парето ($y' \succ_P y''$), если

$\forall j, j = (1, \dots, m) \quad y'_j \geq y''_j, \exists i : y'_i > y''_i$. Критериальная точка $y^0 \in Y$ называется оптимальной по Парето, если $\{y \in Y \mid y \succ_P y^0\} = \emptyset$. Точка $y' \in W'$ доминирует точку $y'' \in W'$ по Слейтеру ($y' \succ_S y''$), если $\forall j, j = (1, \dots, m) \quad y'_j > y''_j$. Критериальная точка $y^0 \in Y$ называется оптимальной по Слейтеру, если $\{y \in Y \mid y \succ_S y^0\} = \emptyset$. Требования оптимальности по Парето более строгие, чем по Слейтеру, поэтому $P(Y) \subseteq S(Y)$.

На практике вероятность существования таких точек довольно мала, поэтому приходится осуществлять поиск компромиссной точки, учитывая стоимость возможных уступок по некоторым критериям для получения оптимального решения в целом. Одним из способов решения этой проблемы является получение свертки критериев, представляющей собой некоторую числовую функцию $U(y)$ от всех исследуемых критериев. Примерами таких сверток являются линейная, свертка Гермейера, свертки на основе идеальной точки [4]. Нелинейность влияния числовых оценок на функцию полезности оказывает негативное влияние на качество линейных сверток критериев, но в случаях близких альтернатив в пространстве критериев использование линейной свертки с весами значимости критериев оправдано, так как веса соответствуют градиенту нелинейной функции полезности, который незначительно меняется при небольших изменениях параметров точки в пространстве критериев.

В силу сложности определения лицом, принимающим решения (ЛПР), числовых оценок значимости критериев и вида функции полезности распространение получили итеративные методы, позволяющие осуществлять поиск оптимальной альтернативы с осуществлением ЛПР корректировки параметров до получения удовлетворяющего результата, например, процедура Зайонца – Валленууса, метод STEM, метод Штойера, методы с целевыми точками. С развитием информационных технологий популярными также стали методы ви-

зуализации, предоставляющие ЛПР анализировать проекции критериальных точек на плоскости различных пар критериев, что позволяет сделать выводы о взаимном доминировании, снижая размерность анализируемого пространства.

В случае небольшого числа альтернатив эффективными являются методы, реализованные на основе парных сравнений, такие как метод анализа иерархий (МАИ) и метод ELECTRE, а также их модификации. МАИ основывается на предположениях известности

аддитивной функции полезности $U(y) = \sum_{i=1}^m W_i y_i$

и значений критериев и необходимости оценить значимость критериев W_i с помощью метода попарных сравнений. ЛПР отвечает на $m(m-1)/2$ вопросов об относительной важности пар критериев, а за счет избыточности информации получается возможность контроля логичности и непротиворечивости ответов ЛПР. Модификацией МАИ является метод, в котором функция полезности представлена в виде

$U(y) = \sum_{i=1}^m W_i U_i(y_i)$, то есть вместо значения по критерию

используется значение однокритериальной функции полезности U_i . Существуют и другие методы модификации МАИ [5]. Метод анализа иерархий находит применение в различных сферах, причем не только для осуществления выбора оптимальной альтернативы, но и для оценки эффективности различных решений [6].

Большинство методов при формализации задачи выбора осуществляют переход от качественных к количественным оценкам; в методе ELECTRE, наоборот, осуществляется переход от количественных показателей к качественным с помощью разбиения множества возможных значений на классы с присвоением каждому классу качественной характеристики. Метод состоит из четырех этапов [7]:

1. Определение ЛПР положительных весов каждого критерия W_1, W_2, \dots, W_m .

2. Разбиение множества всех критериев на три группы для каждой пары альтернатив j и i . Первая группа $I_{jk}^+ = \{i \in I \mid y_{ji} > y_{ki}\}$ включает критерии, по которым альтернатива j лучше альтернативы k . Вторая группа $I_{jk}^- = \{i \in I \mid y_{ji} < y_{ki}\}$ включает критерии, по которым альтернатива j хуже альтернативы k . Третья группа $I_{jk}^0 = \{i \in I \mid y_{ji} \approx y_{ki}\}$ включает критерии, по которым альтернативы j и k эквивалентны.

3. Построение индекса согласия, характеризующего степень превосходства j -й альтернативы над k -й; вычисляется по формуле

$$c_{jk} = \frac{\sum_{i \in I_{jk}^+} W_i + \alpha \sum_{i \in I_{jk}^0} W_i}{\sum_{i=1}^m W_i}, \quad (1)$$

где $\alpha \in \{1, 0.5, 0\}$ – параметр, значение которого зависит от модификации метода.

4. Построение индекса несогласия, характеризующего степень несогласия с тем, что альтернатива j лучше альтернативы k . Индекс несогласия вычисляется по формуле

$$d_{jk} = \frac{1}{100} \max_i \{\mu_{kj}^i\}, \quad (2)$$

где μ_{kj}^i – интервал превосходства альтернативы k над альтернативой j по критерию i , определяющему число последовательных переходов из класса в класс, которое необходимо осуществить для того, чтобы j -я альтернатива стала эквивалентной k -й по критерию i , умноженное на цену одного перехода; $d_{jk} \leq 1$.

5. Построение решающего правила. ЛПР выбирает значения $p \in (0, 1]$, $q \in [0, 1)$, на множестве альтернатив строится бинарное отношение: альтернатива j считается лучше альтернативы k тогда и только тогда, когда $c_{jk} \geq p$, $d_{jk} \leq q$.

В результате работы метода ELECTRE количество альтернатив сокращается, остаются взаимно не доминируемые альтернативы, из которых ЛПР может выбрать оптимальную.

Таким образом, многокритериальная задача оптимизации представлена широким спектром эвристических, итерационных методов, методов теории исследования операций, попарных сравнений, визуализации, каждый из которых более или менее предпочтителен в зависимости от количества альтернатив и критериев, степени определенности информации, структуры и шкал критериев оценки, возможности уточнения параметров у ЛПР.

Библиографические ссылки

1. Сучкова Е. А. Влияние когнитивных и социальных факторов на процесс принятия решения в управлении закупками // Инновационная наука. – 2016. – Т. 3, № 4. – С. 161–165.
2. Лотов А. В., Поспелова И. И. Многокритериальные задачи принятия решений : учеб. пособие. – М. : МАКС Пресс, 2008. – 197 с.
3. Там же.
4. Моор Д. А., Мухлисуллина Д. Т. Анализ эффективности различных сверток критериев оптимальности в задаче многокритериальной оптимизации // Наука и образование. – 2010. – № 4.
5. Колесникова С. И. Модификация метода анализа иерархий для динамических наборов альтернатив // Прикладная дискретная математика. – 2009. – № 4. – С. 102–109.
6. Лялин В. Е., Хайбулин Р. Г. Применение метода анализа иерархий для оценки эффективности установок термического уничтожения отравляющих веществ // Искусственный интеллект. – 2008. – № 4. – С. 103–108.
7. Лотов А. В., Поспелова И. И. Указ. соч.