

3. Алиев А. В., Блинов Д. С. Решение газодинамических задач в областях сложной формы с использованием конечно-объемных алгоритмов метода крупных частиц // Вестник ИжГТУ. – 2009. – № 1. – С. 151–154.

4. Алиев А. В., Андреев В. В. Разработка параллельных алгоритмов расчета задач газовой динамики методом крупных частиц // Интеллектуальные системы в производстве. – 2006. – № 1. – С. 4–17.

5. Блинов Д. С., Мищенко О. В. Моделирование начального участка работы газогенератора // Вестник ИжГТУ. – 2010. – № 3(47). – С. 148–156.

6. High-Performance Computing Partners. – URL: <http://www.ansys.com/cgi-bin/HardwareSupport/recommended/recommended.html> (дата обращения: 20.03.2016).

7. Sheldon Imaoka. Accelerating mechanical solutions with GPUs. – URL: <http://www.nvidia.ru/content/tesla/pdf/aa-v7-i3-accelerating-mechanical-solutions-with-gpus.pdf> (дата обращения: 20.03.2016).

8. ANSYS | Приложения для вычислений на GPU | Высокпроизводительные вычисления|NVIDIA. – URL:

Получено 25.05.2016

<http://www.nvidia.ru/object/tesla-ansys-accelerations-ru.html> (дата обращения: 20.03.2016).

9. О компании Meijin. – URL: <http://www.meijin.ru/about> (дата обращения: 20.03.2016).

10. SolidWorks Russia. – URL: <http://www.solidworks.ru/> (дата обращения: 20.03.2016).

11. SOLIDWORKS System Requirements | Windows and Mac | SOLIDWORKS. – URL: <http://www.solidworks.com/sw/support/SystemRequirements.html> (дата обращения: 20.03.2016).

12. Performance tests of OpenFOAM with CUDA. – URL: <https://www.hpc.ntnu.no/display/hpc/Performance+tests+of+OpenFOAM+with+CUDA> (дата обращения: 20.03.2016).

13. FlowVision Help. – URL: [https://flowvision.ru/webhelp/fvru\\_30903/](https://flowvision.ru/webhelp/fvru_30903/) (дата обращения: 20.03.2016).

14. Тестирование FlowVision HPC на видеокартах компании NVIDIA. – URL: [https://tesis.com.ru/infocenter/downloads/flowvision/FVhpc\\_Nvidia.pdf](https://tesis.com.ru/infocenter/downloads/flowvision/FVhpc_Nvidia.pdf) (дата обращения: 20.03.2016).

УДК 519.63 : 629.7

О. В. Мищенко, кандидат физико-математических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

## ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ТВЕРДОТОПЛИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА РАКЕТЫ

Интересным классом задач, встречающихся в технических приложениях, являются задачи выбора [1–4]. В [5] решением задачи выбора с использованием экспериментальных результатов устанавливаются значения коэффициентов, входящих в закон регулирования многорежимной твердотопливной регулируемой двигательной установки. В [6] приводится постановка и решение задачи об установлении закона теплообмена в объеме камеры сгорания по результатам сравнения расчетных и экспериментальных зависимостей давления продуктов сгорания от времени в период выхода РДТТ на режим квазистационарной работы. Ниже подобный подход применяется для решения задачи о выборе закона изменения тяги РДТТ для неуправляемого реактивного снаряда (НУРС), обеспечивающего ему максимальную дальность полета.

Будем рассматривать задачу о дальности полета НУРС, активный участок полета которого обеспечивается твердотопливным ракетным двигателем (рис. 1). Подобная задача была рассмотрена в [7], где отмечалось, что при выборе двухступенчатого изменения тяговых характеристик НУРС и при наличии временной паузы между тягами (при обеспечении заданного в техническом задании значения суммарного импульса тяги РДТТ) можно увеличить дальность полета НУРС более чем в два раза.

Представляет интерес решение задачи для НУРС при использовании современных методов решения задач математического программирования [8–11].

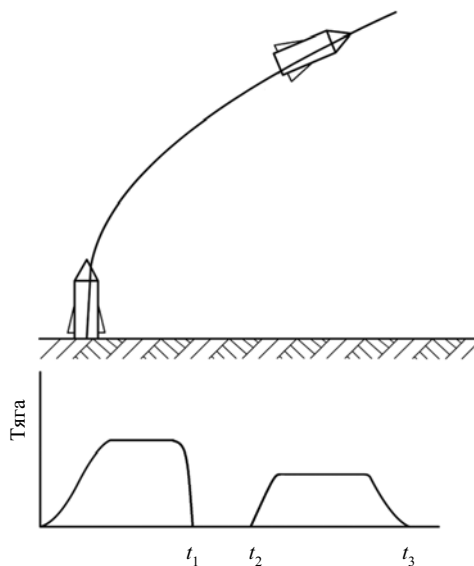


Рис. 1. Схема функционирования НУРС на активном участке траектории

Сформулируем задачу о полете НУРС в соответствии с [12, 13]: для НУРС заданной пассивной массы  $m_0$  и заданной массы топлива  $m_T$  выбрать начальный угол бросания  $\theta_0$ , при котором дальность полета  $L$  снаряда будет максимальной. Изменение тяги двигательной установки  $P$  обеспечить в соответствии с законом

$$P = \begin{cases} P_1 & \text{при } 0 \leq t < t_1, \\ 0 & \text{при } t_1 \leq t < t_2, \\ P_2 & \text{при } t_2 \leq t < t_3. \end{cases}$$

В записанном выражении для закона изменения тяги неизвестными являются уровни тяги  $P_1, P_2$  и моменты времени  $t_1, t_2, t_3$ .

Будем считать, что суммарный импульс тяги  $I_\Sigma$  (или  $I_{уд}$  – удельный импульс топлива) для РДТТ устанавливается в исходных данных при решении задачи и определяется дополнительным условием, связывающим уровни тяги  $P_1, P_2$  и суммарное время работы РДТТ на этих уровнях тяги  $t_1, (t_3 - t_2)$ :

$$P_1 t_1 + P_2 (t_3 - t_2) = I_\Sigma = m_T I_{уд}. \quad (1)$$

При заданном значении удельного импульса твердого топлива  $I_{уд}$  тягу двигательной установки можно связать с секундным массовым расходом  $G$  твердого топлива:

$$P_1 \approx I_{уд} G_1; \quad P_2 \approx I_{уд} G_2.$$

Эти соотношения позволяют в формулируемой ниже задаче математического программирования вместо значений тяги РДТТ в качестве поисковых параметров использовать секундные массовые расходы. Кроме того, обозначим  $\alpha = \frac{P_1 t_1}{I_\Sigma}$  и будем

в дальнейшем использовать значение  $\alpha$  как поисковый параметр.

Дальность полета в сформулированной задаче устанавливается решением уравнений внешней баллистики для НУРС. В простейшем случае это уравнения, записанные для движения материальной точки в декартовой системе координат (здесь дополнительно обозначены:  $X$  – сила аэродинамического сопротивления;  $g$  – ускорение свободного падения;  $v$  – скорость полета НУРС;  $x, y$  – дальность и высота полета снаряда). Из-за небольшой дальности полета (до 200 км) поверхность Земли полагается плоской:

$$m \frac{dv}{dt} = P - X - mg \sin \theta;$$

$$mv \frac{d\theta}{dt} = -mg \cos \theta;$$

$$\frac{dx}{dt} = v \cos \theta;$$

$$\frac{dy}{dt} = v \sin \theta;$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{P}{I_{уд}}.$$

Уравнения внешней баллистики решаются при начальных условиях

$$v = v_0; \quad \theta = \theta_0; \quad x = 0; \quad y = 0; \quad m = m_0 + m_T$$

и интегрируются до тех пор, пока НУРС не достигнет поверхности Земли (соответствует условию  $t, x > 0; y = 0$ ).

Задачу о выборе значений начального угла возвышения  $\theta_0$ , массовых расходов топлива  $G_1, G_2$ , параметра  $\alpha$ , характерных времен  $t_1, t_2, t_3$  будем решать как задачу математического программирования о нахождении минимума целевой функции

$$\Phi = \min \left( \frac{10^6}{L} \right).$$

Здесь  $L(\theta_0, G_1, G_2, \alpha, t_1, t_2, t_3) = x$  при  $y = 0, t > 0$  соответствует расстоянию от места старта НУРС до точки его падения.

На разыскиваемые переменные помимо условия (1) следует записать дополнительно следующие условия:

$$0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2};$$

$$0 \leq G_1;$$

$$0 \leq G_2;$$

$$0 < \alpha < 1;$$

$$0 < t_1 \leq t_2 \leq t_3.$$

Решение сформулированной задачи математического программирования предполагает многократное решение задачи внешней баллистики с вычислением значения целевой функции  $\Phi$ .

Определение оптимальных значений  $\theta_0, G_1, G_2, t_1, t_2, t_3$  выполнялось с использованием метода Ньютона [14], деформируемого многогранника [15] и с использованием генетического алгоритма [16] (в дальнейшем будем обозначать эти методы, соответственно, МН, МДМ, ГА). Особенности реализации алгоритмов оптимизации остаются теми же, что и в [17].

Решение задач оптимизации НУРС выполнялось при следующих основных исходных данных:

- начальная масса НУРС – 80 кг;
- масса топлива – 40 кг;
- удельный импульс топлива – 2350 м/с (суммарный импульс РДТТ – 94000 Н · с);
- начальная скорость НУРС – 70,0 м/с;
- наружный диаметр корпуса – 0,20 м.

Результаты выполненных расчетов представлены на рис. 2 и в таблице.

На рис. 2 для четырех расчетных случаев представлены траектории полета НУРС, вычисляемые на каждой итерации. Ось ординат на рисунках соответствует высоте полета снаряда, ось абсцисс – дальности полета. На рис. 2, а представлены результаты решения задачи математического программирования, полученные при использовании метода Ньютона.

На рисунке 2, б – результаты решения задачи методом деформируемого многогранника. На рис. 2, в, з приводятся результаты, полученные генетическим алгоритмом. В первом случае (рис. 2, в) первоначально формировалось поколение, состоящее из 30 особей, и выполнялся расчет 50 поколений. Во втором случае (рис. 2, з) первоначально формировалось поколение, состоящее из 15 особей, и выполнялся расчет 30 поколений.

В таблице приводятся итоговые значения поисковых параметров, полученные различными методами (МН, МДМ, ГА). В представленной таблице два последних столбца соответствуют применению гибридной схемы. Первые 450 итераций выполнялись по генетическим алгоритмам, а последующие итерации – методом Ньютона (предпоследний столбец таблицы) или методом деформируемого многогранника (последний столбец).

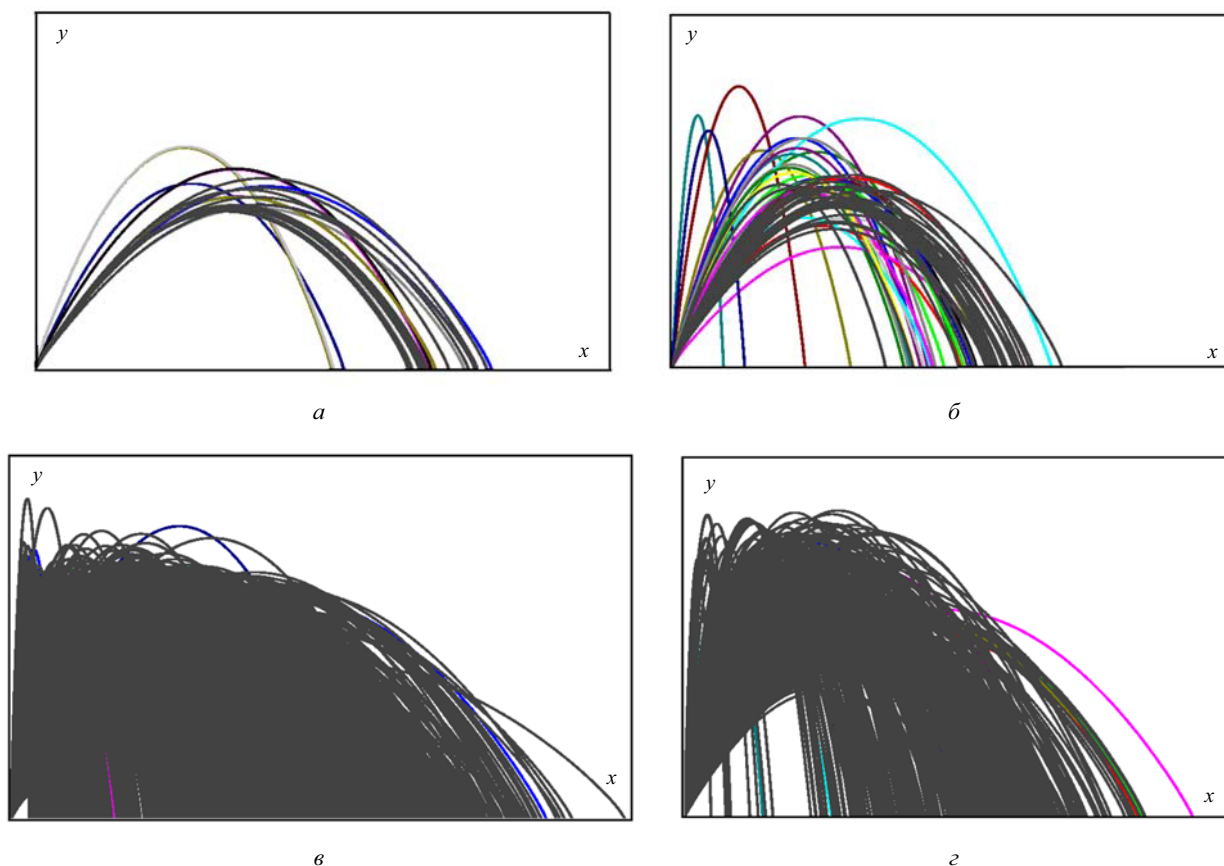


Рис. 2. Зависимости  $y(x)$ , соответствующие траекториям полета НУРС:

а – метод Ньютона; б – метод деформируемого многогранника; в – генетический алгоритм 30×50; з – генетический алгоритм 15×30

#### Итоговые результаты решения задачи выбора проектных параметров НУРС

Метод решения	МН	МДМ	ГА	ГА	ГА+МН	ГА+МДМ
Число итераций	65	59	30×50	15×30	15×30+61	15×30+72
Целевая функция	10,349	9,6611	6,2670	7,3551	12,353	11,216
$L$ , м	96632	103510	159570	135960	80954	89154
$\theta_0$ , рад	66,59	71,24	66,03	68,86	69,79	67,260
$\alpha$	0,4250	0,4379	0,4000	0,6075	0,4552	0,4000
$G_1$ , м/с	16,590	17,223	37,589	28,646	35,620	37,794
$G_2$ , м/с	6,039	17,704	5,000	5,915	5,027	7,577
$t_1$ , с	1,013	1,006	0,421	0,839	0,505	0,419
$t_2 - t_1$ , с	10,980	17,393	24,480	21,330	25,000	17,526
$t_3 - t_2$ , с	3,766	1,256	4,746	2,625	4,287	3,132

Анализ результатов выполненного исследования позволяет сделать следующие выводы.

1. При принятой постановке задачи практически исключается нулевое значение целевой функции. Зависимость целевой функции от разыскиваемых пара-

метров существенно нелинейная, и расчеты показывают, что задача имеет большое количество решений (существует несколько локальных минимумов).

2. В принятой постановке сходимость методов Ньютона (рис. 2, а) и деформируемого многогранника

(рис. 2, б) незначительно зависит от выбора начального приближения, при этом число необходимых итераций в пределах 50...100. Однако оба метода (МН и МДМ) не обеспечивают определение глобального минимума целевой функции (условий, при которых дальность полета НУРС будет максимальной).

3. Генетический алгоритм, примененный при решении задачи, может обеспечить нахождение не только глобального, но и локальных минимумов. Это хорошо наблюдается на рис. 2, д. Соответствующие локальным минимумам зависимости  $y(x)$  многократно накладываются друг на друга. Однако ГА находит глобальный минимум целевой функции при единичных итерациях, что свидетельствует о том, что соответствующая минимуму траектория полета НУРС является неустойчивой (на фазовой плоскости этот минимум соответствует неустойчивому узлу).

4. Применение гибридных алгоритмов (ГА + МН и ГА + МДМ) подтверждает предположение о том, что глобальный минимум целевой функции в решаемой задаче о траектории полета НУРС соответствует неустойчивому решению. Действительно, после перехода от генетического алгоритма к методу Ньютона или к методу деформируемого многогранника решение «сваливается» к локальным минимумам. При этом итоговая дальность полета уменьшается от полученной итерациями ГА решения более чем в 1,5 раза.

5. Реализовать траекторию полета НУРС, обеспечивающую максимальную дальность, представляется возможным, однако это может быть обеспечено применением управляющих элементов (аэродинамических или реактивных), удерживающих НУРС на оптимальной траектории.

#### Библиографические ссылки

1. Алиев А. В. Математическое моделирование в энергомашиностроении. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2001. – 164 с.

Получено 12.07.2016

2. Алиев А. В., Мищенко О. В. Математическое моделирование в технике. – Ижевск : Ин-т компьютерных иссл., 2012. – 456 с.

3. Aliev Ali V., Mishchenkova Olga V. Mathematical Modeling and Numerical Methods in Chemical Physics and Mechanics. – Waretown-Oakville : Apple Academic Press, 2016. – 544 p.

4. Мищенко О. В. Математические модели как задачи выбора при проектировании объектов техники. Формулировка задач // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. – 2016. – № 1(69). – С. 75–79.

5. Мищенко О. В. Решение задач выбора при анализе процессов в твердотопливных двигателях // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. – 2016. – № 2(70). – С. 120–123.

6. Идентификация математических моделей работы ТРДУ с использованием экспериментальных результатов // А. В. Алиев, О. В. Мищенко, А. Г. Перемысловская, В. И. Черепов / Вестник ИжГТУ. – 2008. – № 2. – С. 45–47.

7. Липанов А. М., Алиев А. В. Проектирование ракетных двигателей твердого топлива. – М. : Машиностроение, 1995. – 400 с.

8. Моисеев Н. Н. Математические задачи системного анализа. – М. : ЛИБРОКОМ, 2012. – 488 с.

9. Черноруцкий И. Г. Методы оптимизации в теории управления. – СПб. : Питер, 2004. – 256 с.

10. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М. : Мир, 1975. – 536 с.

11. Тенев В. А., Якимович Б. А. Генетические алгоритмы в моделировании систем. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2010. – 308 с.

12. Мищенко О. В. Математические модели как задачи выбора при проектировании объектов техники. Формулировка задач.

13. Липанов А. М., Алиев А. В. Указ. соч.

14. Черноруцкий И. Г. Указ. соч.

15. Химмельблау Д. Указ. соч.

16. Тенев В. А., Якимович Б. А. Указ. соч.

17. Мищенко О. В. Решение задач выбора при анализе процессов в твердотопливных двигателях.

УДК 534.2+550.34

М. Н. Петров, Московский физико-технический институт

## ИССЛЕДОВАНИЕ СЕЙСМИЧЕСКОГО ОТКЛИКА, ВЫЗВАННОГО ВЗРЫВОМ ЧЕЛЯБИНСКОГО МЕТЕОРИТА

### Введение

**Ш**ирокая сеть сейсмических станций, осуществляющих наблюдение практически по всей территории суши, фиксирует тысячи больших и малых сейсмических событий в год. В основном это землетрясения различной магнитуды, «следы» от взрывов и других техногенных событий.

15 февраля 2013 г. произошло достаточно редкое сейсмическое событие, вызванное взрывом вошед-

шего в атмосферу Земли космического объекта. Падение Челябинского метеорита 15 февраля 2013 г. вызвало большой интерес общества. Произошедшее в непосредственной близости к городу это событие сопровождалось различными явлениями, одним из которых было землетрясение магнитудой 4 балла примерно в километре к юго-западу от центра Челябинска. Наземные станции сейсмических наблюдений, находящиеся в достаточной близости от места события, зафиксировали это событие, которое по