

(рис. 2, б) незначительно зависит от выбора начального приближения, при этом число необходимых итераций в пределах 50...100. Однако оба метода (МН и МДМ) не обеспечивают определение глобального минимума целевой функции (условий, при которых дальность полета НУРС будет максимальной).

3. Генетический алгоритм, примененный при решении задачи, может обеспечить нахождение не только глобального, но и локальных минимумов. Это хорошо наблюдается на рис. 2, д. Соответствующие локальным минимумам зависимости  $y(x)$  многократно накладываются друг на друга. Однако ГА находит глобальный минимум целевой функции при единичных итерациях, что свидетельствует о том, что соответствующая минимуму траектория полета НУРС является неустойчивой (на фазовой плоскости этот минимум соответствует неустойчивому узлу).

4. Применение гибридных алгоритмов (ГА + МН и ГА + МДМ) подтверждает предположение о том, что глобальный минимум целевой функции в решаемой задаче о траектории полета НУРС соответствует неустойчивому решению. Действительно, после перехода от генетического алгоритма к методу Ньютона или к методу деформируемого многогранника решение «сваливается» к локальным минимумам. При этом итоговая дальность полета уменьшается от полученной итерациями ГА решения более чем в 1,5 раза.

5. Реализовать траекторию полета НУРС, обеспечивающую максимальную дальность, представляется возможным, однако это может быть обеспечено применением управляющих элементов (аэродинамических или реактивных), удерживающих НУРС на оптимальной траектории.

#### Библиографические ссылки

1. Алиев А. В. Математическое моделирование в энергомашиностроении. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2001. – 164 с.

Получено 12.07.2016

2. Алиев А. В., Мищенко О. В. Математическое моделирование в технике. – Ижевск : Ин-т компьютерных иссл., 2012. – 456 с.

3. Aliev Ali V., Mishchenkova Olga V. Mathematical Modeling and Numerical Methods in Chemical Physics and Mechanics. – Waretown-Oakville : Apple Academic Press, 2016. – 544 p.

4. Мищенко О. В. Математические модели как задачи выбора при проектировании объектов техники. Формулировка задач // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. – 2016. – № 1(69). – С. 75–79.

5. Мищенко О. В. Решение задач выбора при анализе процессов в твердотопливных двигателях // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. – 2016. – № 2(70). – С. 120–123.

6. Идентификация математических моделей работы ТРДУ с использованием экспериментальных результатов // А. В. Алиев, О. В. Мищенко, А. Г. Перемысловская, В. И. Черепов / Вестник ИжГТУ. – 2008. – № 2. – С. 45–47.

7. Липанов А. М., Алиев А. В. Проектирование ракетных двигателей твердого топлива. – М. : Машиностроение, 1995. – 400 с.

8. Моисеев Н. Н. Математические задачи системного анализа. – М. : ЛИБРОКОМ, 2012. – 488 с.

9. Черноруцкий И. Г. Методы оптимизации в теории управления. – СПб. : Питер, 2004. – 256 с.

10. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М. : Мир, 1975. – 536 с.

11. Тенев В. А., Якимович Б. А. Генетические алгоритмы в моделировании систем. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2010. – 308 с.

12. Мищенко О. В. Математические модели как задачи выбора при проектировании объектов техники. Формулировка задач.

13. Липанов А. М., Алиев А. В. Указ. соч.

14. Черноруцкий И. Г. Указ. соч.

15. Химмельблау Д. Указ. соч.

16. Тенев В. А., Якимович Б. А. Указ. соч.

17. Мищенко О. В. Решение задач выбора при анализе процессов в твердотопливных двигателях.

УДК 534.2+550.34

М. Н. Петров, Московский физико-технический институт

## ИССЛЕДОВАНИЕ СЕЙСМИЧЕСКОГО ОТКЛИКА, ВЫЗВАННОГО ВЗРЫВОМ ЧЕЛЯБИНСКОГО МЕТЕОРИТА

### Введение

**Ш**ирокая сеть сейсмических станций, осуществляющих наблюдение практически по всей территории суши, фиксирует тысячи больших и малых сейсмических событий в год. В основном это землетрясения различной магнитуды, «следы» от взрывов и других техногенных событий.

15 февраля 2013 г. произошло достаточно редкое сейсмическое событие, вызванное взрывом вошед-

шего в атмосферу Земли космического объекта. Падение Челябинского метеорита 15 февраля 2013 г. вызвало большой интерес общества. Произошедшее в непосредственной близости к городу это событие сопровождалось различными явлениями, одним из которых было землетрясение магнитудой 4 балла примерно в километре к юго-западу от центра Челябинска. Наземные станции сейсмических наблюдений, находящиеся в достаточной близости от места события, зафиксировали это событие, которое по

величине записанного сейсмического отклика было сопоставимо с удаленным землетрясением.

Широкие исследования уже были проведены по изучению этого явления [1, 2]. Ведущие научные группы сегодня стремятся к созданию полных трехмерных моделей, позволяющих максимально подробно учитывать все явления, происходящие от момента взрыва крупного космического тела в атмосфере Земли до распространения сейсмических волн в приповерхностном слое, вызванных таким взрывом. Тем не менее остается вопрос: стоит ли при изучении сейсмических явлений полностью отказываться от простых двумерных моделей, которые учитывают атмосферные эффекты недостаточно подробно?

В процессе работы был проведен вычислительный эксперимент по изучению формирования и распространения сейсмического следа в земной коре, вызванного взрывом Челябинского метеорита. С помощью программной реализации двумерной математической модели физики звуковых и упругих волн был произведен расчет эволюции волнового поля в земной коре, инициированного инфразвуковой волной от взорвавшегося в атмосфере объекта. Анализ результатов моделирования и сравнение их с реальными сейсмическими данными позволяет сделать выводы о возможности применимости таких грубых моделей к изучению сейсмических эффектов.

#### Математическая модель распространения звуковых и упругих волн

При моделировании челябинского события необходимо отдельно рассмотреть определяющие двумерные системы уравнений в каждой среде. Так, для воздуха – это система уравнений акустики; для приповерхностного слоя Земли – система уравнений линейной динамической теории упругости.

*Акустический случай (одна скорость распространения волн)*

Система уравнений акустики для однородной среды в двумерном случае может быть записана в матричном виде:

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial z} = 0,$$

$$\text{где } \mathbf{W} = \begin{pmatrix} p \\ u \\ w \end{pmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -K & 0 \\ -1/\rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -K \\ 0 & 0 & 0 \\ -1/\rho & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad p - \text{волновое поле отрицатель-$$

ного давления;  $u$  и  $w$  – компоненты вектора скорости в направлениях  $x$  и  $z$  соответственно;  $\rho$  – плотность;  $K$  – коэффициент несжимаемости.

Из уравнения  $\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{E}) = 0$  ( $\mathbf{E}$  – единичная матрица) могут быть найдены все собственные значения матрицы  $\mathbf{A}$ :

$$\lambda_1 = -c, \quad \lambda_2 = 0, \quad \lambda_3 = c,$$

где  $c = \sqrt{K/\rho}$  – скорость звука.

Заметим, что скорость звука находится непосредственно из системы уравнений акустики.

*Упругий случай (две скорости распространения волн)*

Математическая модель распространения упругих волн в двумерном случае в неоднородной среде может быть представлена в той же форме в виде гиперболической системы уравнений в частных производных первого порядка. В нашем случае обозначения будут следующими:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} u \\ w \\ \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1/\rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/\rho \\ -(k+2\mu) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\mu & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1/\rho \\ 0 & 0 & 0 & -1/\rho & 0 \\ 0 & -k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(k+2\mu) & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где  $u$  и  $w$  – горизонтальная и вертикальная скорости соответственно;  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{zz}$  и  $\sigma_{xz}$  – компоненты напряжения;  $k$  и  $\mu$  – параметры Ламе и  $\rho$  – плотность.

Если подставить  $\mu = 0$ , то получим систему уравнений для акустического случая (с коэффициентом несжимаемости  $k$ ).

Уравнение для определения собственных значений  $\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{E}) = 0$  переходит в уравнение

$$\lambda \left( \lambda^4 - \lambda^2 \frac{k+3\mu}{\rho} + \frac{k\mu+2\mu}{\rho^2} \right) = 0,$$

откуда находятся 5 корней уравнения:

$$\lambda_1 = -v_p; \quad \lambda_2 = -v_s; \quad \lambda_3 = 0; \quad \lambda_4 = v_s; \quad \lambda_5 = v_p,$$

где

$$v_p^2 = \frac{k+2\mu}{\rho}; \quad v_s^2 = \frac{\mu}{\rho}.$$

Здесь  $v_p$  и  $v_s$  – скорость распространения продольной и поперечной волны соответственно.

#### Численная модель. Геометрия

Задача взаимодействия звуковой волны от взрыва Челябинского метеорита в атмосфере с поверхностью Земли и последующим распространением упругого сигнала была рассмотрена в рамках данной работы. Сначала рассматривалось распространение акустической волны в среде «воздух». Соответственно, плотность такой среды  $1,1839 \text{ кг/м}^3$ , скорость звука в воздухе  $c = 330 \text{ м/с}$ .

В качестве модели взрыва метеорита была выбрана модель точечного источника. Несмотря на то что такая модель может быть недостаточно точной для количественных оценок [3], она вполне пригодна для качественного анализа, что и будет показано далее. Источник был расположен на высоте 30 км от поверхности Земли и в 10 км от левой границы расчетной области. Взрыв болида в атмосфере создает низкочастотные звуковые волны (меньше 20 Гц) [4], которые можно использовать для определения параметров события. Поэтому в качестве функции источника был выбран импульс Берлаге. Сигнал такой формы наиболее точно описывает взрыв [5]. Инфразвуковой сигнал был зарегистрирован примерно двадцатью станциями в диапазоне частот 0,07...4 Гц [6]. Для проведения исследования в качестве доминантной частоты источника выберем частоту 0,07 Гц.

Для исследования распространения сейсмической волны («земля») были выбраны следующие характеристики: плотность среды  $2,6 \text{ г/см}^3$ , что соответствует граниту и базальтовым породам; скорость распространения продольных волн  $v_p = 7180 \text{ м/с}$ ; скорость распространения поперечных волн  $v_s = 3100 \text{ м/с}$ . Физические размеры всей расчетной области составили  $2000 \times 150 \text{ км}^2$ .

В основу механизма передачи возмущения положим механизм Direct coupling [7]. В нем предполагается, что поверхностная волна создается в результате локальной нагрузки земной поверхности, вызванной избыточным давлением падающей акустической волны. Также предположим, что образованный таким образом сейсмический источник точечный (в силу малости области локальной нагрузки по сравнению с масштабами самой задачи). При использовании такого механизма для верхнего полупространства оказывается достаточным провести расчет в области  $10 \times 30 \text{ км}^2$ , покрывающей расстояние от источника до земной поверхности. Также предполагается, что форма и спектр сейсмического сигнала соответствуют форме и спектру дошедшей акустической волны, а амплитуда задается таким образом, чтобы зарегистрированная на удаленном приемнике амплитуда сейсмической волны соответствовала амплитуде реального сигнала.

На границах расчетной области ставились поглощающие граничные условия [8]. Поскольку такие условия неидеальны, вычислительный домен (для обеих сред) был расширен, чтобы избежать возможного влияния шумов. На земной поверхности задавалось условие свободной поверхности.

В обоих полупространствах была определена равномерная сетка. В верхнем полупространстве сетка составила  $100 \times 300$  ячеек, в нижнем –  $2000 \times 150$  ячеек. В качестве численного метода для решения определяющих систем уравнений была выбрана гибридная сеточно-характеристическая схема, обладающая вторым порядком аппроксимации по времени и пространству. Сеточно-характеристический метод хорошо зарекомендовал себя при решении динамических задач упругопластического тела при моделировании процесса сейсмо-

разведки [9], оценки сейсмостойкости наземных сооружений [10], моделировании процесса землетрясения [11]. Решение производилось на основании метода расщепления задачи по пространственным переменным. При решении также было учтено, что в базисе из собственных векторов каждая из одномерных задач распадается на систему уравнений переноса, которые решаются независимо [12, 13].

#### Анализ результатов и сравнение их с реальными данными

В результате расчета была получена серия синтетических сейсмограмм, записанных на поверхности. Проведем сравнительный анализ сигналов и спектров сигналов, полученных по сейсмической трассе на расстоянии 1600 км, с реальными данными, полученными на сейсмической станции. На рис. 1 представлено сравнение реального и модельного сигналов. Стоит заметить, что 0 по оси абсцисс – абсолютное время от момента инициации источника.

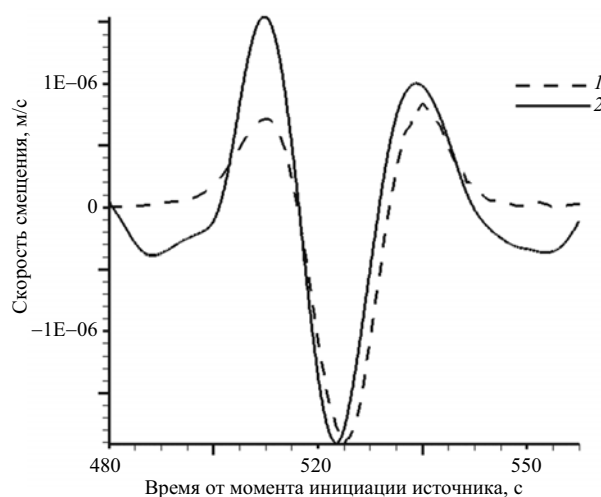


Рис. 1. Сравнение модельного (1) и реального (2) сигналов

Сравнивая сигналы визуально, можно видеть их достаточно хорошее совпадение. Это подтверждает, что выбранное моделирование воспроизводит реальную природу сигнала, импульс Берлаге хорошо подходит для моделирования инфразвуковых волн, вызванных взрывом метеорита. Это означает, что такой импульс может быть использован и при моделировании схожих явлений.

Теперь сравним спектры сигналов. На рис. 2 представлены спектры реального и модельного сигналов.

На этом рисунке видно, что формы спектров и доминантная частота (0,03 Гц) обоих сигналов фактически совпадают. Так как спектр инфразвуковой волны задавался по фактически зарегистрированному диапазону [14], а спектр синтетической сейсмической волны соответствует спектру реальной волны, то можно подтвердить пригодность выбранной модели для изучения как непосредственно челябинского события, так и допустимость исследований явлений подобного класса.

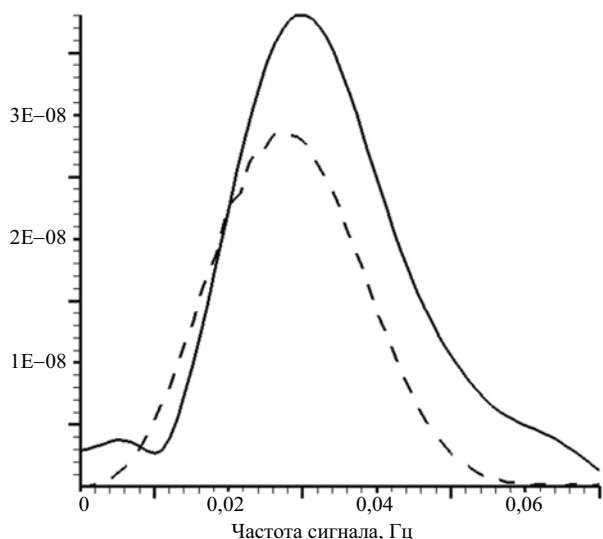


Рис. 2. Спектр модельного (1) и реального (2) сигналов

### Заключение

Проведено двумерное моделирование челябинского события. В рамках программного комплекса решена задача возбуждения сейсмических волн инфразвуковой волной, образовавшейся после атмосферного взрыва Челябинского метеорита. Исследован сейсмический эффект в приближении модели точечного взрыва метеорита, вычислена динамика распространения волн как в воздухе, так и в приповерхностном слое Земли.

Сравнительный анализ результатов показал, что даже такая грубая по современным меркам модель (двумерное моделирование, точечный источник модели взрыва) способна дать физический результат, что подтверждается близостью форм и спектров модельного сигнала и реального сигнала, зарегистрированного на сейсмостанции в г. Обнинске.

Безусловно, подробные трехмерные расчеты с более физической моделью взрыва метеорита способны обеспечить более точные результаты [15]. Но обычно такие расчеты требуют значительных вычислительных ресурсов, что увеличивает время счета. (В подобных расчетах, проводимых автором статьи, это время идет на дни для одного расчета на кластере.) И может оказаться, что проведенный расчет дает неверный результат в силу недостаточно точного задания входных данных. В свою очередь, модель, рассматриваемая в работе, требует значительно меньших мощностей (несколько часов расчетов на ПК). Поэтому поскольку такая модель достоверно воспроизводит физическую природу, она может быть эффективно использована для предварительного конфигурирования входных данных более точных

Получено 14.07.2016

моделей исследования сейсмических эффектов, вызванных взрывом крупного космического тела в атмосфере Земли.

### Библиографические ссылки

1. Astronomical and Physical Aspects of the Chelyabinsk Event (February 15, 2013) / Emel'yanenko V. V. [et. al.] // Solar System Research. – 2013. – Vol. 47. – No. 4. – Pp. 240–254. 14.
2. A 500-kiloton airburst over Chelyabinsk and an enhanced hazard from small impactors / P. G. Brown, J. D. Assink, L. Astiz, R. Blaauw, M. B. Boslough [et al.] // Nature, Supplementary information, 2013.
3. Boslough M. B. E., Crawford D. A. Low-altitude airbursts and the impact threat. International Journal of Impact Engineering. – 2008. – Vol. 35. – No. 12. – Pp. 1441–1448.
4. Edwards Wayne N., Brown Peter G., ReVelle Douglas O. Estimates of meteoroid kinetic energies from observations of infrasonic airwaves // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. – 2006. – Vol. 68, No. 10. – Pp. 1136–1160.
5. Гурвич И. И., Номоконов В. П. Геофизика : справочник. – М. : Недра, 1981. – 464 с.
6. A 500-kiloton airburst over Chelyabinsk and an enhanced hazard from small impactors.
7. Edwards W. N., Eaton D. W., Brown P. G. Seismic observation of meteors: coupling theory and observations // Reviews of Geophysics. – 2008. – Vol. 46. – No. 4.
8. Hastings F. D., Schneider J. B., Broschat S. L. Application of the perfectly matched layer (PML) absorbing boundary condition to elastic wave propagation. – J Acoust Soc Am 1996; 100: 3061–3069.
9. Голубев В. И. Методика отображения и интерпретации результатов полноволновых сейсмических расчетов // Труды МФТИ. – 2014. – Т. 6, № 1 (21). – С. 154–161.
10. Голубев В. И., Квасов И. Е., Петров И. Б. Воздействие природных катастроф на наземные сооружения // Математическое моделирование. – 2011. – Т. 23, № 8. – С. 46–54.
11. Голубев В. И., Петров И. Б., Хохлов Н. И. Численное моделирование сейсмической активности сеточно-характеристическим методом // Вычислительная математика и математическая физика. – 2013. – Т. 53, № 10. – С. 1709–1720.
12. Петров И. Б., Холодов А. С. Численное исследование некоторых динамических задач динамики деформируемого твердого тела сеточно-характеристическим методом // Вычислительная математика и математическая физика. – 1984. – Т. 24, № 5. – С. 722–739.
13. Белоцерковский О. М., Гуцин В. А., Коньшин В. Н. Метод расщепления для исследования течений стратифицированной жидкости со свободной поверхностью // ЖВМ и МФ. – 1987. – Т. 27.
14. A 500-kiloton airburst over Chelyabinsk and an enhanced hazard from small impactors.
15. Моделирование влияния головной ударной волны челябинского метеорита на поверхность Земли / А. В. Астанин, А. Д. Дашкевич, И. Б. Петров, М. Н. Петров, С. В. Утюжников, Н. И. Хохлов // Математическое моделирование. – 2016. – Т. 28, № 8. – С. 33–45.