

УДК 539.431: 621.01

Д. С. Добровольский, магистрант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

В. И. Добровольский, доктор технических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

С. В. Добровольский, доктор технических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

## НАПРЯЖЕНИЯ, ДЕФОРМАЦИИ И ЭНЕРГИИ В ЗОНАХ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИ ДЛИТЕЛЬНОМ РАСТЯЖЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Элементы многих конструкций (котлов и трубопроводов высокого давления, химических аппаратов, двигателей внутреннего сгорания, паровых и газовых турбин) содержат ответственные за разрушение концентраторы напряжений (выточки, резьбы, переходы диаметров, другие надрезы) и работают длительное время  $t$  (до  $10^5$  ч) в условиях повышенных температур. С увеличением времени эксплуатации в зонах концентрации происходит непрерывное изменение местного напряженного, деформированного и энергетического состояний (НДиЭС) за счет проявления процесса ползучести. Для более достоверного прогнозирования ресурса указанных конструкций НДиЭС их элементов целесообразно определять с учетом длительности эксплуатации. Вместе с тем исследований в указанном направлении выполнено недостаточно. Привлечение для этого громоздких наследственных теорий ползучести и машинных методов расчета крайне усложняет решения задач и может приводить к существенным и неоднозначным погрешностям, обусловленным высокими градиентами изменения по опасному сечению местных упруговязкопластических деформаций и энергий. Для инженерных приложений при пропорциональном или близком к нему длительном нагружении представляется целесообразным использовать для расчета НДиЭС теорию старения [1], в соответствии с которой интенсивности местных напряжений  $\sigma_{it}$  и упруговязкопластических деформаций  $e_{it}$  по параметру времени  $t$  определяются изохронными кривыми деформирования при ползучести. Если кривые  $\sigma_{it} - e_{it}$  подобны по параметру времени  $t$ , то громоздкие расчеты на ползучесть численными методами заменяются более доступными аналитическими решениями при нелинейных зависимостях между напряжениями и деформациями. При этом интенсивности местных напряжений и деформаций кратковременной  $\sigma_i - e_i$  и изохронной  $\sigma_{it} - e_{it}$  кривых взаимосвязаны следующим образом:

$$\sigma_{it} = \psi \sigma_i, \quad e_{it} = e_i, \quad \psi = (1 + at^\beta)^{-1}, \quad (1)$$

где  $a$  и  $\beta$  – параметры функции подобия  $\psi$ , зависящие от материала. В связи с изложенным в данной

работе предлагается инженерный метод расчета местных главных напряжений  $\sigma_{jt}$  ( $j = 1, 2, 3$ ), упруговязкопластических деформаций  $e_{jt}$  и ответственных за разрушение удельных энергий изменения формы  $u_{Ft}$  в зонах концентрации при длительном растяжении элементов конструкций. При реализации метода используется упругое решение рассматриваемой задачи [2], теория упругопластических деформаций [3], изохронные диаграммы деформирования материала по параметру времени  $t$ , аппроксимированные линейной и степенной функциями

$$\begin{aligned} \sigma_{it} / \sigma_{int} &= e_{it} / e_{int} \quad \text{при } \sigma_{it} \leq \sigma_{int}, \\ \sigma_{it} / \sigma_{int} &= (e_{it} / e_{int})^{m_{it}} \quad \text{при } \sigma_{it} > \sigma_{int}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\sigma_{int}$ ,  $e_{int}$  – интенсивности напряжений и упруговязких деформаций, соответствующие схематизированному пределу текучести для рассматриваемого времени  $t$ . С учетом изложенного на основе разработанных ранее [4–6] энергетических моделей можно представить инженерный метод расчета НДиЭС для надрезов в условиях длительного нагружения следующим образом:

$$\sigma_{it} = \sigma_{int} \left( \alpha_i \sqrt{F_t} \right)^{\frac{2m_{it}}{1+m_{it}}} \left( \sigma_{int} / \sigma_{int} \right)^{\frac{m_{it}-1}{m_{it}+1}}, \quad (3)$$

$$e_{it} = e_{int} \left( \alpha_i \sqrt{F_t} \right)^{\frac{2}{1+m_{it}}} \left( \sigma_{int} / \sigma_{int} \right)^{\frac{1-m_{it}}{1+m_{it}}}, \quad (4)$$

$$u_{Ft} = 0,5 \sigma_{int} e_{int} + (\sigma_{it} e_{it} - \sigma_{int} e_{int}) / (1 + m_{it}), \quad (5)$$

где  $\sigma_{int}$ ,  $e_{int}$  – интенсивности номинальных напряжений и деформаций в надрезах;  $\alpha_i$  – коэффициент концентрации интенсивности упругих напряжений. При этом корректирующая функция

$$F_t = 0,5(1 + m_{it}) + 0,5(1 - m_{it}) / (\alpha_i \sigma_{int} / \sigma_{int})^2. \quad (6)$$

Для вычисления главных местных напряжений  $\sigma_{jt}$  ( $j = 1; 2; 3$ ) и упруговязкопластических деформаций  $e_{jt}$  распространяется здесь метод переменных параметров упругости [7], в соответствии с которым сечений модуль упруговязкости

$$E_{*t} = \frac{\sigma_{it}/e_{it}}{1 + (1 - 2\mu)\sigma_{it}/3Ee_{it}}; \quad (7)$$

коэффициент поперечной упруговязкопластической деформации

$$\mu_{*t} = \frac{0,5 - (1 - 2\mu)\sigma_{it}/3Ee_{it}}{1 + (1 - 2\mu)\sigma_{it}/3Ee_{it}}, \quad (8)$$

где  $\mu$ ,  $E$  – характеристики упругости материала.

В зонах концентрации реализуется условие местной плоской деформации ( $e_{2t} = 0$ ). С учетом этого можно представить местные главные напряжения как

$$\sigma_{1t} = \sigma_{it} / \sqrt{1 - \mu_{*t} + \mu_{*t}^2}, \quad \sigma_{2t} = \mu_{*t}\sigma_{1t}, \quad \sigma_{3t} = 0 \quad (9)$$

и упруговязкопластические деформации в вершине надреза как

$$e_{1t} = (\sigma_{1t} - \mu_{*t}\sigma_{2t} - \mu_{*t}\sigma_{3t})/E_{*t}, \dots, (1; 2; 3), \quad (10)$$

где (1; 2; 3) – символ круговой перестановки индексов.

### Пример использования предлагаемого метода

**Постановка задачи.** Стержень (шпилька, болт, тяга) из хромистой стали ( $\sigma_{0,2} = 275$  МПа) диаметром нетто-сечения  $d$  с кольцевым надрезом радиусом в вершине  $\rho$  ( $d/\rho = 16$ ) работает в условиях длительного растяжения при номинальном напряжении  $\sigma_n = 75$  МПа и температуре  $T = 450$  °С. Требуется определить запасы прочности, НДиЭС в надрезе при кратковременном ( $t \leq 0,05$  ч) и длительном ( $t = 2 \cdot 10^3$  ч) нагружениях.

**Выполнение.** По упругому решению Г. Нейбера для  $d/\rho = 16$  и коэффициента С. Пуассона  $\mu = 0,3$  получаем значение теоретического коэффициента концентрации напряжений  $\alpha_\sigma = 3,10$ . При этом коэффициент концентрации интенсивности напряжений  $\alpha_i = \sqrt{1 - \mu + \mu^2} \alpha_\sigma = 2,76$ . Используя экспериментальные изохронные кривые деформирования хромистой стали, полученные Ю. Н. Работновым, определяем параметры функции подобия (1)  $a = 0,0553$ ,  $\beta = 0,309$  и модели (2) для кратковременного  $\sigma_{it} = 156$  МПа,  $e_{it} = 0,000824$ ,  $m_i = 0,430$  и длительного ( $t = 2 \cdot 10^3$  ч)  $\sigma_{it} = \sigma_{it}\psi = 98,8$  МПа,  $e_{it} = 0,000824$ ,  $m_{it} = 0,430$  нагружений. Вычисляем модули упругости при кратковременном  $E = 2(1 + \mu)\sigma_{it}/3e_{it} = 1,64 \cdot 10^5$  МПа и упруговязкости при длительном  $E_t = 2(1 + \mu)\sigma_{it}/3e_{it} = 1,04 \cdot 10^5$  МПа нагружениях. Находим соответствующие коэффициенты запаса прочности  $n_t = \sigma_{it}/\sigma_n = 2,08$  и  $n_{it} = \sigma_{it}/\sigma_n = 1,32$ . Определяем интенсивности номинальных напряжений и деформаций: при  $t \leq 0,05$  ч  $\sigma_{in} = \sigma_n = 75$  МПа,  $e_{in} = 2(1 + \mu)\sigma_{in}/3E = 0,000396$ ; при  $t = 2 \cdot 10^3$  ч  $\sigma_{int} = 75$  МПа,  $e_{int} = 2(1 + \mu)\sigma_{int}/3E_t = 0,000625$ .

Поскольку  $\sigma_{in} = 75$  МПа  $<$   $\sigma_{it} = 156$  МПа и  $\sigma_{iy} = \sigma_{in}\alpha_i = 207$  МПа  $>$   $\sigma_{it} = 156$  МПа, а  $\sigma_{int} =$

$= 75$  МПа  $<$   $\sigma_{it} = 98,8$  МПа и  $\sigma_{ity} = \sigma_{in}\alpha_i = 207$  МПа  $>$   $>$   $\sigma_{it} = 156$  МПа, то номинальные напряженно-деформированные состояния при кратковременном и длительном нагружениях являются упругим и упруговязким, а местные – упругопластическим и упруговязкопластическим соответственно. По формуле (6) вычисляем значения корректирующей функции для  $t \leq 0,05$  ч  $F = 0,877$  и  $t = 2 \cdot 10^3$  ч  $F_t = 0,780$ . Используя соотношения (3)–(5), находим интенсивности местных напряжений, деформаций и удельные энергии изменения формы при кратковременном  $\sigma_i = 178$  МПа,  $e_i = 0,00112$ ,  $u_F = 0,114$  МПа и длительном  $\sigma_{it} = 143$  МПа,  $e_{it} = 0,00194$ ,  $u_{Ft} = 0,178$  МПа нагружениях.

С целью определения главных напряжений и деформаций по зависимостям (7), (8) находим переменные параметры упругости:  $E_* = 1,41 \cdot 10^5$  МПа,  $\mu_* = 0,328$ ; упруговязкости:  $E_{*t} = 0,678 \cdot 10^5$  МПа,  $\mu_{*t} = 0,370$ . Применяя выражения (10), вычисляем главные местные напряжения и деформации в вершине концентратора при кратковременном ( $\sigma_1 = 202$ ,  $\sigma_2 = 66,3$  МПа,  $\sigma_3 = 0$ ;  $e_1 = 0,00128$ ,  $e_2 = 0$ ,  $e_3 = -0,000624$ ) и длительном ( $\sigma_{1t} = 163$ ,  $\sigma_{2t} = 60,3$  МПа,  $\sigma_{3t} = 0$ ;  $e_{1t} = 0,00209$ ,  $e_{2t} = 0$ ,  $e_{3t} = -0,00123$ ) нагружениях. При этом первые главные напряжения и упруговязкопластические деформации  $\sigma_{1t}$ ,  $e_{1t}$  направлены перпендикулярно к нетто-сечению стержня, третьи  $\sigma_{3t}$ ,  $e_{3t}$  – по радиусу, а вторые  $\sigma_{2t}$ ,  $e_{2t}$  – перпендикулярно к двум вышеуказанным.

Таким образом, из примера видно, что при длительном нагружении ( $t = 2 \cdot 10^3$  ч) интенсивность местных напряжений снижается на 19,7 %, а интенсивность упруговязкопластических деформаций и удельных энергий изменения формы повышается на 73,2 и 56,1 % соответственно по сравнению с аналогичными величинами при кратковременном нагружении. При этом запас длительной прочности стержня снижается на 36,5 %.

### Библиографические ссылки

1. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
2. Нейбер Г. Концентрация напряжений. – М.: Гостехиздат, 1936. – 204 с.
3. Ильющин А. А. Пластичность. – Ч. 1. – М.: Гостехиздат, 1948. – 376 с.
4. Добровольский С. В. Энергетический метод оценки концентрации напряжений и упругопластических деформаций // Проблемы прочности. – 1999. – № 3. – С. 29–35.
5. Добровольский В. И., Добровольский С. В. Определение параметров механики разрушения материала при длительном нагружении // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2006. – № 6. – С. 47–55.
6. Добровольский Д. С. Напряжения и упругопластические деформации стержней с кольцевыми трещинами // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2016. – № 9. – С. 65–69.
7. Биргер И. А., Демьянушко И. В. Теория пластичности при неизотермическом нагружении // Изв. АН СССР. МТТ. – 1968. – № 6. – С. 70–76.