

в вибрации механизма, отражают взаимосвязи между техническим состоянием, динамической нагруженностью и виброактивностью зубчатых передач.

2. Вибрационно-импульсный метод оценки технического состояния зубчатых передач базируется на установлении взаимосвязи между параметрами ударных импульсов в зубчатых зацеплениях и степенью повреждения элементов зубчатых передач.

3. Спектральный анализ периодически действующих ударных импульсов дает возможность определить амплитудные значения и диапазоны возмущающих частотных гармонических составляющих импульсов на зубцовых и кратных им частотах, на которых выявляется процесс зарождения и развития дефектов в зубчатых передачах.

4. Оценка технического состояния зубчатых передач при проведении стендовых испытаний может быть осуществлена посредством мониторинга изменений уровней и частотных составляющих вибрационных спектров.

Получено 14.02.2017

#### Библиографические ссылки

1. *Ишин Н. Н.* Динамика и вибромониторинг зубчатых передач. – Минск : Беларус. навука, 2013. – 432 с.
2. Экспериментальные и теоретические результаты исследования авиационных зубчатых передач для двигателей пятого и шестого поколений / И. Ф. Кравченко, А. Б. Единолич, В. А. Яковлев, В. Л. Дорофеев // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2008. – № 8(55). – С. 129–134.
3. *Павлов В. Б.* Акустическая диагностика механизмов. – М. : Машиностроение, 1971. – 224 с.
4. *Бидерман В. Л.* Теория механических колебаний. – М. : Высш. шк., 1980. – 408 с.
5. Прочность, устойчивость, колебания : справочник. В трех т. / под ред. д-ра техн. наук И. А. Биргера, чл.-кор. АН Латвийской ССР Я. Г. Пановко. – М. : Машиностроение, 1968. – Т. 2. – 463 с.
6. *Ишин Н. Н.* Указ. соч.
7. Там же.
8. *Генкин М. Д., Соколова А. Г.* Виброакустическая диагностика машин и механизмов. – М. : Машиностроение, 1987. – 288 с.
9. *Ишин Н. Н.* Указ. соч.
10. Там же.

УДК 621.833.6

**Г. Ю. Волков**, доктор технических наук, доцент, Курганский государственный университет  
**С. В. Колмаков**, кандидат технических наук, ГБУДО «Детско-юношеский центр», Курган  
**Д. В. Фадюшин**, аспирант, Курганский государственный университет

### ПЛАНЕТАРНАЯ ПЕРЕДАЧА ТИПА $K-V-V$

**В** машиностроении известны планетарные передачи  $K-H-V$  (по классификации В. Н. Кудрявцева [1]), где основными звеньями являются центральное колесо с внутренними зубьями, ведущее водило, ведомый сателлит с внешними зубьями и устройство снятия момента с сателлита, компенсирующее несоосность сателлита и ведомого вала. Недостаток таких передач заключается в наличии водила, представляющего собой сложную и нетехнологичную деталь. Нами предложена [2] новая безводильная планетарная передача, которую по системе В. Н. Кудрявцева следует обозначить как  $K-V-V$ . Особенностью данной передачи является то, что все три оси – ведущего 2, ведомого 3 и опорного 1 колес – не совпадают друг с другом.

#### Варианты конструкции новой передачи

Новая передача показана на рис. 1. Она содержит колесо 1 с внутренними зубьями. В данной конструкции колесо 1 является неподвижным. Остальные зубчатые колеса передачи – сателлиты. Все сателлиты делятся на две группы – наружную и центральную. В данной конструкции непосредственно взаимодействуют с колесом 1, т. е. составляют наружную группу, сателлиты 3, 4, 5. Сателлит 2 представляет

центральную группу сателлитов. Он взаимодействует только с сателлитами наружной группы. Ведомым звеном передачи является наибольший сателлит наружной группы, т. е. сателлит 3. Ведущим звеном может быть любой другой сателлит, однако наибольшее передаточное отношение и КПД механизма достигаются в том случае, когда ведущий сателлит относится к центральной группе сателлитов. В данной конструкции ведущий – сателлит 2. Прочие сателлиты являются промежуточными звеньями, они не нагружены крутящим моментом. В данной конструкции промежуточные – сателлиты 4, 5.

Движение подается на вал колеса 2 и снимается с вала колеса 3. При этом направление движения меняется на противоположное.

В передаче, изображенной на рис. 2, наружная группа сателлитов содержит два опорных сателлита 4, 5, а центральная группа сателлитов состоит из трех сателлитов. Тот из них, который находится в центре (сателлит 2), является ведущим, а два других – 6, 7 – вспомогательными. Для увеличения КПД и нагрузочной способности передачи нужно минимизировать углы зацепления в силовых кинематических парах, образуемых опорным сателлитом 4. Однако при этом повышается опасность выпадения

опорного сателлита 5, не нагруженного при данном направлении вращения. Вспомогательные сателлиты 6, 7 не дают выпасть ненагруженному опорному сателлиту 5. Вспомогательные сателлиты устанавливаются так, чтобы углы давления в образуемых ими кинематических парах были максимальными. На общий КПД передачи это практически не влияет, потому что данные кинематические пары не являются силовыми.

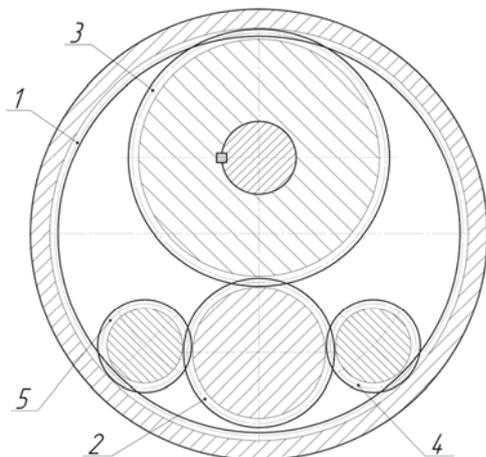


Рис. 1. Зубчатая безводильная планетарная передача

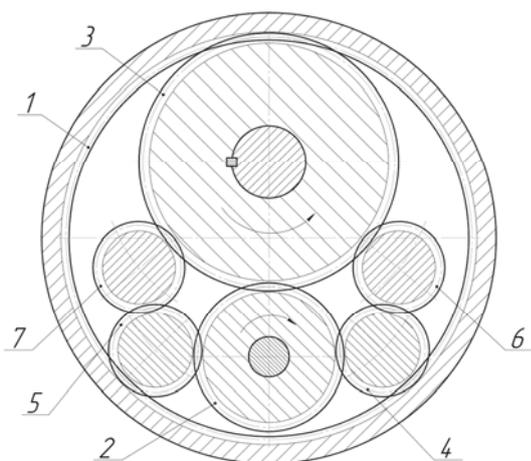


Рис. 2. Зубчатая безводильная планетарная передача

На рис. 3 передача содержит ведущий сателлит 8, который относится к наружной группе сателлитов. Он непосредственно взаимодействует с центральным остановленным силовым колесом 1, а также с промежуточными сателлитами 9 и 10 центральной групп-

пы. Данная передача осуществляет однонаправленное вращение ведущего и ведомого валов.

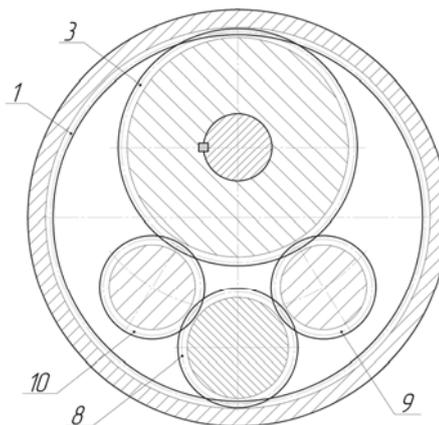


Рис. 3. Зубчатая безводильная планетарная передача

### Кинематические возможности передачи

Передаточное отношение механизмов, показанных на рис. 1 и 2, вычисляется по формуле

$$i_{2-3o1} = (1 + (z_1 / z_2)) / (1 - (z_1 / z_3)), \quad (1)$$

где  $z_1$  – число зубьев остановленного центрального колеса 1;  $z_2, z_3$  – числа зубьев ведущего 2 и ведомого 3 сателлитов.

Для механизмов, показанных на рис. 1 и 2, изображен пример зубчатой безводильной передачи, имеющей параметры:  $z_1 = 100, z_2 = 62, z_3 = 35, z_4 = 21$ . Подставив значения чисел зубьев зубчатых колес в формулу (1), получим

$$i_{2-3o1} = (1 + (100 / 35)) / (1 - (100 / 62)) = -6,2.$$

Результаты расчетов передаточных чисел, которые можно получить в редукторах такого типа, приведены в табл. 1.

Передаточное отношение передачи, показанной на рис. 3, рассчитывается по формуле

$$i_{8-3o1} = (1 - (z_1 / z_8)) / (1 - (z_1 / z_3)). \quad (2)$$

На рис. 3 изображен пример зубчатой безводильной передачи, имеющей параметры:  $z_8 = 30, z_3 = 67, z_1 = 100, z_9 = 26$ .

Подставив значения в формулу (2), получим

$$i_{8-3o1} = (1 - (100 / 30)) / (1 - (100 / 67)) = 4,75.$$

Весь диапазон передаточных отношений планетарного механизма по рис. 3 показан в табл. 2.

Таблица 1. Значения передаточных отношений и КПД передачи

|             |            |            |            |            |            |            |            |            |            |
|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| $z_1 = 100$ | $z_2 = 10$ | $z_2 = 15$ | $z_2 = 20$ | $z_2 = 25$ | $z_2 = 30$ | $z_2 = 35$ | $z_2 = 40$ | $z_2 = 45$ | $z_2 = 50$ |
| $z_3$       | 87         | 82         | 77         | 72         | 67         | 62         | 57         | 52         | 47         |
| $i_{2-3o1}$ | -73,61     | -34,92     | -20,08     | -12,85     | -8,79      | -6,29      | -4,64      | -3,49      | -2,66      |
| $\eta$      | 0,519      | 0,713      | 0,831      | 0,885      | 0,906      | 0,916      | 0,924      | 0,920      | 0,930      |

Таблица 2. Значения передаточных отношений и КПД передачи

|             |            |            |            |            |            |            |            |            |            |
|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| $z_1 = 100$ | $z_8 = 10$ | $z_8 = 15$ | $z_8 = 20$ | $z_8 = 25$ | $z_8 = 30$ | $z_8 = 35$ | $z_8 = 40$ | $z_8 = 45$ | $z_8 = 50$ |
| $z_3$       | 87         | 82         | 77         | 72         | 67         | 62         | 57         | 52         | 47         |
| $i_{8-3o1}$ | 60,23      | 25,81      | 13,39      | 7,71       | 4,73       | 3,03       | 1,98       | 1,32       | 0,88       |
| $\eta$      | 0,484      | 0,660      | 0,774      | 0,826      | 0,868      | 0,883      | 0,896      | 0,899      | 0,902      |

**Силовой анализ**

Схема сил, действующих на звенья передачи, изображенной на рис. 1, показана на рис. 4. При данном соотношении размеров зубчатых колес результирующая сила реакции  $R_{ij}$  во всех кинематических парах одна и та же. Принимаем  $R_{14} = R_{24} = R_{23} = R_{13} = 1$ .

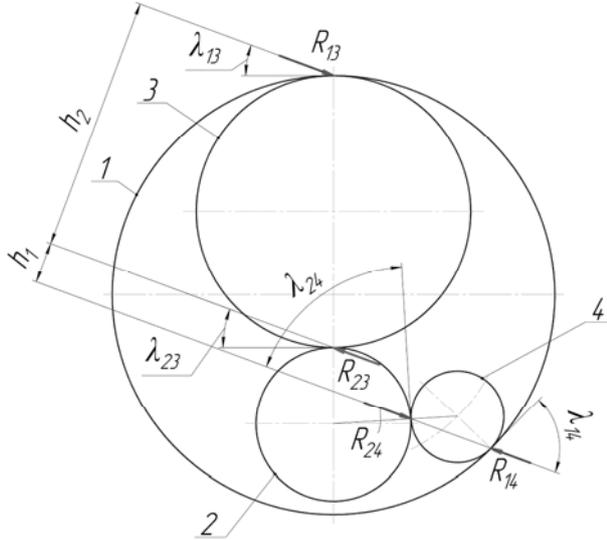


Рис. 4. Схема действующих сил

Углы давления  $\lambda_{ij}$  (т. е. углы между направлением силы  $R_{ij}$  и общей касательной взаимодействующих начальных окружностей  $i$  и  $j$ ) находим из построения (см. рис. 4).

Получаем углы давления:  $\lambda_{24} = \lambda_{14} = 65^\circ 54'$ ,  $\lambda_{23} = \lambda_{13} = 20^\circ 51'$ .

Углы зацепления  $\alpha_{\omega 14}$ ,  $\alpha_{\omega 24}$ ,  $\alpha_{\omega 13}$ ,  $\alpha_{\omega 23}$  определяются в результате геометрического расчета соответствующих зацеплений, который выполняем при помощи компьютерных программ, например, библиотеки КОМПАС-SHAFT 2D.

Используя библиотеку, получаем:  $\alpha_{\omega 14} = 30^\circ$ ,  $\alpha_{\omega 24} = 22^\circ$ ,  $\alpha_{\omega 13} = 20^\circ$ ,  $\alpha_{\omega 23} = 30^\circ$ .

Рассматриваемые механизмы являются двухточечными. В них силы  $R_{pij}$  и  $R_{oij}$  действуют на двух сторонах зуба: «рабочей» (индекс  $p$ ) и «обратной» (индекс  $o$ ). Подробно этот вопрос рассмотрен в работах [3, 4]. Воспользуемся конечными формулами:

$$R_{pij} = R_{ij} \frac{\sin(\lambda_{ij} + \alpha_{\omega ij})}{\sin 2\alpha_{\omega ij}}; \quad (3)$$

$$R_{oij} = R_{ij} \frac{\sin(\lambda_{ij} - \alpha_{\omega ij})}{\sin 2\alpha_{\omega ij}}. \quad (4)$$

При  $R_{14} = R_{24} = R_{23} = R_{13} = 1$ , получаем:

$$R_{p14} = 1,14; R_{p24} = 1,27; R_{p23} = 1,14; R_{p13} = 1,34;$$

$$R_{o14} = 0,71; R_{o24} = 0,44; R_{o23} = 0,71; R_{o13} = 0,53.$$

Отметим, что при точном изготовлении деталей передачи силовое взаимодействие между соседними

парами сателлитов отсутствует. При таком условии силы, действующие в кинематических парах механизма, изображенного на рис. 2, будут точно такие же, как в случае рассмотренного механизма, изображенного на рис. 1.

Схема сил, действующих на звенья передачи (рис. 3), показана на рис. 5. При данном соотношении размеров зубчатых колес результирующая сила реакции  $R_{ij}$  во всех кинематических парах одна и та же. Принимаем  $R_{18} = R_{89} = R_{39} = R_{13} = 1$ .

Углы давления  $\lambda_{ij}$  находим из построения (см. рис. 5).

Получаем углы давления:  $\lambda_{18} = \lambda_{89} = 74^\circ 27'$ ,  $\lambda_{39} = \lambda_{13} = 41^\circ 46'$ .

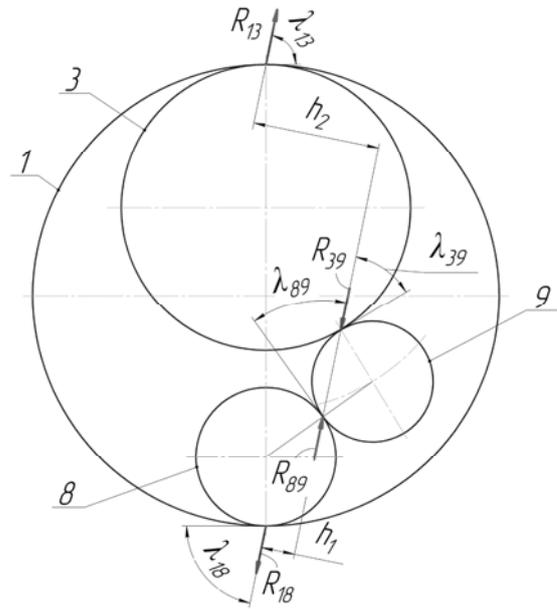


Рис. 5. Схема действующих сил

Применив библиотеку КОМПАС-SHAFT 2D, находим углы зацепления:  $\alpha_{\omega 18} = 25^\circ 47'$ ,  $\alpha_{\omega 89} = 24^\circ 31'$ ,  $\alpha_{\omega 39} = 30^\circ 52'$ ,  $\alpha_{\omega 13} = 27^\circ 07'$ .

Используя формулы (3), (4), при  $R_{18} = R_{89} = R_{39} = R_{13} = 1$  получаем:

$$R_{p18} = 1,18; R_{p89} = 1,21; R_{p39} = 1,2; R_{p13} = 1,09;$$

$$R_{o18} = 0,35; R_{o89} = 0,39; R_{o39} = 0,9; R_{o13} = 0,78.$$

**Оценка КПД**

Коэффициент  $\eta$  полезного действия (КПД) механизма – это отношение полезной  $P_{pol}$  мощности к затраченной  $P_{zat}$  (которая включает мощность  $P_{pot}$  потерь):

$$\eta = P_{pol} / P_{zat} = P_{pol} / (P_{pot} + P_{pol}). \quad (5)$$

Полезная мощность

$$P_{pol} = P_3 = M_3 \omega_3 = R h_2 \omega_3, \quad (6)$$

где  $M_3$  – момент на ведомом колесе;  $R$  – сила ( $R = 1$ );  $h_2$  – плечо на ведомом колесе (определяем по чертежу);  $\omega_3$  – угловая скорость ведомого колеса.

Потери в передаче  $P_{pot}$  складываются из потерь во всех зацеплениях  $P_{poti}$ . С учетом сказанного формулу (5) можно преобразовать к виду

$$\eta = \frac{Rh_2\omega_3}{Rh_2\omega_3 + \sum_{i=1}^x P_{poti}}. \quad (7)$$

В рассматриваемом механизме все зацепления являются «двухточечными». При этом потери происходят и на «рабочей»  $P_{pi}$  и на «обратной»  $P_{oi}$  стороне зуба. Мощность потерь для каждого зацепления приближенно определяем [5–7] по формуле вида

$$P_{poti} = V_{cp} f_i (R_{pi} + R_{oi}), \quad (8)$$

где  $R_{pi}$ ,  $R_{oi}$  – силы, действующие на рабочую и обратную стороны зуба;  $f_i$  – расчетный коэффициент трения;  $V_{cp}$  – средняя скорость скольжения в зацеплениях.

Приближенно [8] примем

$$V_{cp} = 2V_p(1/z_{sch} \pm 1/z_k), \quad (9)$$

где  $V_p$  – расчетная окружная скорость в полюсах зацеплений;  $z_{sch}$ ,  $z_k$  – числа зубьев шестерни и колеса.

Расчетную окружную скорость  $V_p$  вычислим при остановленном водиле через ведомое колесо:

$$V_p = \omega_3 r_3 (1 - i_{H-3}), \quad (10)$$

где  $r_3$  – радиус ведомого колеса;  $i_{H-3}$  – передаточное отношение от водила к ведомому колесу. Его величину можно найти по формуле

$$i_{H-3} = 1 / (1 - z_1/z_3). \quad (11)$$

Подставляя среднюю скорость в формулу (9) получим следующее выражение:

$$P_{poti} = 2\omega_3 r_3 (1 - i_{H-3}) f_i (R_{pi} + R_{oi}) \left( \frac{1}{z_{schi}} \pm \frac{1}{z_{ki}} \right). \quad (12)$$

Подставив в формулу (7) мощности потерь  $P_{pot}$  всех зацеплений и выполнив преобразования, получим окончательную развернутую расчетную формулу для расчета КПД передачи:

$$\eta = \frac{h_2}{h_2 + 2r_3(1 - i_{H-3}) f \sum_{i=1}^x \left( R'_{ni} \left( \frac{1}{z_{schi}} \pm \frac{1}{z_{ki}} \right) \right)}, \quad (13)$$

где  $R'_{ni} = R_{pi} + R_{oi}$  (при условии, что  $R = 1$ ).

Для механизмов, показанных на рис. 1, 2, 4, коэффициент полезного действия, рассчитывается по формуле (13). Подставим в формулу значения:  $h_2 = 57,97$  мм,  $r_3 = 31$  мм,  $i_{H-3} = 1,632$ ,  $f = 0,1$ ,  $R_{p14} = 1,14$ ,  $R_{p24} = 1,27$ ,  $R_{p23} = 1,14$ ,  $R_{p13} = 1,34$ ,  $R_{o14} = 0,71$ ,  $R_{o24} = 0,44$ ,  $R_{o23} = 0,71$ ,  $R_{o13} = 0,53$ ,  $z_8 = 30$ ,  $z_3 = 67$ ,  $z_1 = 100$ ,  $z_9 = 26$ , получим

$$\eta = 57,94 / \left( 57,94 + 2 \cdot 31,0 \cdot (1 + 1,632) 0,1 \times \sum_{i=1}^x (2,39 \cdot 0,076 + 1,04 \cdot 0,045 + 2,39 \cdot 0,038 + 1,04 \cdot 0,006) \right),$$

$$\eta = 0,916.$$

Для передачи, показанной на рис. 3, 5, коэффициент полезного действия рассчитывается также по формуле (13). Подставим значения:  $h_2 = 33,97$  мм,  $r_3 = 33,5$  мм,  $i_{H-3} = 2,03$ ,  $f = 0,1$ ,  $R_{p18} = 1,18$ ,  $R_{p89} = 1,21$ ,  $R_{p39} = 1,2$ ,  $R_{p13} = 1,09$ ,  $R_{o18} = 0,35$ ,  $R_{o89} = 0,39$ ,  $R_{o39} = 0,9$ ,  $R_{o13} = 0,78$ ,  $z_8 = 30$ ,  $z_3 = 67$ ,  $z_1 = 100$ ,  $z_9 = 26$  в формулу, получим

$$\eta = 33,97 / \left( 33,97 + 2 \cdot 33,5 \cdot (1 + 2,03) 0,1 \times \sum_{i=1}^x (1,53 \cdot 0,072 + 1,6 \cdot 0,053 + 2,11 \cdot 0,023 + 1,88 \cdot 0,0049) \right),$$

$$\eta = 0,868.$$

Наглядное представление о соотношении технических показателей передачи в поле ее возможных геометрических параметров (табл. 1, 2) дает диаграмма, построенная в координатах «передаточное отношение – КПД» (рис. 6).

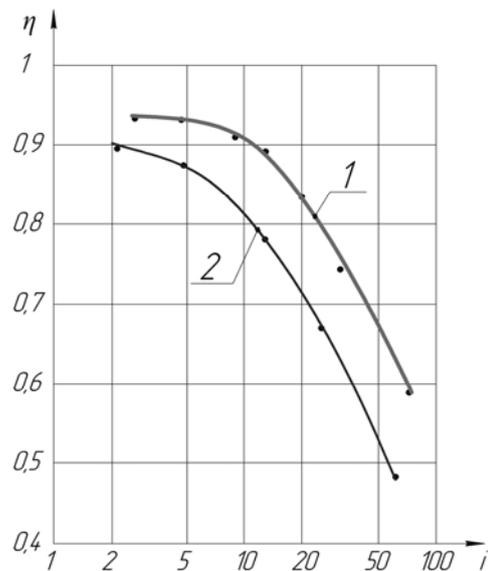


Рис. 6. Зависимость КПД ( $\eta$ ) от передаточного отношения ( $i$ )

Кривая 1 соответствует расчетам для передачи, изображенной на рисунках 1, 2, 4, в которой ведущее звено относится к центральной группе сателлитов. Кривая 2 соответствует расчетам для передачи, изображенной на рисунках 3, 5, в которой ведущее звено принадлежит наружной группе сателлитов. Некоторые девиации расчетных значений КПД обусловлены выбором значений параметров зубчатых колес, в частности коэффициентов смещений и числа зубьев промежуточного сателлита. Оптимизация параметров зацеплений в каждом конкретном случае за

счет изменения углов зацепления и давления представляет собой определенный резерв повышения КПД передачи.

#### **Выводы**

Оценивая технические возможности рассматриваемых планетарных зубчатых безводильных передач в целом, отметим очень широкий диапазон выбора передаточных отношений. При этом КПД достаточно высок – находится на уровне «хороших» червячных передач. Основными же достоинствами передач типа  $K-V-V$  являются простота конструкции и технологичность. Новая передача может быть с успехом использована в приводах трубопроводной арматуры, в лебедках, домкратах, ключах-мультипликаторах и других низкооборотных механизмах или механизмах периодического действия.

Получено 27.02.2017

#### **Библиографические ссылки**

1. Кудрявцев В. Н. Планетарные передачи. – Изд. 2-е. – Л. : Машиностроение, 1966. – 308 с.
2. Заявка на изобретение № 2016113923: МПК F 16 H 1/28, 1/46. Зубчатая безводильная планетарная передача.
3. Волков Г. Ю., Колмаков С. В. Повышение технических характеристик безводильной планетарной передачи за счет увеличения коэффициента смещения на внутренних зубьях // Вестник Курганского гос. ун-та. Серия «Технические науки». – 2013. – № 2. – С. 5–9.
4. Колмаков С. В. Разработка структурных схем безводильных планетарных передач : дис. ... канд. техн. наук : 05.02.18 / С. В. Колмаков [ИжГТУ имени М. Т. Калашникова]. – URL: <http://umad.istu.ru/zashchity-dissertatsij>. – Ижевск, 2014. – 154 с.
5. Кудрявцев В. Н. Указ. соч.
6. Волков Г. Ю., Колмаков С. В. Указ. соч.
7. Колмаков С. В. Указ. соч.
8. Кудрявцев В. Н. Указ. соч.