

10. *Gribovskaya E., Billard A.* Combining dynamical systems control and programming by demonstration for teaching discrete bimanual coordination tasks to a humanoid robot // 3 IEEE/ACM International Conference on Human-Robot Interaction : сб. ст. междунар. конференции (Амстердам, 2008). – Амстердам, 2008. – С. 33–40.

11. *Chang W. C., Nguyen V. T.* Control of cooperative dual-arm mobile robots in a vision-based intelligent space // International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines : сб. ст. междунар. конф., 2010. – С. 296–304.

12. *Лесков А. Г., Калеватых И. А.* Экспериментальные исследования алгоритмов управления связанным движением двурукого манипуляционного робота // Вестник МГТУ

им. Н. Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». – 2012. – № 4(89). – С. 33–43.

13. *Орлов И. А.* Синтез движения манипуляционных систем для пространств со сложными связями и ограничениями : дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Ин-т прикладной математики имени М. В. Келдыша. – М., 2013.

14. *Корягин Е. В.* Разработка высокоуровневой системы управления антропоморфным роботом // Нейроинформатика. – 2013. – Т. 7, № 1.

15. Там же.

16. Там же.

17. *Орлов И. А.* Указ. соч.

18. *Automated Systems of Image Verification* : монография / Е. Pivarciova, P. Bojek, M. A. Al Akkad, B. A. Yakovlevich. – Gliwice, Poland : PA NOVA, 2015. – С. 130–206.

Получено 06.02.2017

УДК 539.217:691.327.333

К. Л. Домнина, Воткинский филиал ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

М. Н. Каракулов, доктор технических наук, доцент, Воткинский филиал ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

ОСНОВЫ АЛГОРИТМА ОПТИМИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

Постоянное совершенствование традиционных и внедрение новых технологий производства требует привлечения новых эффективных материалов, свойства которых в большинстве своем необходимо оптимизировать под каждую конкретную задачу. В свою очередь, результаты экспериментов по оптимизации составов материалов известными методами требуют проверки и корректировки, что предполагает выполнение трудоемких исследований. В связи с этим приобрело чрезвычайную актуальность предварительное моделирование составов и их свойств [1].

Задачи создания пористых материалов с заданными свойствами для несущих высокую нагрузку конструкций связаны с неопределенностями [2]. Это, во-первых, неопределенность в оценке эффективности решений; во-вторых, неопределенность условий, в которых предстоит функционировать конструкциям в реальности; и, в-третьих, неопределенность задач, которых, как правило, несколько. Например, надежность и долговечность, минимальная теплопроводность и плотность самого материала, наименьшая трудоемкость изготовления и себестоимость и т. д. Очевидно, что эти задачи необходимо выполнить одновременно. Каждая из них оценивается своими критериями или показателями эффективности, значения которых зависят от значений параметров материала – механических и пластических характеристик, системы армирования (при наличии) и т. д.

Наша цель – построить математические модели этих зависимостей и на их базе формализовать задачу поиска оптимального решения уже для конкрет-

ных случаев. Нами предлагается метод построения критерия теплопроводности пористого материала на примере пенобетона неавтоклавно твердения.

В связи с ужесточением требований по теплозащите зданий и сооружений заметно возрос спрос на качественные теплоизоляционные материалы, эффективность которых оценивается коэффициентом теплопроводности λ . Коэффициент теплопроводности λ является физическим параметром вещества, прямо пропорциональным потоку тепла q через материал и обратно пропорциональным градиенту температур ∇T . В общем случае для вывода дифференциального уравнения теплопроводности используется метод математической физики, когда процесс изучается в элементарном объеме dV за бесконечно малый промежуток времени dt , что позволяет упростить вывод. В общем виде дифференциальное уравнение теплопроводности, записанное в декартовой системе координат, имеет следующий вид [3]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{Q_w}{c\rho}, \quad (1)$$

где λ – коэффициент теплопроводности; ρ – средняя плотность; c – удельная теплоемкость; Q_w – мощность внутренних источников тепловыделения, $Q_w = f(x, y, z, t, T)$.

Если для материала $\lambda = \text{const}$, то можно ввести в рассмотрение обозначение коэффициента теплопроводности $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ и оператора Лапласа

$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$, получив окончательное выражение дифференциального уравнения теплопроводности [4]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \nabla^2 T + \frac{Q_w}{c\rho}. \quad (2)$$

Но применение закона Фурье к теплоизоляционным материалам является достаточно условным ввиду их высокопористого строения, что не позволяет рассматривать их как сплошную среду.

Теплопроводность пористых материалов определяется их плотностью ρ , зависит от характера пористости (преобладания или баланса открытых и замкнутых пор) и от влажности [5].

Проанализируем процесс теплопереноса в пенобетонном блоке (рис. 1).

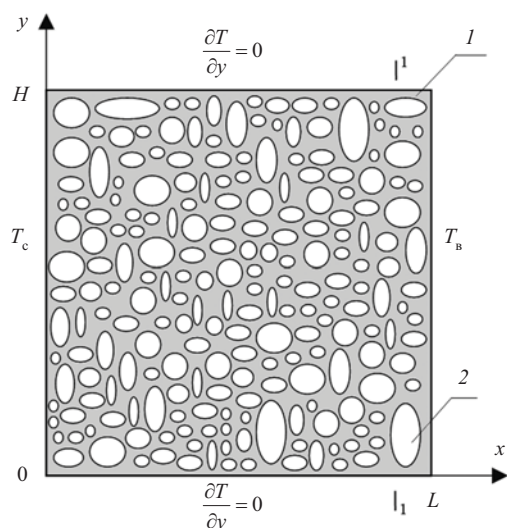


Рис. 1. Область решения пенобетонного блока:
1 – цементная матрица; 2 – поры

Пенобетонный блок с размерами $L = H$ имеет в своем составе цементную матрицу ($\lambda_1 = 0,7$ Вт/м · °С, $c_1 = 710$ Дж/(кг · °С)) и включения – поры (за показатели теплопроводности и теплоемкости берем значения, соответствующие наполнению пор, т. е. воздуху: $\lambda_2 = 0,022$ Вт/м · °С, $c_2 = 1000$ Дж/(кг · °С)). Теплоперенос осуществляется непосредственно вдоль оси O_x , т. е. на вертикальных границах области решения температуры не равны и не постоянны: $T_c \neq T_b \neq \text{const}$.

Для пенобетонного блока будет справедливо, что перенос тепла теплопроводностью описывается следующим уравнением, записанным в декартовой системе координат:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q_w(x, y, z, t, T). \quad (3)$$

Это уравнение Фурье – Кирхгофа устанавливает связь между временным и пространственным изменениями температуры в любой точке тела, соответственно, математическая постановка задачи при расчете теплопереноса для пенобетонного блока будет иметь вид

$$\begin{cases} \rho_1 c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}, \\ \rho_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2}. \end{cases} \quad (4)$$

Мы принимаем, что процесс теплопереноса через пенобетонный блок является стационарным, т. е.

температура тела во времени постоянна: $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$; но

в то же время температура составляющих его частей – цементной матрицы и пор – переменна, поэтому уравнения теплопроводности можно записать в следующем виде [6]:

$$\begin{cases} \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} = 0, \\ \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Интегрируя уравнения (5), получим:

$$\begin{cases} \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} = \text{const} = A_1, \\ \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} = \text{const} = A_2. \end{cases} \quad (6)$$

После вторичного интегрирования получаем:

$$\begin{cases} \lambda_1 T_1 = A_1 x + B_1, \\ \lambda_2 T_2 = A_2 x + B_2. \end{cases} \quad (7)$$

Задаем граничные условия:

при $x = 0$ $T_1 = T_2 = T_c = B$;

при $x = L$ $T_1 = T_2 = T_b = AL + T_c$,

откуда $A = \frac{T_c - T_b}{L}$.

Тогда

$$\begin{cases} \lambda_1 T_1 = \frac{T_c - T_b}{L} x + T_c, \\ \lambda_2 T_2 = \frac{T_c - T_b}{L} x + T_c. \end{cases} \quad (8)$$

Также можно утверждать, что поток тепла, проходящий через сечение 1-1 пенобетонного блока площадью F , равен сумме потоков, проходящих через цементную матрицу и поры. Ввиду того что толщина и теплопроводность материалов постоянны, принято, что каждый из этих потоков пропорционален произведению теплопроводности цементной матрицы или поры на площадь F_1 или F_2 :

$$\lambda F = \lambda_1 F_1 + \lambda_2 F_2, \quad (9)$$

где $F = F_1 + F_2$.

Или, принимая во внимание (8), получаем:

$$\lambda F = \frac{\left(\frac{T_c - T_b}{L} x + T_c\right)}{T_1} F_1 + \frac{\left(\frac{T_c - T_b}{L} x + T_c\right)}{T_2} F_2. \quad (10)$$

Соответственно, значение коэффициента теплопроводности пенобетона λ будет рассчитываться как

$$\lambda = \frac{\frac{\left(\frac{T_c - T_b}{L} x + T_c\right)}{T_1} F_1 + \frac{\left(\frac{T_c - T_b}{L} x + T_c\right)}{T_2} F_2}{F_1 + F_2}. \quad (11)$$

Для оценки теплопроводности всего материала следует отдельно рассмотреть свойства его составляющих, которые и формируют общий теплоток.

Теплопроводность цементной матрицы зависит от ее структуры и влажности. Перенос тепла осуществляется по межпоровым перегородкам (рис. 2).

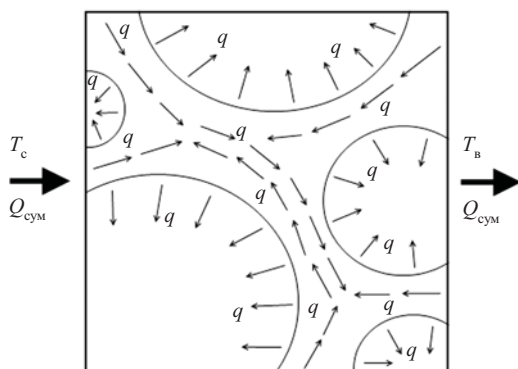


Рис. 2. Схема теплового потока в пенобетонной структуре: 1 – цементная матрица; 2 – поры, заполненные воздухом; $Q_{\text{сум}}$ – суммарный поток тепла; q – перемещение теплотока по межпоровым перегородкам

В свою очередь, теплоток, проходящий непосредственно через поры, зависит от характера пористости, размера и количества пор, содержания паров воды или воды в капельном состоянии, температуры.

Таким образом, задача с поиском критериев оптимальности для пенобетонных конструкций будет иметь вид

Получено 14.02.2017

$$\begin{cases} N \rightarrow \max, \\ d \rightarrow \min, \\ \rho = f(N) \rightarrow \min, \\ 600 \leq \rho \leq 800, \\ W_{\text{отп}} = f(\Pi) \rightarrow \min, \\ \sigma_b = f(\rho), \\ \sigma_b \leq [\sigma_y] \leq [\sigma]. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь N – количество пор, d – диаметр пор, Π – пористость, $W_{\text{отп}}$ – отпускная влажность, σ_b – предел прочности на сжатие, $[\sigma_y]$ – допускаемое напряжение по устойчивости, $[\sigma]$ – допускаемое напряжение на сжатие. Стоит отметить, что наша цель – создание эффективного конструкционно-теплоизоляционного материала, что предполагает одновременно высокие прочностные и низкие теплопроводные показатели. Поэтому мы предполагаем, что средняя плотность пенобетона будет лежать в пределах $600 \leq \rho \leq 800$, что и соответствует марке конструкционно-теплоизоляционного пенобетона.

Это пример формализации еще одного критерия оптимальности пенобетонной конструкции. Задача определения оптимальной структуры пеноблока содержит множество критериев и решается методом многокритериальной оптимизации.

Библиографические ссылки

1. Домнина К. Л., Грахов В. П., Титова О. В. Системный анализ при оптимальном проектировании составов ячеистых бетонов // Экономика и предпринимательство. – 2015. – № 3(56). – С. 435–437.
2. Модели и методы векторной оптимизации / С. В. Емельянов, В. И. Борисов, А. А. Малевич, А. М. Черкашин // Изв. АН СССР. – 1973. – № 6. – С. 386–448.
3. Кузнецов Г. В., Шеремет М. А. Разностные методы решения задач теплопроводности : учеб. пособие. – Томск : Изд-во ТПУ, 2007. – С. 5–7.
4. Мазо А. Б. Основы теории и методы расчета теплопередачи : учеб. пособие. – Казань : Казанский ун-т, 2013. – С. 9–10.
5. Румянцев Б. М., Жуков А. Д., Смирнова Т. Ю. Теплопроводность высокопористых материалов // Вестник МГСУ. – 2012. – № 3. – С. 108–114.
6. Нацокин В. В. Техническая термодинамика и теплопередача : уч. пособие для неэнергетических спец. вузов. – М. : Высш. шк., 1975. – С. 325–328.