- 4. Трубачев Е. С., Злобина П. А., Логинов С. Е. Новая схема формообразования зубьев спироидных колес // Интеллектуальные системы в производстве. 2011. № 3. C. 178–184.
- 5. *Трубачев Е. С.*, *Зубкова А. И.* Метод нарезания витков многозаходных цилиндрических червяков // Теория и практика зубчатых передач : сб. тр. междунар. симпозиума (21–23 января, 2014 г., Россия, Ижевск). Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2013. С. 238–243. ISBN 978-5-7526-0629-8.
- 6. Goldfarb V. I., Trubachev E. S. Development and Application of Computer-Aided Design and Tooth Contact Analysis Получено 07.04.2017

- of Spiral-Type Gears With Cylindrical Worms // Technical Paper for AGMA FTM, 2002, USA, p. 17–21.
- 7. Литвин Ф. Л., Тимофеев Б. П., Рубцов В. Н. Синтез обкатных и полуобкатных конических передач с круговыми зубьями по локальным условиям // Механика машин. 1971. Вып. 31-32. С. 40–49.
- 8. Сегаль М. Г. Об определении границ пятна контакта зубьев конических и гипоидных передач // Машиноведение. $1972.-N_{\odot}4.-C.61-68.$
- 9. Шевелева Г. И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. М. : Станкин, 1999. 494 с.
 - 10. Трубачев Е. С., Злобина П. А., Логинов С. Е. Указ. соч.

УДК 62-233.3/.9 DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-8-12

В. Н. Ражиков, доктор технических наук, профессор, Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д. Ф. Устинова, Санкт-Петербург

А. Н. Беляев, аспирант, Балтийский государственный технический университет «Военмех» имени Д. Ф. Устинова, Санкт-Петербург

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ТОЧНОСТИ ПЛАНЕТАРНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ ВИДА *К-H-V*

В следствие особенностей конструктивного исполнения планетарных передач К-Н-V, а также принципов их работы расчет кинематической точности отличается от такого расчета для цилиндрических зубчатых передач. Поэтому существующий стандарт ГОСТ 21098–82 «Цепи кинематические. Методы расчета точности» нельзя использовать без введения соответствующих корректировок.

Приведенный ниже расчет кинематической погрешности передачи K-H-V проводится для оценки среднего значения, поэтому допуски и погрешности элементов передачи принимаются равными значениям середины поля рассеивания рассматриваемых величин.

Обозначим допуск на кинематическую погрешность передачи K-H-V через (F_{i0}') , ее величина будет складываться из двух составляющих — кинематической погрешности планетарного зубчатого зацепления $(F_{i0}')_z$ и кинематической погрешности механизма параллельных кривошипов $(F_{i0}')_k$, передающего вращение от сателлитов звену V:

$$(F'_{i0}) = (F'_{i0})_z + (F'_{i0})_k$$
.

Значение $(F'_{i0})_z$ в соответствии с рекомендациями ГОСТ 21098–82 можно найти из выражения

$$(F'_{i0})_z = \left[\sqrt{(F'_{i1})^2 + E^2_{\Sigma M1}} + \sqrt{(F'_{i2})^2 + E^2_{\Sigma M2}} \right],$$
 (1)

где F_{i1}' – допуск на суммарную кинематическую погрешность сателлитов; $E_{\sum M1}$ – суммарная приведенная погрешность монтажа сателлитов; F_{i2}' – допуск на кинематическую погрешность колеса внутреннего зацепления (центрального зубчатого колеса, ЦЗК); $E_{\sum M2}$ – суммарная приведенная погрешность монтажа ЦЗК.

Допуски на суммарную кинематическую погрешность обоих сателлитов и центрального зубчатого колеса включают допуски на расчетную накопленную погрешность шагов зубьев сателлитов (колеса) $F_{p1}\left(F_{p2}\right)$ и допуски на расчетную погрешность профилей зубьев сателлитов (колеса) $F_{f1\Sigma}\left(F_{f2\Sigma}\right)$:

$$F'_{i1(2)} = F_{p1(2)} + f_{f1(2)\Sigma}.$$

Для сателлитов и ЦЗК рассматриваемой передачи, выполненных по 5-й степени точности по ГОСТ 9178–81, допуски на накопленную погрешность шагов и профилей зубьев равны $F_{p1} = F_{p2} = 16$ мкм; $f_{f1} = f_{f2} = 5$ мкм.

В планетарной передаче *К-H-V* движение на выходной вал 2 (звено V) передается одновременно с двух сателлитов 3, зубья которых перекатываются по одному и тому же зубчатому венцу колеса внутреннего зацепления 4 в диаметрально противоположных зонах контакта (рис. 1). Обычно накопленная погрешность шагов зубчатых колес в зависимости от угла поворота подчиняется закону, близкому к синусоидальному. В этом случае накопленные погрешности шагов зубьев ЦЗК в диаметрально проти-

воположных зонах контакта имеют одинаковые величины, но противоположные знаки, и, алгебраически суммируясь, они дают ноль: $F_{p2}=0$.

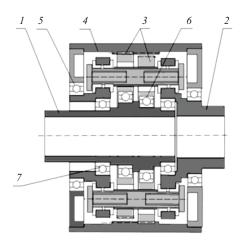


Рис. 1. Схема конструктивного выполнения передачи K-H-V: 1 – входной вал-водило; 2 – выходной вал (звено V); 3 – сателлиты; 4 – корпус, совмещенный с колесом внутреннего зацепления; 5 – подшипники корпуса; 6 – подшипники сателлитов; 7 – подшипники входного вала

Накопленная погрешность шагов каждого из сателлитов также теоретически должна подчиняться синусоидальному закону в зависимости от угла поворота оси. Если зубчатые венцы двух сателлитов нарезаются совместно и при монтаже их оси смещены так, что в зоне контакта одного сателлита с ЦЗК накопленная погрешность шагов наибольшая (имеет знак плюс), а у другого сателлита в зоне контакта наименьшая (имеет знак минус), то, алгебраически складываясь, они теоретически дают ноль: $F_{p1}=0$. Для контроля смещения сателлитов при монтаже используется радиальное биение зубчатых венцов.

В зонах контакта сателлитов и колеса внутреннего зацепления имеет место многопарное зацепление. Количество пар зубьев, одновременно находящихся в зацеплении, колеблется в зависимости от степени точности, конструктивных и силовых параметров. Для исследуемой передачи с передаточным отношением u=-134 оно примерно равняется 10. Учитывая это, расчетную погрешность профилей зубьев определим как $f_{f1\Sigma}=f_{f1}/10=0,5\,$ мкм. Аналогично для колеса получаем $f_{f2\Sigma}=0,5\,$ мкм.

В результате допуски на суммарную кинематическую погрешность обоих сателлитов и центрального зубчатого колеса $F_{i1}' = F_{i2}' = 0,5\,$ мкм.

Рассмотрим значения суммарных приведенных погрешностей монтажа сателлитов $E_{\Sigma M1}$ и ЦЗК $E_{\Sigma M2}.$

Суммарная приведенная погрешность монтажа одного сателлита определяется по зависимости

$$E_{\sum M1} = e_{r1} \tan \alpha_{tw}, \qquad (2)$$

где e_{r1} — монтажное радиальное биение шестерни; α_{rw} — угол зацепления.

В том случае если не заданы допуски на монтажное радиальное биение рассматриваемого зубчатого колеса, то его в соответствии с ГОСТ 21098–82 рекомендуют выражать через допуски на погрешности, создающие первичные радиальные биения поверхности, сопрягаемой с посадочным местом этого колеса:

$$e_{r1} = 0.85 \sqrt{\sum_{i=1}^{n} e_{i1\sum}^{2}},$$

где $e_{i1\Sigma}$ — погрешности, создающие первичные радиальные биения сателлитов, с учетом характера взаимодействия сателлитов и ЦЗК. Такие первичные радиальные биения определяются на основании рабочих чертежей и другой технической документации

Для ЦЗК суммарная приведенная погрешность монтажа определяется из аналогичного соотношения. Однако колесо нарезается непосредственно в корпусе (рис. 1), который неподвижен в процессе работы. Имеющие при этом место погрешности монтажа эпицикла учитываются в приведенной погрешности монтажа сателлитов. Таким образом, в дальнейшем принимаем $E_{\sum M2}=0$.

Допуски на погрешности, создающие первичные радиальные биения сателлитов и зависящие от точности изготовления элементов передачи *К-H-V* и подшипников, без учета характера взаимодействия сателлитов и ЦЗК приведены в таблице.

Наружные кольца подшипников выходного вала устанавливаются в неподвижном корпусе передачи, поэтому они не создают первичные радиальные биения в местах посадок сателлитов.

Рассмотрим допуски на погрешности монтажа, вызванные первичными радиальными биениями от подшипников входного и выходного валов, с учетом характера взаимодействия сателлитов и ЦЗК, а также принятой технологии изготовления и сборки передачи.

При определении влияния допусков на погрешности монтажа сателлитов необходимо учитывать, что при их совместной работе возникают диаметрально противоположные зоны контакта с ЦЗК, и вращения обоих сателлитов суммируются на выходном звене V. Первичные погрешности от подшипников входного вала возникают в результате воздействия рассмотренных выше параметров: e_{11} , e_{12} , e_{13} , e_{14} , e_{15} , e_{16} , e_{17} , e_{18} , e_{19} , e_{20} . Первичные погрешности от подшипников выходного вала связаны с величинами e_{21} , e_{22} , e_{23} , e_{24} , e_{25} , e_{26} . Обозначим суммарное монтажное радиальное биение шеек валаэксцентрика от подшипников входного и выходного валов в сечении посадки сателлитов через $E_{\Sigma_{\Pi}}$.

Так как расстояние между сателлитами вдоль оси передачи значительно меньше расстояния между подшипниками входного и выходного валов (рис. 1), то можно считать, что первичные радиальные биения, возникающие от рассмотренных погрешностей подшипников, следовательно, и $E_{\Sigma \Pi}$, одинаковы для каждого сателлита.

Значения попусков на пог	пешности создающие пепвичны	е радиальные биения сателлитов
Jua Tellun Hollyckob ila iloi	pemiloein, cospaiomne nepbn inb	ic pagnasibilbic onclina carcilliniob

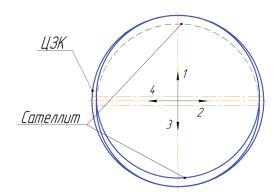
	Обозначение	
	допуска (нечетный индекс относится	Середина поля
Погрешности, создающие первичные радиальные биения сателлитов	к левому	рассеивания,
погрешности, создающие первичные радиальные опения сателлитов	подшипнику,	мкм
	четный – к правому,	WIKWI
	рис. 1)	
Радиальное биение отверстий в сателлитах под наружные кольца опорных подшип-	• /	
ников (в соответствии с рабочим чертежом)	e_1, e_2	2,5
Посадочный зазор при установке наружных колец подшипников сателлитов		
в сателлиты	e_3, e_4	11
Радиальное биение собранного подшипника сателлита (величина K_{ia} по ГОСТ 520–		
2011)	e_5, e_6	6,5
Посадочный зазор при установке внутренних колец подшипников сателлитов на		
шейку вала-эксцентрика	e_7, e_8	2,5
Радиальное биение посадочной шейки под подшипник сателлита входного вала-		
эксцентрика (в соответствии с рабочим чертежом)	e_9, e_{10}	2,5
Радиальное биение посадочных поверхностей вала-эксцентрика под внутренние		
кольца подшипников входного вала (в соответствии с рабочим чертежом)	e_{11}, e_{12}	2,5
Посадочный зазор при установке внутренних колец подшипников входного вала на		
вал-эксцентрик	e_{13}, e_{14}	7,0
Радиальное биение внутреннего кольца собранного подшипника входного вала отно-		
сительно поверхности наружного (величина K_{ia} по ГОСТ 520–2011)	e_{15}, e_{16}	2
Радиальное биение посадочных поверхностей в звене V под наружные кольца под-		
шипников входного вала (в соответствии с рабочим чертежом)	e_{17}, e_{18}	2,5
Посадочный зазор при установке наружных колец подшипников входного вала в зве-		
но V	e_{19}, e_{20}	9
Радиальное биение посадочных поверхностей в звене под внутренние кольца под-		
шипников выходного вала (в соответствии с рабочим чертежом)	e_{21}, e_{22}	2,5
Посадочный зазор при установке внутренних колец подшипников выходного вала на		
звено V	e_{23}, e_{24}	9,5
Радиальное биение внутреннего кольца собранного подшипника выходного вала от-		
носительно поверхности наружного (величина K_{ia} по ГОСТ 520–2011)	e_{25}, e_{26}	2

При радиальном смещении этих шеек на величину $E_{\Sigma \Pi}$ по направлению стрелки I (рис. 2) кинематическая погрешность зацепления верхнего сателлита с ЦЗК возрастает, а нижнего — на такую же величину падает. Алгебраически суммируясь на звене V, изменение кинематической погрешности на выходном валу теоретически равно нулю. Аналогичная картина имеет место, если радиальное смещение происходит по стрелке 3. При направлениях по стрелкам 2 и 4 радиальное смещение в зацеплениях сателлитов и ЦЗК равно нулю. Таким образом, влияние погрешностей подшипников входного и выходного валов компенсируется, и на погрешности монтажа будут оказывать влияние только погрешности, связанные с подшипниками сателлитов.

Учитывая, что $\tan\alpha_{tw}=0,735$, проводим расчет по зависимостям (2) и (1). В результате получаем $\left(F_{i0}'\right)_z=14,4$ мкм, что в угловых единицах составляет 63,2 угл. сек.

На кинематическую точность передачи K-H-V оказывает влияние и механизм параллельных кривошипов, с помощью которого передается вращение от сателлитов на выходной вал (звено V). Для минимизации этой составляющей кинематической погрешности $\left(F_{i0}'\right)_k$ нарезка зубчатых венцов сателлитов 3, изготовление отверстий под ролики в сателлитах и деталях выходного вала (звена V) 2, а также

шлифовка посадочных поверхностей под внутренние кольца подшипников выходного вала 5 (рис. 1) выполнялись с одной установки в специальном приспособлении.



Puc. 2. Совместная работа сателлитов по ЦЗК при радиальном биении рабочей оси эксцентрика

В результате величина $\left(F_{i0}'\right)_k$ оказалась связанной в основном с радиальными биениями диаметров расположения отверстий в сателлитах и осей роликов звена V. Эти радиальные биения связаны с точностью установки подшипниковых опор передачи K-H-V.

Кинематическую погрешность механизма параллельных кривошипов можно рассчитать следующим образом:

$$(F'_{i0})_k = 0.85K_k \sqrt{K_1 \sum_{j=1}^{10} e_j^2 + K_2 \sum_{j=11}^{20} e_j^2 + K_3 \sum_{j=21}^{26} e_j^2},$$

где e_j — погрешности, связанные с подшипниками передачи K-H-V, рассмотренные выше; K_k , K_1 , K_2 , K_3 — коэффициенты, учитывающие конструктивные особенности передачи, связанные с передачей радиального биения подшипниковых опор диаметрам расположения осей отверстий в сателлитах и роликов звена V.

Так как сателлиты располагаются посредине опор, то передача биения осям отверстий от каждого левого и правого подшипников входного и выходного валов снижается по величине в два раза, в результате $K_2 = K_3 = 0.25$.

Радиальные биения подшипников сателлитов непосредственно связаны с радиальными биениями диаметров расположения осей отверстий, взаимодействующих с роликами звена V, поэтому коэффици-

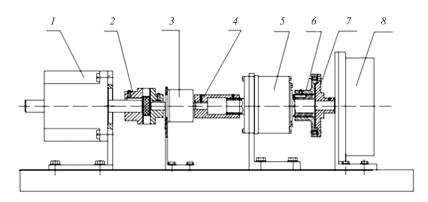
ент K_1 принимается по величине равным единице: $K_1 = 1$.

При оценке кинематической погрешности механизма параллельных кривошипов необходимо учесть, что передача движения звену V происходит одновременно с двух сателлитов, поэтому биения диаметров отверстий усредняются. Из десяти отверстий постоянно в передаче движения участвуют восемь. Таким образом, можно принять $K_k = 0,125$.

В результате получаем $(F'_{i0})_k = 1,7$ мкм, что в угловых единицах составляет 11,6 угл. сек.

Суммируя результаты, получаем, что кинематическая погрешность передачи составляет 74,8 угл. сек.

Для проведения экспериментальной проверки кинематической точности передачи *K-H-V* была разработана стендовая установка (рис. 3), прошедшая аттестацию Государственной метрологической службы. Полученная функция кинематической погрешности представлена на рис. 4.



 $Puc.\ 3.\$ Стендовая установка для проведения испытаний: I — шаговый электродвигатель; 2 — упругая муфта; 3 — инкрементный преобразователь угловых перемещений (энкодер) ЛИР 350; 4 — упругая муфта; 5 — прецизионная передача K-V-H; 6, 7 — регулируемые полумуфты; 8 — энкодер ЛИР 1170



Рис. 4. Кинематическая погрешность передачи вида К-Н-V

Результаты проведенных исследований конструкции планетарной передачи K-H-V позволили сделать следующие выводы.

1. Полученные экспериментальные значения кинематической погрешности передачи имеют величины 80...90 угл. сек., что согласуется с расчетным средним значением 74,8 угл. сек. 2. Наибольшие составляющие кинематической погрешности передачи имеют гармоники, связанные с оборотной частотой вращения сателлитов (циклическая составляющая кинематической погрешности передачи), что определяется принципом преобразования вращения в планетарной передаче *K-H-V* и высокой погрешностью монтажа сателлитов.

3. Кинематическая погрешность, связанная с механизмом параллельных кривошипов, в рассматриваемой передаче существенно не увеличивает кинематическую погрешность передачи в целом. 4. Проведенные исследования позволяют сделать вывод, что для повышения точности рассмотренной конструкции планетарной передачи *K-H-V* необходимо повысить класс точности подшипников-сателлитов, уменьшить биения их посадочных мест и минимизировать посадочные зазоры.

Получено 06.04.2017

УДК 621.833

DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-12-15

Е. А. Полуэктов, кандидат технических наук, филиал Южно-Уральского государственного университета (Национального исследовательского университета) в Златоусте

Т. Р. Хазиев, филиал Южно-Уральского государственного университета (Национального исследовательского университета) в Златоусте

ЗУБОФРЕЗЕРОВАНИЕ КОНИЧЕСКОЙ НЕЭВОЛЬВЕНТНОЙ ШЕСТЕРНИ ЦИЛИНДРОКОНИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧИ ВНУТРЕННЕГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

илиндроконической называется зубчатая передача, в которой одно из колес по форме заготовки является цилиндрическим, а другое коническим [1]. Для обеспечения линейного контакта зубьев в цилиндроконической передаче внутреннего зацепления производящим колесом в станочном зацеплении должно быть эвольвентное прямозубое цилиндрическое колесо, идентичное цилиндрическому колесу передачи.

Схема внутреннего цилиндроконического зацепления с эвольвентным цилиндрическим производящим колесом показана на рис. 1. Боковая поверхность зубьев колеса передачи представляет собой эвольвентный цилиндр. Эта поверхность (см. рис. 1)

в подвижной системе координат $X_2Y_2W_2$, связанной с колесом, описывается уравнениями:

$$X_{2} = r_{b2} \left[\sin \left(v_{y2} - \psi_{b2} \right) - v_{y2} \cos \left(v_{y2} - \psi_{b2} \right) \right];$$

$$Y_{2} = r_{b2} \left[\cos \left(v_{y2} - \psi_{b2} \right) + v_{y2} \sin \left(v_{y2} - \psi_{b2} \right) \right]; \quad (1)$$

$$W_{2} = u,$$

где r_{b2} — радиус основного цилиндра колеса; v_{y2} — угол развернутости эвольвенты; ψ_{b2} — половина угловой толщины впадины зуба на основной окружности колеса; u — аппликата торцового сечения колеса.

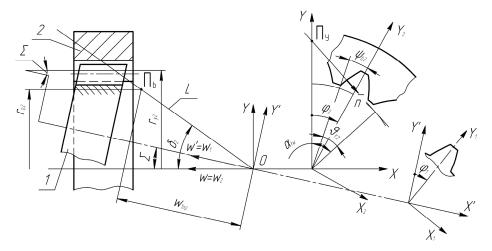


Рис. 1. Станочное зацепление производящего колеса (2) и конической шестерни (1)

Угол v_{y2} при заданном радиусе r_{y2} определяется по выражению

$$v_{y2} = \text{tg} \cdot \arccos\left(\frac{r_{b2}}{r_{v2}}\right).$$
 (2)

Угол ψ_{b2} находится по зависимости

$$\psi_{b2} = \frac{\pi}{2z_2} + \frac{2x_2 \lg \alpha}{z_2} + \sin \nu \alpha,$$
(3)

где x_2 — коэффициент смещения колеса.