

3. Кинематическая погрешность, связанная с механизмом параллельных кривошипов, в рассматриваемой передаче существенно не увеличивает кинематическую погрешность передачи в целом.

4. Проведенные исследования позволяют сделать вывод, что для повышения точности рассмотренной конструкции планетарной передачи  $K-H-V$  необходимо повысить класс точности подшипников-сателлитов, уменьшить биения их посадочных мест и минимизировать посадочные зазоры.

Получено 06.04.2017

УДК 621.833

DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-12-15

Е. А. Полуэктов, кандидат технических наук, филиал Южно-Уральского государственного университета (Национального исследовательского университета) в Златоусте

Т. Р. Хазиев, филиал Южно-Уральского государственного университета (Национального исследовательского университета) в Златоусте

## ЗУБОФРЕЗЕРОВАНИЕ КОНИЧЕСКОЙ НЕЭВОЛЬВЕНТНОЙ ШЕСТЕРНИ ЦИЛИНДРОКОНИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧИ ВНУТРЕННЕГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Цилиндроконической называется зубчатая передача, в которой одно из колес по форме заготовки является цилиндрическим, а другое коническим [1]. Для обеспечения линейного контакта зубьев в цилиндроконической передаче внутреннего зацепления производящим колесом в станочном зацеплении должно быть эвольвентное прямозубое цилиндрическое колесо, идентичное цилиндрическому колесу передачи.

Схема внутреннего цилиндроконического зацепления с эвольвентным цилиндрическим производящим колесом показана на рис. 1. Боковая поверхность зубьев колеса передачи представляет собой эвольвентный цилиндр. Эта поверхность (см. рис. 1)

в подвижной системе координат  $X_2Y_2W_2$ , связанной с колесом, описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} X_2 &= r_{b2} \left[ \sin(v_{y2} - \psi_{b2}) - v_{y2} \cos(v_{y2} - \psi_{b2}) \right]; \\ Y_2 &= r_{b2} \left[ \cos(v_{y2} - \psi_{b2}) + v_{y2} \sin(v_{y2} - \psi_{b2}) \right]; \\ W_2 &= u, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $r_{b2}$  – радиус основного цилиндра колеса;  $v_{y2}$  – угол развернутости эвольвенты;  $\psi_{b2}$  – половина угловой толщины впадины зуба на основной окружности колеса;  $u$  – аппликата торцового сечения колеса.

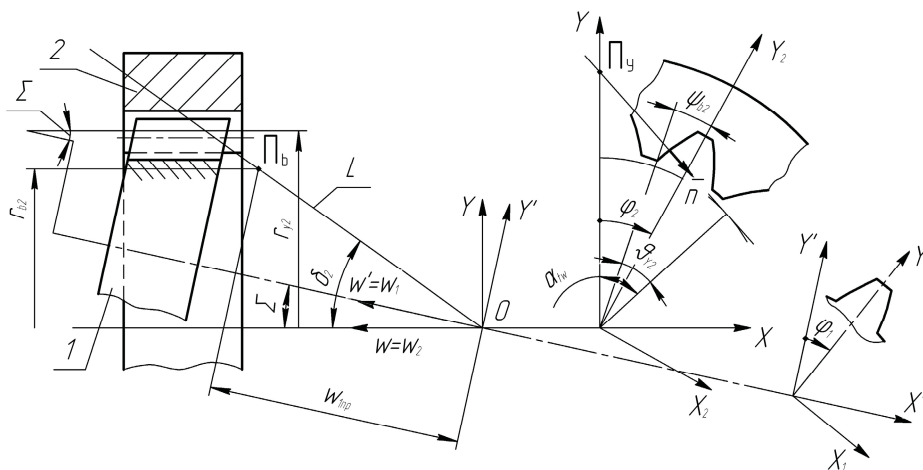


Рис. 1. Станочное зацепление производящего колеса (2) и конической шестерни (1)

Угол  $v_{y2}$  при заданном радиусе  $r_{y2}$  определяется по выражению

$$v_{y2} = \operatorname{tg} \cdot \arccos \left( \frac{r_{b2}}{r_{y2}} \right). \quad (2)$$

Угол  $\psi_{b2}$  находится по зависимости

$$\psi_{b2} = \frac{\pi}{2z_2} + \frac{2x_2 \operatorname{tg} \alpha}{z_2} + \sin \nu \alpha, \quad (3)$$

где  $x_2$  – коэффициент смещения колеса.

Боковая поверхность зубьев шестерни является огибающей производящей поверхности и будет неэвольвентной [2]. Эта поверхность в подвижной системе координат  $X_1Y_1W_1$ , связанной с шестерней, описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} X_1 &= r_{b1} \left[ \cos \varphi_2 \left( \sin \alpha_{tw} - v_{y1} \cos \alpha_{tw} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \sin \varphi_2 \cos \Sigma \left( \cos \alpha_{tw} + v_{y1} \sin \alpha_{tw} \right) \right] + u \sin \varphi_2 \sin \Sigma; \\ Y_1 &= r_{b1} \left[ \sin \varphi_2 \left( \sin \alpha_{tw} - v_{y1} \cos \alpha_{tw} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \cos \varphi_2 \cos \Sigma \left( \cos \alpha_{tw} + v_{y1} \sin \alpha_{tw} \right) \right] - u \cos \varphi_2 \sin \Sigma; \quad (4) \\ W_1 &= r_{b1} \sin \Sigma \left( \cos \alpha_{tw} + v_{y1} \sin \alpha_{tw} \right) + u \cos \Sigma; \\ \cos \alpha_{tw} &= \cos \left( v_{y1} - \psi_{b1} - \varphi_1 \right) = \frac{r_{b1}}{u \operatorname{tg} \delta_1}; \quad \varphi_1 = \varphi_2 i_{12}, \end{aligned}$$

где  $\Sigma$  – межосевой угол;  $\alpha_{tw}$  – угол зацепления в торцовом сечении колеса;  $\varphi_1, \varphi_2$  – углы поворота шестерни и колеса.

Теоретически точная боковая поверхность зубьев шестерни может быть образована долбяком с внутренними зубьями. При этом в станочном зацеплении будет реализована геометро-кинематическая схема внутреннего сопряженного цилиндрикоконического зацепления. Однако ввиду сложности изготовления долбяков с внутренними зубьями такой инструмент промышленностью не выпускается. Таким образом, практическое формирование теоретически точного профиля указанным способом в настоящее время не представляется возможным.

Приближенный профиль может быть получен на зуборезном оборудовании режущим инструментом речного типа [3]. При этом способе инструмент речного типа (фреза, шлифовальный круг) перемещается вдоль оси заготовки по определенному закону. Такое нарезание осуществляется на типовых зубофрезерных станках, имеющих следящее копирное устройство, или на станках с ЧПУ. Схема нарезания показана на рис. 2. Подбирая траекторию движения инструмента, можно получить зуб близкий по форме точному неэвольвентному зубу колеса.



Рис. 2. Станочное зацепление заготовки неэвольвентной шестерни и червячной фрезы

Для расчета координат точек огибающей кривой воспользуемся математическим аппаратом эволь-

вентно-конического зацепления, разработанным В. И. Безруковым [4], принимая при расчетах угол наклона инструмента  $\delta_{0i}$  переменным в каждом сечении. Коэффициент смещения инструмента в произвольном торцовом сечении шестерни в середине высоты зуба определяется из выражения

$$x_{ii} = \left( \frac{s_{ii}}{2r_{cpi}} - \frac{\pi}{2z} - \operatorname{inv} \alpha_{ii} + \operatorname{inv} \alpha_{r_{cpi}} \right) \frac{z}{2 \operatorname{tg} \alpha_{ii}}, \quad (5)$$

где  $s_{ii}$  – толщина зуба в середине высоты теоретически точного профиля;  $\alpha_{r_{cpi}}$  – торцовый угол на радиусе  $r_{cpi}$ ;  $z$  – число зубьев нарезаемой шестерни;  $r_{cpi}$  – радиус шестерни, соответствующий середине высоты зуба.

Определив значение коэффициента смещения  $x_{ii}$  для разных торцовых сечений венца шестерни, путем аппроксимации получим уравнение следующего вида:

$$x_{ii} = aw^2 + bw + c, \quad (6)$$

где  $a, b, c$  – коэффициенты, которые получены при аппроксимации;  $w$  – аппликата торцового сечения шестерни.

Умножая это уравнение на модуль, получим уравнение огибающей делительной поверхности инструмента:

$$y = x_{ii}m = (aw^2 + bw + c)m. \quad (7)$$

Текущее значение угла  $\delta_{0i}$  между касательной к кривой, описываемой уравнением (7), и осью  $y$  (см. рис. 2) определяется по формуле

$$\delta_{0i} = -\operatorname{arctg}(2aw_i + b). \quad (8)$$

Траектория движения оси фрезы – эквидистанта огибающей делительной поверхности инструмента. Расстояние между этими кривыми равно делительному радиусу фрезы  $r_0$ .

По рис. 2 определим текущие координаты точек  $O_i$  траектории оси фрезы:

$$y_{0i} = aw^2 + bw + c + r_0 \cos \delta_{0i}; \quad w_{0i} = w + r_0 \sin \delta_{0i}, \quad (9)$$

причем ордината  $y_{0i}$  равна текущему межосевому расстоянию  $a_{yi}$  в станочном зацеплении.

Тогда окончательно получим

$$y_{0i} = a_{yi} = a'w_i^2 + b'w_i + c'. \quad (10)$$

Коэффициенты этого уравнения находятся аналогично коэффициентам выражения (6).

В предложенном способе нарезаемая поверхность зубьев шестерни получается приближенной к теоретически точной неэвольвентной поверхности, описываемой уравнением (4). Для оценки отклонений нарезанного профиля от теоретически точного необходимо иметь математическое описание рабочей поверхности зубьев шестерни в процессе двухпараметрического огибания ее инструментом реч-

ного типа, движущегося по криволинейной траектории.

При выводе уравнения боковой поверхности зубьев невольвентной шестерни использовался математический аппарат, разработанный Н. Н. Крыловым и М. Л. Ериховым для случая двухпараметрического огибания [5]. Взаимное расположение начальных поверхностей и применяемые системы координат показаны на рис. 3.

Для получения уравнения исследуемой поверхности уравнение поверхности витков фрезы было переписано в систему, связанную с заготовкой, и полученные зависимости дополнены двумя уравнениями зацепления. После всех преобразований получили:

$$\begin{aligned} x_1 &= x' \cos \varphi_1 + y' \sin \varphi_1; \\ y_1 &= -x' \sin \varphi_1 + y' \cos \varphi_1; \end{aligned} \quad (11)$$

$$w_1 = (x + r_0) \sin \delta_{0i} + g \cos \delta_{0i} + w_p,$$

где

$$x' = y \sin \lambda_{b0} + w_u \cos \lambda_{b0}; \quad (12a)$$

$$y' = (x + r_0) \cos \delta_{0i} - g \sin \delta_{0i} + r_{w1}; \quad (12б)$$

$$g = y \cos \lambda_0 - w_u \sin \lambda_0; \quad (12в)$$

$$x = r_{b0} [\cos(v + \varphi_u) + \operatorname{tg} \alpha_{ty} \sin(v + \varphi_u)]; \quad (12г)$$

$$y = r_{b0} [\sin(v + \varphi_u) - \operatorname{tg} \alpha_{ty} \cos(v + \varphi_u)]; \quad (12д)$$

$$w_u = r_{b0} \operatorname{tg} \lambda_{b0} (v - 1,5\pi + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{tg} \alpha_{ty}); \quad (12е)$$

$$\delta_{0i} = -\arctg(2aw_p + b); \quad r_{w1} = aw_p^2 + bw_p + c; \quad (12ж)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{ty} &= (v - 1,5\pi + \operatorname{inv} \alpha_t) \sin^2 \lambda_{b0} + \\ &+ r_{b0} [(i_{01} + \sin \lambda_0 \cos \delta_{0i}) 0,5 \sin 2\lambda_{b0} + \\ &+ \cos^2 \lambda_{b0} (\sin \theta \sin \lambda_{0i} - \cos \lambda_0 \cos \theta \cos \delta_{0i})] + \end{aligned} \quad (12з)$$

$$\begin{aligned} &+ (r_0 \cos \delta_{0i} + r_{w1}) \times \\ &\times \frac{(0,5 \sin \lambda_0 \cos \theta \sin 2\lambda_0 - \cos \lambda_0 \cos^2 \lambda_{b0})}{r_{b0} (\cos \theta \sin \lambda_{b0} + \cos \lambda_0 \sin \theta \cos \delta_{0i})}; \\ &\sin \theta [\operatorname{tg} \alpha_{ty} (\operatorname{tg} \lambda_0 \operatorname{tg} \lambda_{b0} + \cos \alpha_t) - \\ &- (v - 1,5\pi + \operatorname{inv} \alpha_t) \operatorname{tg} \lambda_0 \operatorname{tg} \lambda_{b0}] + \\ &+ \cos \theta \cos \alpha_t + \\ &+ \frac{\cos \theta + \cos \alpha_t}{r_{b0}} \left[ r_0 - \frac{(1 + \operatorname{tg}^2 \delta_{0i})^{3/2}}{2a} \right] + 1 = 0. \end{aligned} \quad (12и)$$

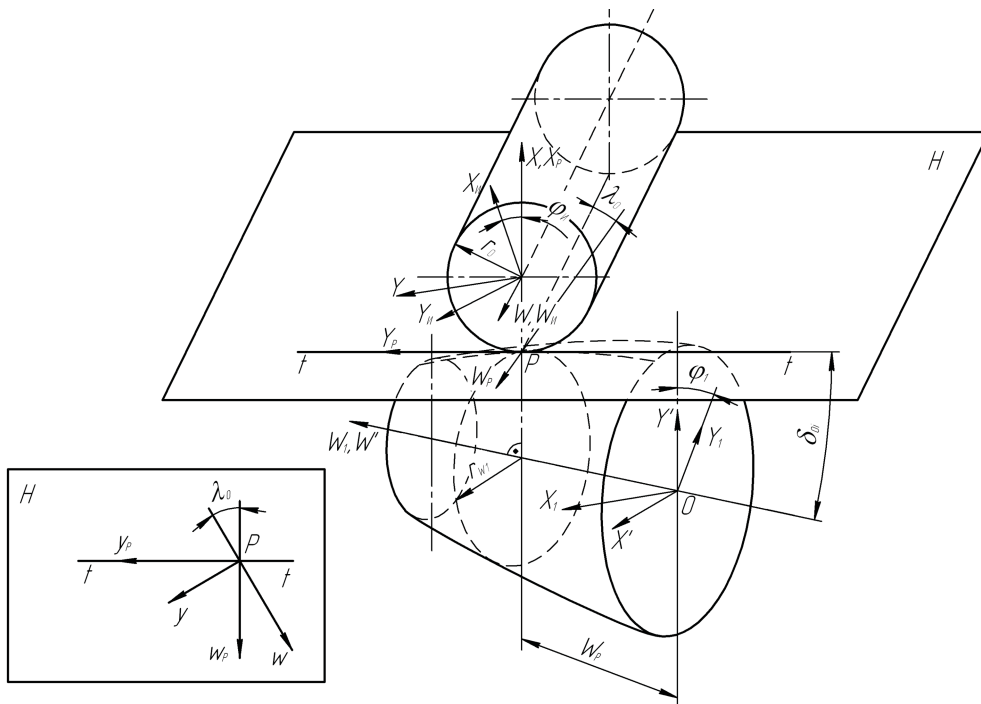


Рис. 3. Схема станочного зацепления при нарезании невольвентной шестерни

Параметры, используемые в расчетных зависимостях, имеют следующие обозначения (индекс 0 относится к инструменту, индекс 1 – к нарезаемому колесу):  $m$  – нормальный модуль (стандартный);  $z_0$  – число заходов фрезы;  $\lambda_0$  и  $\lambda_{b0}$  – углы подъема винтовой линии на делительном и основном цилиндрах;  $\alpha$  и  $\alpha_t$  – углы профиля инструмента в нор-

мальном и торцовых сечениях ( $\alpha = 20^\circ$ );  $p$  – винтовой параметр;  $r_0$  и  $r_{b0}$  – радиусы делительного и основного цилиндров;  $v$  и  $u$  – криволинейные координаты (параметры) эвольвентной винтовой поверхности;  $\varphi_0$  ( $\varphi_1$ ) и  $w_p$  – параметры огибания (угол поворота фрезы или заготовки и аппликата точки фрезы).

Выражения (11), (12) представляют собой уравнения боковой поверхности зуба шестерни, нарезанной червячной фрезой, где (12з) и (12и) – преобразованные уравнения зацепления при  $w_p = \text{const}$  и  $\varphi = \text{const}$  соответственно.

Полученные уравнения позволяют произвести оценку отклонения нарезаемой поверхности инструментом реечного типа и теоретически точного профиля.

Сравнительный анализ профилей показал, что максимальные отклонения возникают в ряде передач в крайних торцовых сечениях шестерни и составляют сотые доли миллиметра. При этих отклонениях на больших торцах получаемый профиль зуба шире теоретического, что может нарушить работу передачи из-за возникновения интерференции или кромоного контакта в зацеплении.

Устранение отклонений профиля можно осуществить назначением модификации зубьев шестерни при ее нарезании [6]. Сущность модификации заключается в корректировке коэффициентов смещения исходного контура инструмента, по которым рассчитывалась траектория фрезы в тех торцовых сечениях шестерни, где наблюдаются максимальные отклонения профиля. Величина модификации для каждой передачи назначается индивидуально.

Способ нарезания зубьев конических колес был использован при проектировании и изготовлении планетарных редукторов с цилиндрическими зацеплениями [7]. Такие редукторы обладают рядом положительных характеристик, в частности, их нагрузочная способность сопоставима с нагрузочной способностью волновых передач, а ресурс работы в несколько раз выше. Кроме того, они обладают

Получено 20.03.2017

свойством самоторможения, что исключает применение дополнительных тормозящих устройств и позволяет осуществлять выборку зазоров в зубчатых зацеплениях.

#### Библиографические ссылки

1. Давыдов Я. С. Незвольвентное зацепление. – М. : Машгиз, 1950. – 180 с.
2. Зайнетдинов Р. И. Исследование и разработка эксцентриковой планетарной передачи с наклонными сателлитами : дис. ... канд. техн. наук. – Челябинск, 1985. – 232 с.
3. Пат. 2364480 С1 Российская Федерация, МПК В 23/5/24. Способ нарезания зубьев незвольвентной шестерни цилиндрической передачи внутреннего зацепления / Б. А. Лопатин, Е. А. Полуэктов, Д. Б. Лопатин, Р. И. Зайнетдинов, В. М. Рублев. – № 2008117944; заявл. 04.05.2008; опубл. 20.08.2009, Бюл. № 23. – 2 с.
4. Зубчатые передачи с эвольвентно-коническими колесами // Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач / И. А. Болотовский, В. И. Безруков, О. Ф. Васильева [и др.]. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Машиностроение, 1986. – С. 254–261.
5. Литвин Ф. Л. Теория зубчатых зацеплений. – М. : Наука, 1968. – 584 с.
6. Плотникова С. В., Полуэктов Е. А. Обеспечение требуемой точности профиля незвольвентной шестерни продольной модификацией зубьев // Наука ЮУрГУ. Секция технических наук. – Издательский центр ЮУрГУ, 2009. – Т. 1. – С. 292–294.
7. Св. о гос. регистрации программы для ЭВМ 200961002. Программный комплекс расчета и анализа геометрии зацеплений цилиндрических зубчатых передач / Б. А. Лопатин, С. А. Хаустов, Е. А. Полуэктов, С. Р. Бурназян, Р. И. Зайнетдинов. – № 2009614819; заявл. 04.09.2009; зарегистрировано 29.10.2009.

УДК 621.833

DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-15-18

**В. В. Бружас**, аспирант, филиал Южно-Уральского государственного университета (Национального исследовательского университета) в Златоусте

**Б. А. Лопатин**, доктор технических наук, профессор, филиал Южно-Уральского государственного университета (Национального исследовательского университета) в Златоусте

**С. В. Плотникова**, кандидат технических наук, доцент, филиал Южно-Уральского государственного университета (Национального исследовательского университета) в Златоусте

## РАЗРАБОТКА ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ ЭВОЛЬВЕНТНО-КОНИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

**П**ередачи с ЭКК находят применение при проектировании современных оригинальных зубчатых механизмов, которые не могут быть сформированы из традиционных зубчатых колес. Для формирования проектируемых механизмов с ЭКК и исследования их напряженно-деформированного состояния необходимы трехмерные твердотельные модели ЭКК.

Эвольвентно-коническое зубчатое колесо – это колесо, нарезаемое инструментом реечного типа (зуборезная гребенка, червячная фреза, шлифовальный круг) с переменным вдоль оси колеса смещением инструмента [1, 2]. Особенностью таких колес является то, что в каждом торцовом сечении получается профиль с определенным коэффициентом смещения, который изменяется в каждом сечении на величину