

УДК 621.833.6  
DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-29-35

**Ф. И. Плеханов**, доктор технических наук, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова  
**Е. Ф. Вычужанина**, кандидат экономических наук, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова  
**И. А. Пушкарев**, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова  
**А. С. Сунцов**, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

## ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗКИ В ЗАЦЕПЛЕНИЯХ КОЛЕС МНОГОПОТОЧНЫХ ПЛАНЕТАРНЫХ ПЕРЕДАЧ И ЕГО ВЛИЯНИЯ НА ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ПРИВОДА

**В**ведение  
последнее время широкое распространение в технике получили планетарные передачи благодаря высокой нагрузочной способности при малых габаритах и весе, большому передаточному отношению в одной ступени, малым потерям мощности на трение. Причем чаще всего исполь-

зуются многопоточные (многосателлитные) механизмы без избыточных связей или с минимальным их числом, обладающие близким к равномерному распределением нагрузки в зацеплениях колес, что положительно сказывается на прочности и несущей способности привода (рис. 1).

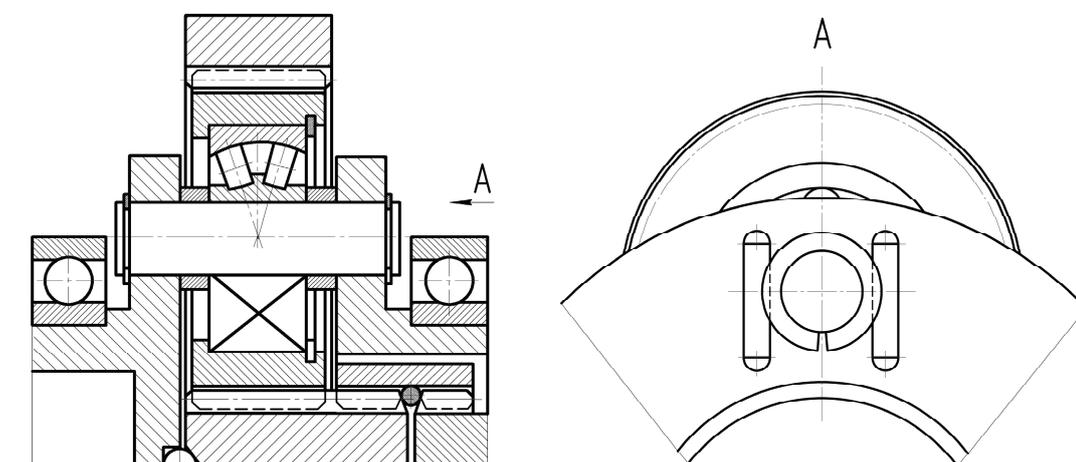


Рис. 1. Многопоточная планетарная передача с самоустанавливающимися звеньями и податливым водилом

Следует отметить, что совершенствование существующих изделий машиностроения (в том числе и планетарных передач) и создание новых их конструкций согласуется с концепцией развития промышленного сектора Удмуртской Республики [1, 2].

Установка сателлитов планетарной передачи на сферические подшипники и выполнение солнечной шестерни плавающей позволяют полностью избавиться от избыточных связей и обеспечить теоретически равномерное распределение нагрузки как по ширине венцов, так и по потокам мощности только при трехсателлитном ( $n_w = 3$ ) однорядном исполнении механизма [3]. Однако в высоконагруженных приводах нередко используются конструкции передач с числом сателлитов 5, 7 и более, нагрузка среди которых распределяется неравномерно из-за неизбежных погрешностей изготовления и монтажа механизма. А при ограниченном радиальном размере передачи она выполняется многорядной, что увеличивает число вредных избыточных связей. Деформации звеньев передачи (зубчатых колес, водила, осей

и подшипников сателлитов) могут оказывать как положительное, так и отрицательное влияние на распределение нагрузки по сателлитам и их рядам. В связи с этим важно определить податливость деталей, входящих в состав планетарной передачи, и установить степень ее влияния на распределение нагрузки в зацеплениях колес.

### Влияние параметров передачи с податливым водилом на распределение нагрузки по сателлитам

Для определения коэффициента неравномерности распределения нагрузки по сателлитам  $K$  многопоточной планетарной передачи следует использовать систему уравнений совместности перемещений, включающих деформации основных звеньев передачи, которая при большом числе сателлитов приводится к следующему выражению:

$$K = \frac{F_{n\max}}{F_n} = 1 + \frac{(n-3)\Delta c_w b_w \cos \alpha_w}{n_w F_n [1 + c_w b_w \delta_\Sigma \cos^2 \alpha_w]}, \quad (1)$$

где  $n \geq 3$ ;  $\delta_{\Sigma}$  – суммарная податливость элементов передачи;  $\Delta$  – среднее значение погрешности окружного расположения осей спутников,  $\Delta = \sum \Delta_i / (n-3)$ ;  $c_W$  – жесткость зацепления;  $\alpha_W$  – угол зацепления;  $b_W$  – рабочая ширина венца спутника;  $F_n$  – средняя нормальная нагрузка в зацеплениях.

Податливость элементов передачи способствует, как следует из уравнения (1), снижению коэффициента неравномерности распределения нагрузки по потокам мощности. Особенно большое влияние на указанный показатель прочности оказывают деформации осей и опор спутников, а также водила при выполнении его податливым, с пазами в щеках (рис. 2) [4].

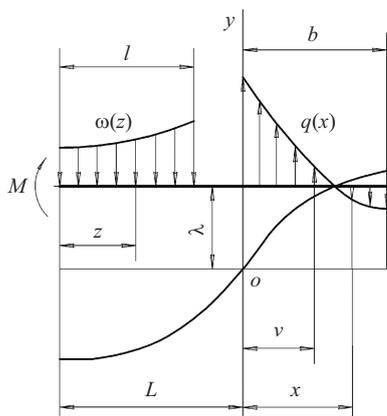
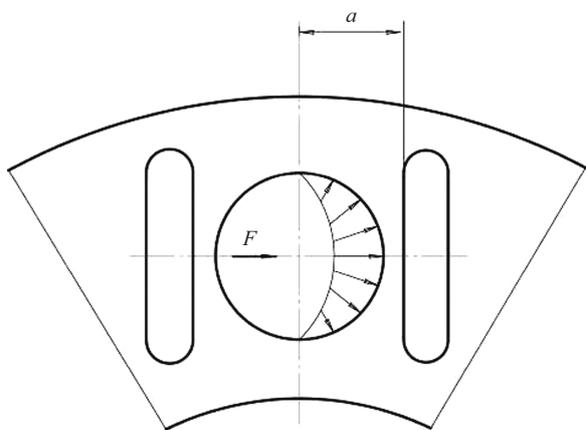


Рис. 2. Схема напряженно-деформированного состояния оси спутника планетарной передачи

Погонная нагрузка в местах сопряжения оси со щеками водила и подшипником спутника и соответствующая ей деформация определяются из решения дифференциальных уравнений напряженно-деформированного состояния балки на упругом основании (рис. 2) [5]:

$$q(x) = C_1 \operatorname{sh}(\gamma x) \sin(\beta x) + C_2 \operatorname{ch}(\gamma x) \sin(\beta x) + C_3 \operatorname{sh}(\gamma x) \cos(\beta x) + C_4 \operatorname{ch}(\gamma x) \cos(\beta x); \quad (2)$$



$$\omega(z) = C_5 \operatorname{sh}(\psi z) \sin(\eta z) + C_6 \operatorname{ch}(\psi z) \cos(\eta z), \quad (3)$$

здесь  $\gamma = \sqrt[4]{\frac{C_q}{IE}} \cos \left[ 0,5 \arccos \left( 1,1 \sqrt{\frac{IE C_q}{2GS}} \right) \right];$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{C_q}{IE}} \sin \left[ 0,5 \arccos \left( 1,1 \sqrt{\frac{IE C_q}{2GS}} \right) \right];$$

$$\psi = \sqrt[4]{\frac{C_\omega}{IE}} \cos \left[ 0,5 \arccos \left( 1,1 \sqrt{\frac{IE C_\omega}{2GS}} \right) \right];$$

$$\eta = \sqrt[4]{\frac{C_\omega}{IE}} \sin \left[ 0,5 \arccos \left( 1,1 \sqrt{\frac{IE C_\omega}{2GS}} \right) \right];$$

$C_\omega$  – удельная контактная жесткость сопряжения «ось спутника – кольцо подшипника», найденная экспериментальным путем ( $C_\omega \cong E/1,2$  [6]);  $I$  – осевой момент инерции сечения;  $S$  – площадь поперечного сечения оси;  $E$  и  $G$  – модули упругости 1-го и 2-го рода соответственно;  $C_q$  – удельная жесткость сопряжения «ось спутника – щека водила».

Постоянные интегрирования  $C_1 \dots C_6$ , входящие в выражения (2), (3), определяются из уравнений статики и граничных условий, а перемещение оси в направлении силы  $F$ , обусловленное податливостью щеки водила и оказывающее влияние на величину  $C_q$ , – по формулам Мора (рис. 3):

$$y_H = \frac{R}{b} \left[ \frac{1,5}{E} \int_0^{\pi/2} \frac{M(\varphi) [R + h(\varphi)] \sin \varphi}{h^3(\varphi)} d\varphi + \frac{1,2}{G} \int_0^{\pi/2} \frac{Q(\varphi)}{a - R \cos \varphi} d\varphi \right], \quad (4)$$

где  $b$  – толщина щеки водила;  $E$  и  $G$  – модули упругости 1-го и 2-го рода соответственно;  $M(\varphi)$  – момент в сечении элемента щеки;  $Q(\varphi)$  – поперечная сила в сечении.

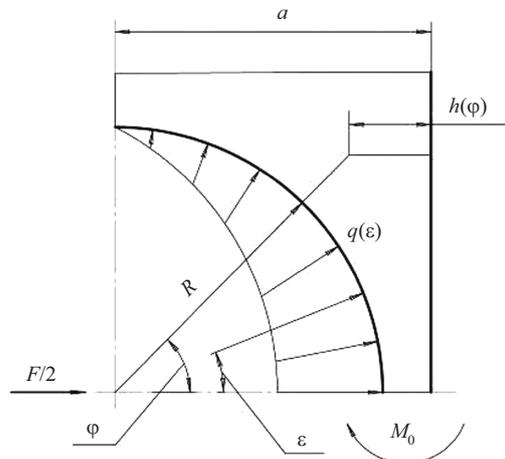


Рис. 3. Элемент щеки податливого водила

Для учета влияния податливости подшипников качения на величину коэффициента неравномерности используется известная приближенная зависимость сближения их колец от радиальной нагрузки  $P$  и параметров [7]:

$$y_p = \sqrt[3]{6 \frac{K_\Sigma}{R_\Sigma} \left(\frac{P}{E}\right)^2}, \quad (5)$$

где  $R_\Sigma$  – линейная величина, зависящая от радиусов кривизны поверхностей в сопряжениях роликов с кольцами подшипника;  $K_\Sigma$  – коэффициент, зависящий от числа роликов, разницы кривизны сопрягаемых поверхностей и угла наклона оси ролика к оси подшипника.

На рис. 4 приведен график зависимости коэффициента неравномерности распределения нагрузки по потокам мощности от погрешности окружного расположения осей сателлитов передачи и их параметров (см. рис. 2) при  $n_W = 5$ ;  $b/d = 0,5$ ;  $l/d = 0,3$ ;  $L/d = 0,7$ ;  $b_W/L = 1,8$  ( $d$  – диаметр оси сателлита). Значения коэффициента неравномерности определены с учетом податливости основных элементов передачи: осей и подшипников сателлитов, щек водила, зубьев колес (жесткость зацепления  $c_W \cong 0,075E$  [8]). Как видно из графика, использование в передаче податливого водила с относительным параметром  $\bar{a} = a/d = 0,55$  позволяет снизить коэффициент неравномерности распределения нагрузки по сателлитам примерно на 11 %.

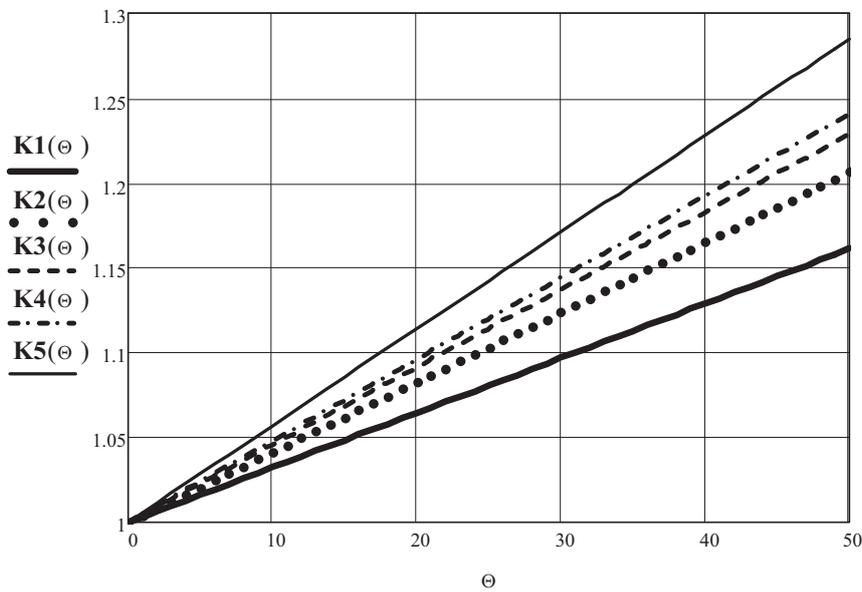


Рис. 4. Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по сателлитам от относительной погрешности передачи  $\Theta = Eb_w \Delta / F_n$ : ----- (K1) –  $\bar{a} = a/d = 0,55$ ; . . . . . (K2) –  $\bar{a} = 0,6$ ; - - - - - (K3) –  $\bar{a} = 0,65$ ; - . . . . (K4) –  $\bar{a} = 0,7$ ; ——— (K5) – жесткое водило

**Распределение нагрузки по рядам сателлитов многорядной планетарной передачи**

При ограниченном радиальном размере передачи сложно расположить подшипники требуемой грузочной способности в сателлитах, поэтому передачу целесообразно выполнить многорядной [9, 10] (рис. 5). В этом случае солнечная шестерня, как правило, имеет большое отношение ширины к диаметру и ее деформация кручения приводит к неравномерному распределению нагрузки по отдельным рядам сателлитов.

Учитывая ступенчатый характер распределения нагрузки в зацеплениях центральных колес с сателлитами (рис. 6), определим углы кручения солнечной шестерни в сечениях, проходящих через плоскости симметрии венцов сателлитов, относительно первого со стороны подвода момента сечения  $\phi_{i-1}$ :

$$\left. \begin{aligned} I_{pa} G \phi_{2-1} &= (T_a - w_1 r_{ba} b_W n_W) (b_W + b) + \\ &+ r_{ba} b_W^2 n_W (w_1 - w_2) / 8, \\ I_{pa} G \phi_{3-1} &= [2(T_a - w_1 r_{ba} b_W n_W) - w_2 r_{ba} b_W n_W] \times \\ &\times (b_W + b) + r_{ba} b_W^2 n_W (w_1 - w_3) / 8, \\ I_{pa} G \phi_{4-1} &= [3(T_a - w_1 r_{ba} b_W n_W) - 2w_2 r_{ba} b_W n_W - \\ &- w_3 r_{ba} b_W n_W] \times (b_W + b) + r_{ba} b_W^2 n_W (w_1 - w_4) / 8, \\ &\dots \end{aligned} \right\} (6)$$

где  $I_{pa}$  – полярный момент инерции поперечного сечения солнечной шестерни;  $n_W$  – число сателлитов в одном ряду;  $T_a$  – момент на валу солнечной шестерни;  $w_i$  – погонная нагрузка в зацеплении солнеч-

ной шестерни с сателлитом в  $i$ -м ряду;  $r_{ba}$  – радиус основной окружности солнечной шестерни;  $b_w$  – ширина венца сателлита;  $b$  – толщина щеки водила.

Тогда система уравнений совместности перемещений элементов зацепления может быть представлена в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} w_1 - w_2 &= 0,5c_w \Delta y_{2-1} = 0,5c_w r_{ba} \varphi_{2-1}, \\ w_1 - w_3 &= 0,5c_w \Delta y_{3-1} = 0,5c_w r_{ba} \varphi_{3-1}, \\ &\dots \\ w_1 - w_n &= 0,5c_w \Delta y_{n-1} = 0,5c_w r_{ba} \varphi_{n-1}, \\ \sum_{i=1}^n w_i &= wn = \frac{T_a}{n_w b_w r_{ba}}, \end{aligned} \right\} (7)$$

где  $n$  – число рядов сателлитов;  $w$  – среднее значение погонной нагрузки;  $\Delta y_{i-1}$  – смещение зубьев солнечной шестерни в соответствующих ее сечениях (см. рис. 6).

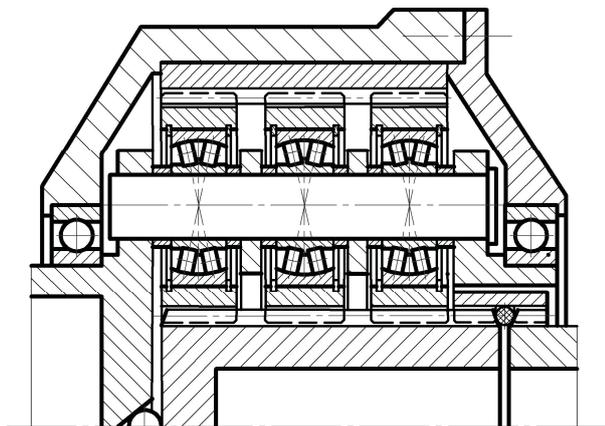


Рис. 5. Многорядная планетарная передача

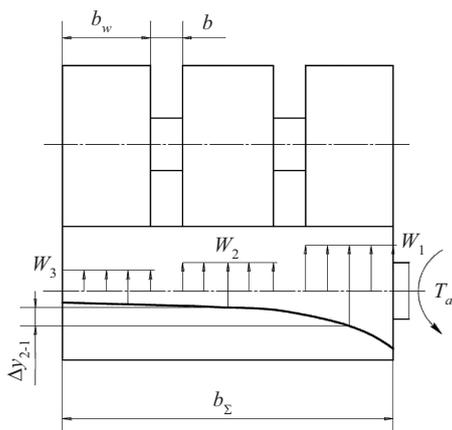


Рис. 6. Схема нагружения и деформации солнечной шестерни

Из уравнений (7) определяются составляющие нагрузки в зацеплениях колес, максимальное ее значение  $w_1$  и коэффициент неравномерности распределения нагрузки по рядам сателлитов  $K = w_1/w$ .

Результаты расчетов представлены на графике зависимости коэффициента неравномерности от отношения ширины солнечной шестерни к диаметру ее делительной окружности  $B = b_\Sigma/d_a = [b_w n + b(n-1)]/d_a$ , числа рядов сателлитов и числа сателлитов в ряду (график соответствует сплошному сечению солнечной шестерни,  $b/b_w = \bar{b} = 0,25$ ) (рис. 7). Из рисунка следует, что при  $B \geq 2,4$  и  $n \geq 3$  указанный коэффициент превышает 1,5, что снижает эффект многопоточности передачи.

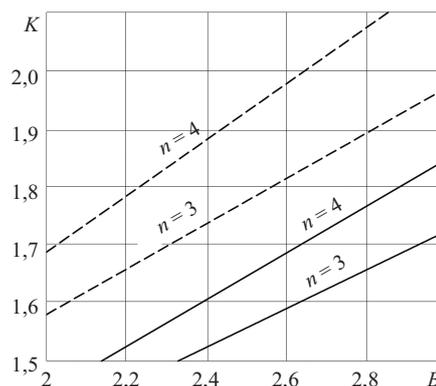


Рис. 7. Зависимость коэффициента неравномерности распределения нагрузки по рядам сателлитов от относительной ширины солнечной шестерни, числа рядов и числа сателлитов в ряду: ----- —  $n_w = 3$ ; — — — — —  $n_w = 5$

### Оптимизация параметров многорядной планетарной передачи

Для снижения неравномерности распределения нагрузки по рядам сателлитов многорядной передачи следует подобрать размеры перемычек водила в отдельных рядах так, чтобы их деформация соответствовала деформации шестерни (рис. 8) [11]. Соотношение между параметрами механизма, обеспечивающее это соответствие, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} 0,5[y_{0j} + y_{0(j+1)}] &= 0,5r_{ba} [\varphi_{(j+1)} - \varphi_j] = \\ &= \frac{r_{ba}(b_w + b)}{2I_{pa}G} [T_a - n_w w r_{ba} b_w j], \end{aligned} \quad (8)$$

где  $w$  – средняя погонная нагрузка в зацеплении, соответствующая равномерному распределению ее по сателлитам, рядам и ширине венцов;  $y_{0j}$  – окружное смещение мест расположения оси сателлита в соседних щеках водила, вызванное деформацией перемычек и осей;  $\varphi_j$  – деформация кручения солнечной шестерни в поперечных ее сечениях, проходящих через плоскости симметрии венцов сателлита.

Записав такое уравнение для каждой пары соседних рядов сателлитов в зависимости от размеров перемычек и параметров передачи и решив его относительно ширины  $H_j$  (см. рис. 8), можно минимизировать неравномерность распределения нагрузки по рядам сателлитов.

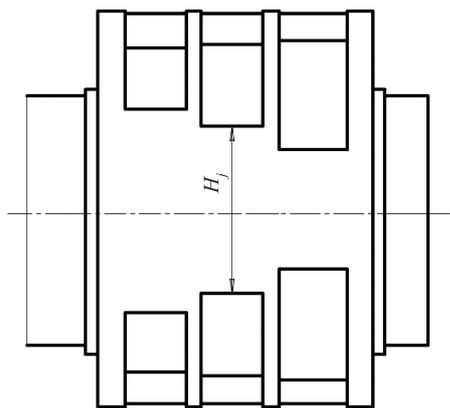


Рис. 8. Водило многорядной планетарной передачи

В табл. 1 приведены значения отношения ширины перемычки в соответствующем ряду  $H_j$  к максимально возможной из условия расположения сателлитов ее величине  $H_{max}$  при отношении общей ширины солнечной шестерни к ее делительному диаметру  $b_{\Sigma}/d_a = 3$ , диаметре оси сателлита  $d = 0,5b_w$ , толщине перемычки  $h_n = d$ , толщине щеки водила  $b = 0,25b_w$ , числе сателлитов  $n_w = 3$  и различных передаточных отношениях  $i$  трехрядного механизма. В табл. 2 – то же при  $\bar{b}_{\Sigma} = b_{\Sigma}/d_a = 4$  и четырехрядном исполнении передачи.

Таблица 1. Распределение относительной ширины перемычки водила  $H_j / H_{max}$  по рядам трехрядного сателлита при  $\bar{b}_{\Sigma} = b_{\Sigma}/d_a = 3$

$i$	№ ряда		
	1	2	3
4	0	0,47	1
6	0	0,22	0,46
10	0	0,10	0,21

Таблица 2. Распределение относительной ширины перемычки водила  $H_j / H_{max}$  по рядам четырехрядного сателлита при  $\bar{b}_{\Sigma} = b_{\Sigma}/d_a = 4$

$i$	№ ряда			
	1	2	3	4
4	0	0,25	0,98	1
6	0	0,12	0,43	0,43
10	0	0,06	0,19	0,19

Результаты выполненных таким образом расчетов показывают, что при указанных параметрах передачи рациональной является конструкция водила с отсутствующими перемычками в первом со стороны подвода момента к солнечной шестерне ряду.

**Важнейшие технико-экономические показатели многосателлитных планетарных передач**

Наиболее важными технико-экономическими показателями передачи являются ее коэффициент полезного действия и отношение массы к моменту на выходном валу [12]. Первый из указанных показате-

лей, как показывают многочисленные исследования, в том числе экспериментальные (рис. 9), имеет достаточно высокое значение (95-97 %), второй определяется из расчета внешнего зацепления колес на контактную прочность, чаще всего лимитирующую нагрузочную способность привода, и с учетом передаточного отношения  $i$  может быть найден по следующей приближенной зависимости [13]:

$$M = 0,5\rho KE \times \left[ \frac{1 + n_w (0,5i - 1)^2 + 4k_b (i - 1) + k_h (i - 1)^2}{(\sigma_{HP} / 0,418)^2 n_w (0,5i - 1) \sin \alpha_w \cos \alpha_w} \right] \text{ кг/Нм, (9)}$$

где  $\rho$  – плотность материала колес;  $K$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки в зацеплениях;  $\sigma_{HP}$  – допускаемое контактное напряжение зубьев;  $k_b$  – коэффициент, учитывающий толщину обода неподвижного колеса и корпуса передачи;  $k_h$  – коэффициент, учитывающий толщину щек водила и крышек передачи.

На рис. 10 приведен график зависимости показателя  $M$  от передаточного отношения и числа потоков мощности передачи с самоустанавливающимися сателлитами, «плавающей» солнечной шестерней и податливым водилом при  $\bar{a} = a/d = 0,6$  (см. рис. 3);  $k_b = 0,2$ ;  $k_h = 0,6$ ; материал деталей передачи – сталь,  $\sigma_{HP} = 600$  МПа; значения коэффициента неравномерности распределения нагрузки по потокам мощности  $K$  при числах сателлитов  $n_w = 5$  и  $n_w = 7$  соответствуют величине относительной погрешности  $\theta = 50$  (см. рис. 4), при  $n_w = 3$   $K = 1$ . Из выполненных таким образом расчетов и построенных по ним графиков следует, что в передаче, несущая способность которой лимитируется контактной прочностью зацепления, оптимальными в отношении показателя  $M$  являются значения передаточного отношения планетарного механизма  $i = 3 \dots 5$ . По сравнению с конструкцией, содержащей жесткое водило, масса указанной передачи ниже примерно на 8 % (либо на столько же выше нагрузочная способность при одинаковой массе) за счет более равномерного распределения нагрузки в зацеплениях колес.

Приведенные зависимости позволяют подобрать рациональные значения параметров планетарной передачи, обеспечивающие близкое к равномерному распределение нагрузки в зацеплениях колес, следовательно, высокую нагрузочную способность механизма при хороших массогабаритных показателях и высоком коэффициенте полезного действия.

**Выводы**

Конструктивные особенности многосателлитных планетарных передач и их параметры оказывают существенное влияние на такие показатели прочности и нагрузочной способности, как коэффициенты неравномерности распределения нагрузки по сателлитам и их рядам. Выравниванию нагрузки в зацеплениях колес способствует совершенствование кон-

струкции водила. Выполнение его податливым (с пазами в щеках) позволяет снизить коэффициент неравномерности распределения нагрузки по сателлитам на 8-11 % и примерно на столько же повысить нагрузочную способность механизма. При многорядном исполнении планетарной передачи выполнение водила с разными по ширине пере-мычками способствует минимизации неравномерности распределения нагрузки по рядам сателлитов, вызванной кручением солнечной шестерни

(при отношении ширины солнечной шестерни к ее диаметру  $B \geq 2,4$  и традиционной (жесткой) конструкции водила коэффициент неравномерности распределения нагрузки по рядам сателлитов превышает 1,5). Снижение неравномерности распределения нагрузки в зацеплениях колес позволяет улучшить технико-экономические показатели привода, в частности, уменьшить его габариты и массу, что положительно сказывается на себестоимости механизма.



Рис. 9. Экспериментальная установка для испытания передач

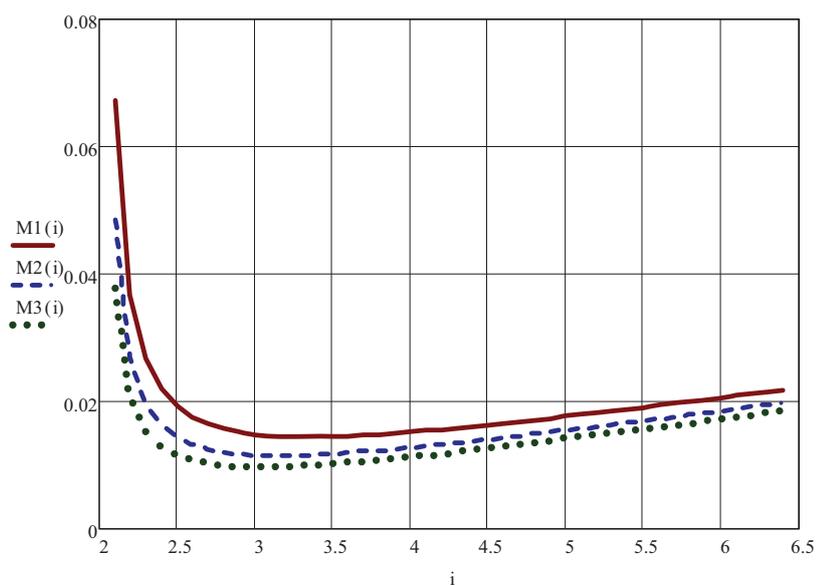


Рис. 10. Зависимость относительной массы планетарной передачи с самоустанавливающимися звеньями и податливым водилом от передаточного отношения и числа сателлитов

#### Библиографические ссылки

1. Плеханова Е. Ф. Цели и задачи структурной перестройки промышленности Удмуртской Республики // Вестник ИжГТУ. – 2007. – С. 60–66.
2. Плеханова Е. Ф. Оптимизация структурно-динамических процессов в промышленном секторе региона : дис. ... канд. экон. наук. – Ижевск : Удмуртский государственный университет, 2008. – 140 с.
3. Кудрявцев В. Н., Кирдяшев Ю. Н., Гинзбург Е. Г. Планетарные передачи : справочник. – Л. : Машиностроение, 1977. – 563 с.
4. Пат. 2567973, РФ, МПК F16Н1/48. Зубчатая планетарная передача / Ф. И. Плеханов, П. А. Сенюткин, А. Д. Плеханов. – Оpubл. 10.11.2015; бюл. № 7.

5. Плеханов Ф. И., Сунцов А. С. Влияние податливости осей и подшипников сателлитов планетарной передачи на распределение нагрузки по потокам мощности // Известия вузов. Машиностроение. – 2016. – № 3. – С. 3–7.
6. Плеханов Ф. И. Деформативность элементов планетарной передачи и ее влияние на распределение нагрузки в зацеплениях колес // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2015. – № 3. – С. 43–49.
7. Черменский О. Н., Федотов Н. Н. Подшипники качения : справочник-каталог. – М. : Машиностроение, 2003. – 575 с.
8. Кудрявцев В. Н., Кирдяшев Ю. Н., Гинзбург Е. Г. Указ. соч.
9. Пат. 2581222, РФ, МПК F16Н1/48. Многорядная планетарная передача / Ф. И. Плеханов, А. Д. Плеханов. – Оpubл. 20.04.2016; бюл. № 11.

10. Волков Г. Ю., Ратманов Э. В., Курасов Д. А. Адаптивная система коррекции погрешностей наклона зубьев в зубчатых передачах // Вестник машиностроения. – 2013. – № 3. – С. 14–16.

11. Пат. 2581222, РФ, МПК F16H1/48. Многорядная планетарная передача.

Получено 14.02.2017

12. Плеханов Ф. И., Тонких А. С., Вычужанина Е. Ф. Особенности проектирования и технико-экономические показатели планетарных передач буровых установок // Нефтяное хозяйство. – 2015. – № 6. – С. 40–43.

13. Пат. 2581222, РФ, МПК F16H1/48. Многорядная планетарная передача.

УДК 621.65.03

DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-35-37

М. В. Горбунов, аспирант, Курганский государственный университет  
В. В. Смирнов, аспирант, Курганский государственный университет

## ВЫЯВЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ЧИСЛА ВОЛН ПЛАНЕТАРНОЙ РОТОРНОЙ ГИДРОМАШИНЫ ПО КРИТЕРИЮ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ

Объемные гидромашины – насосы и двигатели – широко распространены во многих отраслях техники. В настоящее время в связи с развитием технологий, позволяющих достаточно дешево изготавливать некруглые зубчатые колеса, становится актуальным изучение и применение планетарных роторных гидромашин (ПРГМ). Эти гидромашины содержат плавающие сателлиты и, в общем случае, некруглые центральные зубчатые колеса – ротор и статор. Причем числа волн статора  $N$  и ротора  $M$  могут быть как различными, так и одинаковыми. В данной статье рассмотрим только случай  $N = M$ . Важно обоснованно ответить на вопрос, сколько волн предпочтительно выполнить на центральных колесах для достижения максимальной удельной производительности ПРГМ.

На выбор рационального числа волн ПРГМ помимо полезного объема рабочих полостей влияют симметрия приложения сил, механический КПД и соблюдение условий (углов  $\lambda$ ) невыпадения сателлита.

Схемы ПРГМ, характеризующиеся соотношениями  $N = M = 1$ ,  $N = M = 2$ ,  $N = M = 3$ ,  $N = M = 4$ , показаны на рис. 1, 2, 3, 4 соответственно. Диаметр сателлита для схем, отвечающих условию  $N = M$ , получается [1, 2] приблизительно равным 0,1 от среднего диаметра центральной траектории сателлитов. Требованиям к форме центроид статора и ротора является их соответствие заданной траектории движения центра сателлита. Простейший случай – изменение радиуса траектории сателлита по закону косинуса. Для центроид колес в схемах  $N = M = 2$ ,  $N = M = 3$ ,  $N = M = 4$  используем циклическую кривую [3], уравнение которой в полярных координатах будет выглядеть следующим образом:

$$r = R_H (1 + k \cos(n\varphi)), \quad (1)$$

где  $n$  – число волн косинусоиды;  $k$  – параметр кривизны косинусоиды (на рис. 1–4  $k = 0,09$ );  $R_H$  – вели-

чина среднего радиуса центральной траектории (прием  $R_H = 100$ );  $\varphi$  – угол поворота радиус-вектора  $r$  в полярных координатах.

В частном случае  $N = M = 1$ , когда центроиды статора и ротора ПРГМ являются окружностями, траектория центральной точки сателлита также является окружностью.

Принцип работы планетарно-роторной гидромашин основан на изменении объема полостей, образованных сопрягаемыми поверхностями зубчатых звеньев и торцевых стенок этой машины. Производительность (расход) гидромашин определяется ее полезным объемом, то есть суммарным изменением объемов вышеупомянутых полостей за оборот ротора. Объемы полостей пропорциональны площадям их проекций на торцевые стенки.

Изменение объема каждой полости пропорционально разности максимальной  $S_{\max}$  и минимальной  $S_{\min}$  площадей проекции полости. За оборот ротора происходит  $NM$  циклов изменения полостного объема.

Для определения полезной разности площадей ротор располагаем в критическом положении, при котором образуются полости с максимальной  $S_{\max}$  и минимальной  $S_{\min}$  площадями. Площади определяем средствами графического пакета «Компас».

Для схем  $N = M$  полезную  $S_{\Pi}$  площадь ПРГМ за один оборот ротора рассчитаем по формуле

$$S_{\Pi} = (S_{\max} - S_{\min})n^2. \quad (2)$$

При  $n = N = M = 1$  (рис. 1) полезная площадь ( $S_{\Pi}$ ) ПРГМ по формуле (2) составит

$$S_{\Pi} = (9011,81 - 1811,87) \cdot 1^2 = 7199,94 \text{ мм}^2.$$

Для схемы  $n = N = M = 2$  (рис. 2) полезная площадь по формуле (2) составит

$$S_{\Pi} = (4395,64 - 795,88) \cdot 2^2 = 14399,04 \text{ мм}^2.$$