

На величину угла λ помимо числа волн n при заданных размерах сателлитов будет влиять значение коэффициента k – параметр кривизны косинусоиды.

Из предыдущих расчетов видно, что схема 3×3 обладает производительностью в 1,5 раза большей, чем схема 2×2 , но она имеет угол λ удержания сателлита уже не 20° , а 30° .

Для уменьшения угла λ изменим величину параметра k кривизны косинусоиды. Рассмотрим схему 3×3 с параметром кривизны $k = 0,06$ (рис. 5). Соответствующее уравнение косинусоиды будет выглядеть следующим образом:

$$r = 100(1 + 0,06 \cos(3\varphi)).$$

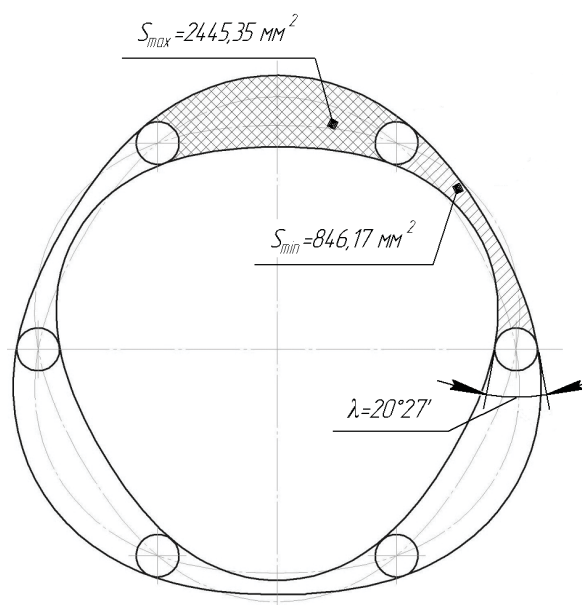


Рис. 5. Схема 3×3 с параметром кривизны $k = 0,06$

Получено 27.02.2017

Значение угла удержания сателлита получилось $\lambda = 20^\circ 27'$, то есть равным тому, которое соответствовало системе 2×2 при $k = 0,09$.

Найдем изменение полезной площади этой схемы ПРГМ за один оборот:

$$S_{II} = (2445,34 - 846,17) \cdot 3^2 = 14392,53 \text{ мм}^2.$$

Таким образом, величина производительности оказалась равной производительности схемы 2×2 с тем же углом λ . Исходя из полученных результатов можно сделать вывод, что величина объемной производительности ПРГМ напрямую зависит от угла удержания сателлита, а не от количества волн центроид.

По критериям симметрии приложения сил должна быть отбракована схема 1×1 . Механический же КПД будет тем выше, чем меньше сателлитов, значит, в этом отношении схема 2×2 предпочтительнее схемы 3×3 .

В итоге данного исследования, учитывая все указанные выше обстоятельства, делаем осторожный вывод о целесообразности применения схемы ПРГМ с числом волн 2×2 при максимально возможном значении параметра k кривизны косинусоиды либо схемы 3×3 , но с уменьшенным значением параметра k .

Библиографические ссылки

1. Пат. 2513057 РФ. Роторная гидромашина / Г. Ю. Волков. – Оpubл. 20.04.2014; Бюл. № 11.
2. Пат. 144306 РФ. Роторная гидромашина / Г. Ю. Волков, Д. А. Курасов. – Оpubл. 20.08.2014; Бюл. № 23.
3. Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2016. – Вып. 8. Ч. 2. – С. 160–166.
4. *Ан И-Кан*. Синтез, геометрические и прочностные расчеты планетарных механизмов с некруглыми зубчатыми колесами роторных гидромашин : автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – Томск, 2001. – 35 с.
5. Пат. US 6230823 (B1) Downhole motor / Dariusz Sieniawski. – Оpubл. 15.05.2001.

УДК 621.65.03

DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-37-40

Д. А. Курасов, кандидат технических наук, Курганский государственный университет

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНОЙ РОТОРНОЙ ГИДРОМАШИНЫ, СОДЕРЖАЩЕЙ КРУГЛОЕ И НЕКРУГЛОЕ ЦЕНТРАЛЬНЫЕ КОЛЕСА

В различных отраслях техники широкое распространение получили объемные гидромашин – насосы и двигатели. Одним из видов таких машин являются планетарные роторные гидромашин (ПРГМ). Принципиальными достоинствами ПРГМ являются: большой полезный объем рабочих полостей, отсутствие нагруженных пар скольжения, нечувствительность к износу зубьев. Типичная ПРГМ

(рис. 1) содержит [1] некруглое центральное колесо 1 с внешними зубьями (солнечное) и некруглое центральное колесо 2 с внутренними зубьями (эпициклическое), а также плавающие сателлиты 3. При этом число волн центрального колеса с внутренними зубьями N и внешними зубьями M могут быть как различными, так и одинаковыми. Для схемы, показанной на рис. 1, $M = 2$, $N = 4$ (или 2×4).

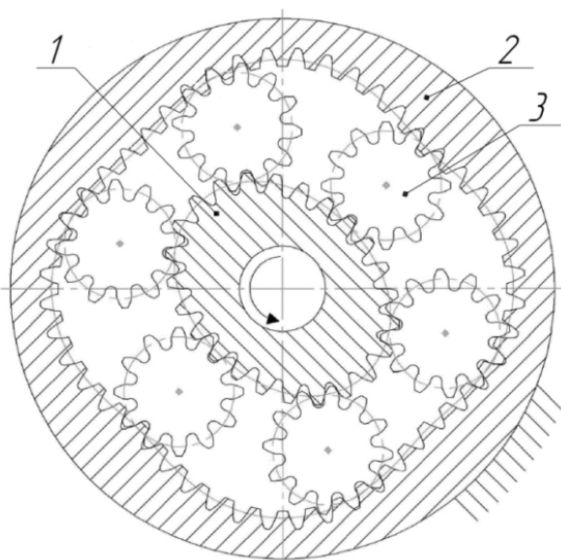


Рис. 1. Планетарная роторная гидромашина (ПРГМ) 2×4 : 1 – солнечное колесо; 2 – эпициклическое колесо; 3 – сателлиты

В другой ПРГМ (рис. 2), известной по патенту [2], оба центральных колеса круглые, т. е. имеют число волн $M=1$, $N=1$ (или 1×1).

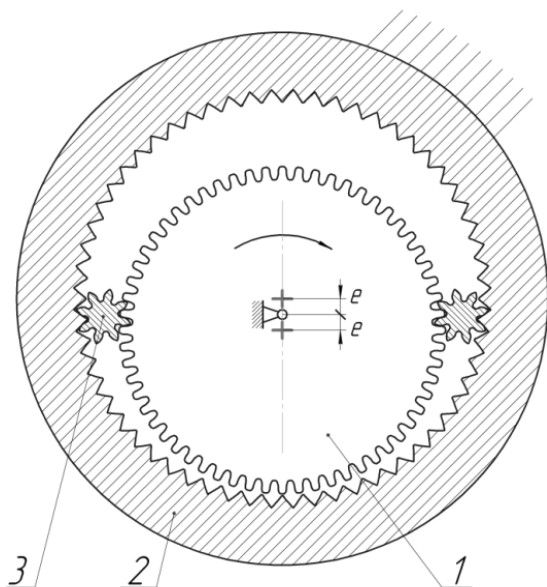


Рис. 2. ПРГМ с круглыми солнечным и эпициклическим колесами (1×1)

Известны [3–5] также ПРГМ, в которых одно из колес круглое, то есть имеет число волн, равное 1, а другое – некруглое, то есть имеет число волн больше 1. Схемы таких ПРГМ показаны на рис. 3.

В силу ряда обстоятельств ПРГМ относятся к малоизученным механизмам. Одним из важных этапов проектирования и производства ПРГМ является геометрический расчет их зубчатых звеньев. До настоящего времени для геометрического расчета ПРГМ не существовало инженерных методик. Метод, предложенный Ан И-Каном [6], нереализуем в инженерной практике в силу своей сложности.

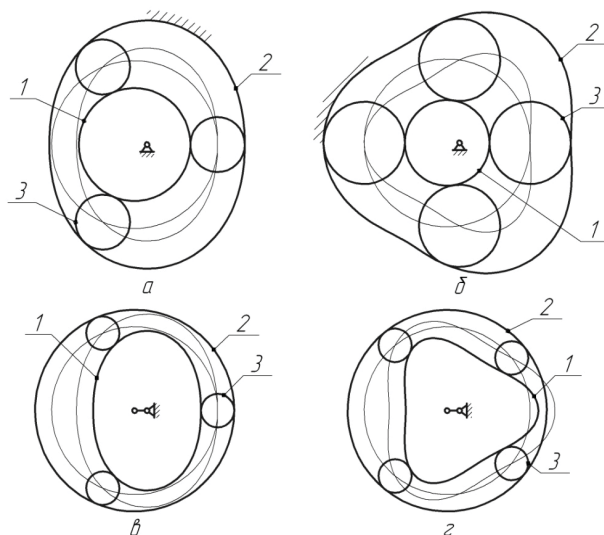


Рис. 3. Схемы ПРГМ с одним круглым и одним некруглым центральными колесами: а – 1×2 [3]; б – 1×3 [4]; в – 2×1 [5]; г – 3×1 [5]

Нами разработан [7] метод геометрического синтеза ПРГМ, опирающийся на общедоступные программные комплексы «Компас» и Mathcad. Он включает: 1) выбор пары траекторий центров сателлитов в системах координат, связанных с каждым из центральных колес; 2) получение центроид солнечного и эпициклического колес как эквидистант к соответствующим центровым траекториям; 3) озубрение соответствующих центроид, то есть получение профилей зубьев, базирующихся на этих центроидах. В работах [8, 9] нами был рассмотрен только тот случай, когда оба центральных колеса являются некруглыми (см., например, рис. 1), а центровые траектории сателлита изменяются по простейшему закону косинуса:

$$r_1 = r_0 (1 + k \cos(M\varphi_1)); \quad (1)$$

$$r_2 = r_0 (1 + k \cos(N\varphi_2)), \quad (2)$$

где r_1 и r_2 – радиус-векторы траекторий; φ_1 и φ_2 – текущие углы в полярных координатах, связанных с соответствующими звеньями; k – коэффициент некруглости траекторий; r_0 – радиус расчетной окружности (в которую вырождаются обе траектории при $k=0$).

Случай круглых колес под закон косинуса не подпадает. В частном случае $N=M=1$ (рис. 2), когда центроиды центральных колес ПРГМ являются окружностями, траектория центральной точки сателлита – также окружность. Несколько сложнее дело обстоит в тех случаях, когда $M=1$ и соответствующая центроида является окружностью, а $N > 1$, т. е. когда необходимо обеспечить совместимость волнообразной центроида эпициклического колеса с заранее заданной центроидой круглого солнечного колеса (или, наоборот, когда $N=1$, $M > 1$). В данной статье решается именно эта задача – предлагается методика синтеза центроид звеньев

ПРГМ, содержащей круглое и некруглое центральные колеса.

Расчетная схема, соответствующая случаю $M = 1$; $N > 1$, показана на рис. 4. Центр окружности солнечного колеса 1 смещен относительно центра эпициклического колеса 2 на расстояние эксцентриситета e . Точки пересечения траекторий соответствуют центрам сателлитов. Расстояние r – радиус-вектор центральной траектории остановленного колеса в неподвижной системе координат; расстояние r_0 – радиус центра сателлита в системе координат, связанной с круглым колесом; угол φ_2 – текущий угол поворота радиус-вектора $r(\varphi_2)$, характеризующего положение центра сателлита в неподвижной системе координат (некруглого колеса 2), а φ – угол поворота круглого звена 1 относительно мнимого водила.

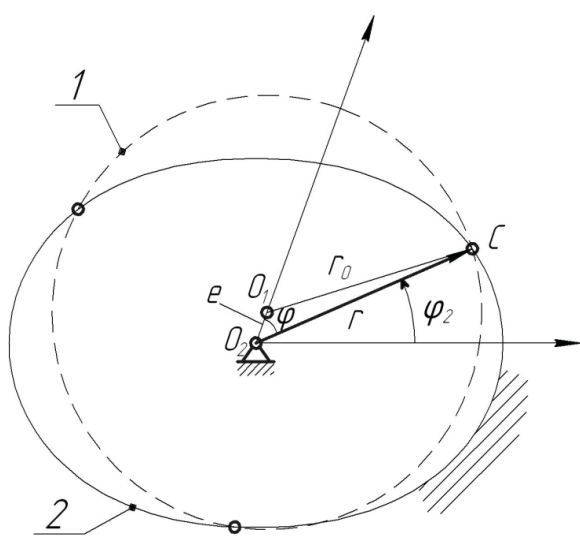


Рис. 4. Траектории центра сателлита (ПРГМ 1×2): 1 – траектория для солнечного колеса; 2 – траектория для эпицикла

Из рис. 4 получаем следующие зависимости:

$$e^2 + r^2 - 2er \cos \varphi = r_0^2, \quad (3)$$

или

$$r^2 - 2er \cos \varphi + (e^2 - r_0^2) = 0. \quad (4)$$

Решаем квадратное уравнение (4) относительно r . Нас интересует его корень:

$$r = e \cos \varphi + \sqrt{e^2 (\cos^2 \varphi - 1) + r_0^2}. \quad (5)$$

ПРГМ – это планетарный механизм, в котором отношение углов поворота φ/φ_2 звеньев 1 и 2 относительно мнимого водила за выбранный промежуток времени равно N/M . При $M = 1$ получаем $\varphi = N\varphi_2$.

Преобразуя (5) и учитывая, что эксцентриситет $e = r_0 k$, получаем уравнение траектории центра C сателлита в полярных координатах, связанных с неподвижным некруглым колесом 2:

$$r = r_0 \left(k \cos(N\varphi_2) + \sqrt{1 - k^2 \sin^2(N\varphi_2)} \right). \quad (6)$$

Сравнивая уравнение (6) с уравнением (2), замечаем, что они несколько отличаются. Траектория центра C сателлита в координатах, связанных с колесом 1, – это окружность радиусом r_0 и центром O_1 , смещенным относительно центра O_2 на величину эксцентриситета e .

Следующий этап геометрического синтеза зубчатых звеньев ПРГМ – получение центроид солнечного и эпициклического колес как эквидистанта к соответствующим центровым траекториям – выполняется по методике, изложенной в работе [10].

Этап геометрического синтеза, состоящий в нахождении профилей зубьев центральных колес, можно произвести двумя способами [11] – приближенно и теоретически точно. В случае применения приближенного метода профили зубчатых венцов получаются путем озубрения соответствующих эквидистант некруглых колес. При этом зубья переносятся на некруглые эквидистанты синтезируемого колеса с расчетного круглозвенного механизма.

Во втором случае профили зубьев центральных колес получаются как огибающие к сателлиту в его движении относительно соответствующего центрального колеса. При этом для вычисления координат звеньев необходимо [12] иметь уравнение производной от уравнения (6) по углу φ_2 . Это уравнение будет иметь вид

$$\frac{dr}{d\varphi_2} = -Nkr_0 \sin(N\varphi_2) \left(1 + \frac{k \cos(N\varphi_2)}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2(N\varphi_2)}} \right). \quad (7)$$

Таким образом, задача нахождения профиля зубчатого венца некруглого колеса ПРГМ, сочетающегося с круглым колесом, тоже (как и в случае двух некруглых колес) решается с использованием программных комплексов «КОМПАС» и Mathcad.

Выводы

Предложенный метод геометрического синтеза ПРГМ позволяет, не выполняя аналитических преобразований, с помощью стандартных пакетов компьютерных программ получить профили зубчатых звеньев ПРГМ, содержащие круглое и некруглое центральные колеса, в форме необходимой для их изготовления с применением 2D-технологий. Предложенный метод может быть использован при проектировании планетарных роторных гидромашин (насосов, гидро- и пневмодвигателей) конструкторами предприятий машиностроительной отрасли.

Библиографические ссылки

1. Ан И-Кан. Синтез, геометрические и прочностные расчеты планетарных механизмов с некруглыми зубчатыми колесами роторных гидромашин : дис. ... д-ра техн. наук : 01.02.06, 05.02.18. – Томск, 2001. – 236 с.
2. Пат. 2513057 РФ. Роторная гидромашин / Г. Ю. Волков. – Заявл. 11.07.2012; опубл. 20.01.2014.
3. А. с. 699229 СССР. Шестеренная гидромашин / Н. И. Костиков, И. И. Назаров, Б. Ф. Мосьпан. – Заявл. 29.12.70; опубл. 25.11.79.
4. Пат. DE 288340. Планетарно-роторная гидромашин / Briscoe and dock engineering company. – Оpubл. 11.09.1913.

5. Пат. WO 0166948. A positive-displacement machine of gear type / Zhang Quan. – Оpubл. 13.09.01.

6. *Ан И-Кан*. Указ. соч.

7. *Волков Г. Ю., Курасов Д. А., Горбунов М. В.* Геометрический синтез некруглых зубчатых колес планетарной роторной гидромашины // Вестник Курганского гос. ун-та. Серия «Технические науки». – 2016. – Вып. 11. – С. 23–27.

8. Там же.

9. *Мирчук М. А., Курасов Д. А., Голованев В. А.* Получение семейства кривых и огибающих в системе «Компас-3D» // Вестник Курганского гос. ун-та. Серия «Технические науки». – 2016. – Вып. 11. – С. 120–122.

10. *Волков Г. Ю., Курасов Д. А., Горбунов М. В.* Указ. соч.

11. Там же.

12. Там же.

Получено 27.02.2017

УДК 621.002

DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-40-43

М. М. Кане, доктор технических наук, профессор, Белорусский национальный технический университет, Минск

ВОЗМОЖНОСТИ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ЗУБОНАРЕЗАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ШЕСТЕРЁН

Задачи исследования

Для моделирования различных случайных процессов, в том числе процессов механической обработки деталей машин, широко используются такие статистические методы, как корреляционно-регрессионный и дисперсионный анализы. При этом качество модели во многом зависит от качества экспериментальных данных, положенных в ее основу. Поэтому ряд авторов указывают на необходимость предварительного анализа экспериментальных данных [1–3]. При моделировании процессов зубонарезания цилиндрических шестерён необходимо учитывать основные характеристики этих процессов как случайных.

Основные результаты

Анализ указанных методов моделирования и пространственных методов оценки адекватности и достоверности полученных результатов показывает, что их эффективное применение возможно при соблюдении следующих требований к экспериментальным данным.

1. Зависимые и независимые переменные являются случайными величинами с нормальным законом распределения.*

2. Дисперсия зависимой переменной y не зависит от абсолютных значений y и остается постоянной или однородной при различных наблюдениях y .

3. Значения независимых переменных x_1, x_2, \dots, x_m измеряются с пренебрежимо малыми ошибками по сравнению с ошибкой измерения y .

4. Переменные x_1, x_2, \dots, x_m линейно независимы.

5. Процесс формирования y является стационарным и эргодическим.

6. Экспериментальные данные получены из ряда независимых испытаний, наблюдений и образуют случайную выборку из данной генеральной совокупности.

7. Результаты наблюдений не содержат резко выделяющихся значений, не принадлежащих к данной генеральной совокупности.

Почему необходимо соблюдение названных требований к экспериментальным данным? При анализе технологического процесса как случайного стоят задачи оценки параметров распределений независимых и зависимых переменных и проверки различных гипотез. Методы определения параметров распределений и моделей, а также критерии для проверки статистических гипотез делятся на два класса: параметрические и непараметрические. Первые методы и критерии эффективны при распределении изучаемых случайных величин по нормальному закону. Для второго класса методов и критериев это условие отсутствует.

К первому классу относятся наиболее развитые и распространенные методы моментов и максимального правдоподобия для расчета параметров распределений; наименьших квадратов для расчета параметров уравнений регрессии; критерии, использующие χ^2 -распределение, t – распределение Стьюдента, F – распределение Фишера для оценки достоверности результатов. Установлено, что один и тот же критерий будет устойчивым при проверке одной нулевой гипотезы и неустойчивым при проверке другой. Например, при использовании критерия χ^2 для проверки гипотезы о законе распределения он весьма устойчив. Однако при проверке гипотезы о дисперсии изучаемой случайной величины и некоторых других гипотез он уже неустойчив. Это указывает на необходимость тщательного выбора статистических критериев и гипотез, проверяемых этим критерием, при планировании методов обработки экспериментальных данных.

Проверка соответствия эмпирических распределений независимых и зависимых случайных величин