

5. Эйринг Г., Уолтер Дж., Кимбал Дж. Квантовая химия // М. : и. л., 1948. – 528 с.

6. Korablev G. A. Spatial-Energy Principles of Complex Structures Formation. – Netherlands : Brill Academic Publishers and VSP, 2005. – 426 p. (Monograph).

7. Fischer C. F. // Atomic Data. – 1972. – No. 4. – Pp. 301–399.

8. Waber J. T., Cromer D. T. // Phys. – 1965. – V. 42, no. 12. – Pp. 4116–4123.

9. Clementi E., Raimondi D. L. // Phys. – 1963. – V. 38, no. 11. – Pp. 2686–2689 ; J. Chem. Phys. – 1967. – V. 47, no. 4. – Pp. 1300–1307.

10. Кодолов В. И. Полимерные композиции и технология изготовления из них двигателей летательных аппаратов. – Ижевский механический институт, 1992. – 200 с.

11. Пидгайный Ю. М., Морозова В. М., Дудко В. А. Методика расчета характеристик геодезической намотки об-

Получено 16.03.2017

лочек тел вращения // Механика полимеров. – 1967. – № 6. – С. 1096–1104.

12. Аллен К. У. Астрофизические величины. – М. : Мир, 1977. – 446 с.

13. Кодолов В. И. Указ. соч.

14. Пидгайный Ю. М., Морозова В. М., Дудко В. А. Указ. соч.

15. Аюшеев Т. Ю. Геометрические вопросы адаптивной технологии изготовления конструкций намоткой из волоконистых композиционных материалов. – Улан-Удэ : Изд-во БНЦ СО РАН, 2005. – 212 с.

16. Кодолов В. И. Указ. соч.

17. Мозер Эдвард. Нобелевская лекция по физиологии: 11.03.2015 г. / Телеканал «Наука».

18. Кораблев Г. А., Васильев Ю. Г., Заиков Г. Е. Гексагональные структуры в наносистемах // Химическая физика и мезоскопия. – 2015. – Т. 17, № 3. – С. 424–429.

УДК 621.833.38

DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-60-64

А. С. Кузнецов, кандидат технических наук, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

А. М. Санников, Институт механики ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

## МЕТОД РАСЧЕТА УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИ ТЯЖЕЛОНАГРУЖЕННОЙ НИЗКОСКОРОСТНОЙ СПИРОИДНОЙ ПЕРЕДАЧИ

### Введение

Решение задач оценки нагруженности и прочности с учетом упругого характера контактного взаимодействия стало во многом привычным делом в теории и практике зубчатых передач [1–5]. Традиционными инструментами решения задачи является метод конечных элементов (МКЭ) и соответствующие реализующие его пакеты. Можно указать на следующие взаимосвязанные проблемы применения МКЭ для анализа нагруженных зубчатых передач:

– возрастание погрешности вычислений для случаев оценки напряжений в основаниях зубьев при относительно неплавных сопряжениях между боковыми поверхностями зубьев и их впадинами;

– резкое возрастание вычислительных сложностей (требований к вычислительным ресурсам, накопление вычислительной погрешности от округлений при многочисленных операциях, обеспечение сходимости) для случая многопарного контакта.

Именно к этим случаям следует отнести оценку напряжений в основаниях зубьев многопарных спироидных передач. В передачах тяжело нагруженных низкоскоростных редукторов расчетные значения даже равномерно распределенных вдоль линий сопряженного контакта максимальных контактных напряжений достигают 1500...2000 МПа. Закономерны опасения за потерю контактной и (или) изгибной прочности зубьев при концентрации напряжений на тех или иных участках в результате дейст-

вия погрешностей и деформаций. Однако такие передачи успешно работают. Очевидно, что этому способствует быстрее выравнивание нагрузок, действующих на зубья, и снижение соответствующих напряжений. Практика испытаний и эксплуатации подтверждает это предположение: уже после первых циклов тяжелого нагружения можно наблюдать пластически деформированные участки зубьев. Таким образом, весьма актуален учет этого фактора при оценке прочности многопарных тяжело нагруженных спироидных передач.

В упругопластической постановке задачи указанные выше проблемы применения МКЭ обостряются в еще большей степени. По этой причине нами разработан итерационный алгоритм расчета упруго-упругопластически нагруженного контактов пространственной многопарной передачи, основные аспекты которого отражены в настоящей статье. Во многом наш алгоритм перекликается с алгоритмом, разработанным в [6], но в нем больше внимания уделено процессу изнашивания поверхности зуба как наиболее влияющему на эволюцию зацепления. Для рассматриваемых в настоящей работе условий нагружения наибольшее влияние оказывает упругопластическая деформация, поэтому данный вопрос рассмотрен более подробно.

### Модель упругопластически нагруженного контакта

Мы рассматриваем в первую очередь такой уровень нагружения передачи и такое устанавливаю-

চ্ছেেя после первых же циклов нагружения распределение контактных напряжений, при которых контактное смятие не продолжается (не прогрессирует). Разумеется, возможна также ситуация сверхнагружения передачи, когда нагрузочный момент и контактные напряжения настолько велики, что контактное смятие на поверхностях зубьев продолжает развиваться после каждого цикла нагружения (возможны и другие виды повреждений зацепляющихся звеньев). Хотя этот важный случай подлежит распознаванию в расчете, рассматриваемый нами количественный анализ нагруженного контакта на него не распространяется.

Несколько абстрагируясь, можно выделить две постановки задачи расчета нагруженной передачи [7, 8]:

- геометрия контактных поверхностей известна, находится распределение нагрузки, обеспечивающее условия равновесия и совместности перемещений – это практически в чистом виде анализ упругонагруженной передачи;

- распределение нагрузки известно, находится геометрия поверхностей, обеспечивающая условия равновесия и совместности перемещений – это может быть, например, синтез поверхностей зубьев по заданному закону распределения сил.

Рассматриваемая задача анализа упругопластически нагруженной передачи является своеобразной комбинацией этих двух задач: в такой передаче есть участки упругого контакта и участки упругопластического контакта, в которых геометрия поверхностей должна быть подобрана (подобраны пластические деформации) под заданное предельное контактное напряжение.

В дискретизированной модели нагруженной передачи мы выделяем три типа ячеек на нагруженных зубьях:

- ячейки первого типа, в которых напряжения настолько велики, что контактное смятие охватывает эти ячейки целиком;
- ячейки второго типа, где происходит упругое деформирование;
- ячейки третьего типа не участвуют в передаче нагрузки.

В ходе вращения нагруженных звеньев максимум пластического деформирования перемещается по контактными поверхностям вместе с контактными площадками, необратимо меняя их (меняя координаты точек, утапливая точки в тело зуба); в последующие циклы нагружения, как раз и являющиеся в данной работе итоговым объектом анализа, контактные поверхности вступят в таком состоянии – измененном не только вблизи конкретной рассматриваемой контактной площадки, но по значительной части поверхности зуба. Поэтому первая оценка смятия не может быть точной: ячейки, не попавшие в число сминаемых и даже нагруженных для данной фазы зацепления, в следующих фазах при перемещении контактной площадки вполне могут оказаться в числе сминаемых: сминающая нагрузка в них вполне может появиться. Учет этого, очевидно, скажется на распределении напряжений и, как следствие, – на

условиях появления в расчете сминаемых ячеек и величине смятия. Таким образом, для уточнения набора сминаемых ячеек и величин моделируемого смятия в них следует ввести еще один, внешний по отношению к алгоритму расчета распределения нагрузки, цикл итераций, причем выполнять его после расчета распределения нагрузки по всей поверхности зубьев и витков. Удовлетворение этого требования означает повторение относительно трудоемкого расчета для достаточно большого (в пределе – бесконечно большого) количества фаз зацепления. Альтернативой может быть рассмотрение относительно небольшого числа фаз, при этом на поверхностях зубьев образуются площадки смятия (наборы точек, координаты которых изменены при моделировании смятия). Далее можно выполнить аппроксимацию наибольших значений моделируемого смятия в ячейках. Такой подход иллюстрируется рис. 1.

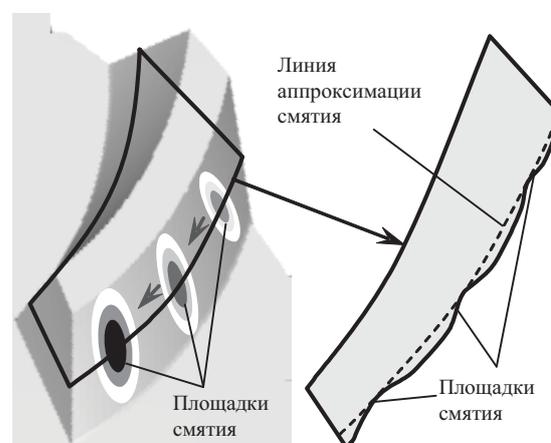


Рис. 1. Аппроксимация пластического деформирования по поверхности зуба

Выполнение всего дополнительного внешнего цикла итераций представляется нам слишком трудоемким. Можно встроить расчет пластического деформирования контактных поверхностей непосредственно в описанный в работах [9] алгоритм расчета распределения нагрузки; в этом случае алгоритм дополняется следующими особенностями:

- после первоначальной (или начиная с некоторой итерации, т. е. по получению достаточно точного распределения сил) оценки области контакта, величины сближения звеньев и величин дискретно приложенных сил определяется тип каждой нагруженной ячейки; для ячеек первого типа определяется величина смятия (см. ниже);
- по величинам невязок, получаемых на каждой следующей итерации, производится корректировка:
  - для ячеек первого типа – величины смятия;
  - для ячеек второго типов – величины сил;
- отнесение ячейки к тому или иному типу может изменяться:
  - к сминаемым (тип один) – по превышению расчетного напряжения допустимого предела;
  - к упругодеформируемым (типы два) – по достижению смятия отрицательной величины.

### Моделирование пластического деформирования участков контактных поверхностей (ячейки типа 1)

Здесь речь пойдет о ячейках первого типа, в которых уровень контактного напряжения по ходу расчета превысил заданный предел.

Величину пластического перемещения  $w_{p\ km}^{n+1}$ , приложенного в перегруженной  $km$ -й ячейке, разумно вычислить в зависимости от величин, полученных для этой ячейки на текущей  $n$ -й итерации, – упругого перемещения  $w_{h\ km}^n$ , действующего  $\sigma_{h\ km}^n$  и допустимого  $[\sigma_h]$  контактных напряжений:

$$w_{p\ km}^{n+1} = w_{h\ km}^n \left( 1 - \frac{[\sigma_h]}{\sigma_{h\ km}^n} \right).$$

При этом силу в данной ячейке приравнять допустимой рассчитанной в зависимости от допустимого контактного напряжения.

На рис. 2, 3 в качестве примера, демонстрирующего работоспособность алгоритма, приведены некоторые результаты расчета нагруженности передачи с параметрами, приведенными в таблице, при нагрузочном моменте 4000 Н·м и допустимом уровне контактных напряжений на колесе 2000 МПа.

В частности показаны суммарные пятна контакта на зубе спироидного колеса в окружной проекции на радиальную плоскость, где светлые участки – это упругий контакт, а затемненные – подвергшиеся пластическому деформированию, и графики распре-

деления контактных напряжений по площадкам контакта, полученным в одной фазе зацепления и условно спроецированным на поверхность одного зуба, для случаев:

- сопряженного контакта в отсутствии погрешностей – рис. 2, а, 3, а;
- сопряженного контакта при учете повышенной податливости узлов колеса и червяка (приблизительно соответствует погрешности межосевого угла в передаче 0,1/30) – рис. 2, б, 3, б;
- контакта, локализованного по высоте и длине зуба, – рис. 2, в, 3, в.

Во всех случаях суммарное пятно контакта распространилось на всю активную поверхность зуба. При этом максимум пластической деформации в сопряженной передаче приходится на кромки зубьев с усилением этой тенденции при введении погрешностей. Учет пластических деформаций дает увеличение площади каждой отдельно взятой площадки контакта в среднем на 10-12 %.

#### Основные параметры тестовой передачи

Межосевое расстояние, мм	60
Осевой модуль червяка, мм	2,75
Передаточное число	46 : 1
Наружный диаметр спироидного червяка, мм	42
Внешний / внутренний диаметры спироидного колеса, мм	175 / 138
Коэффициенты высоты головки / ножки	1 / 1,2
Углы профиля правой / левой боковых поверхностей, град	10 / 30

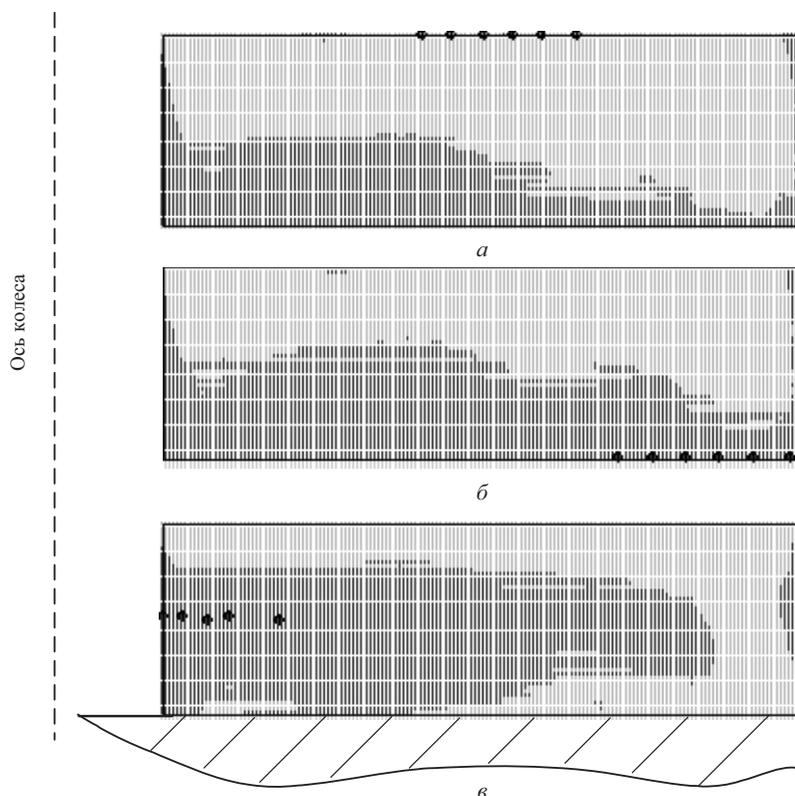
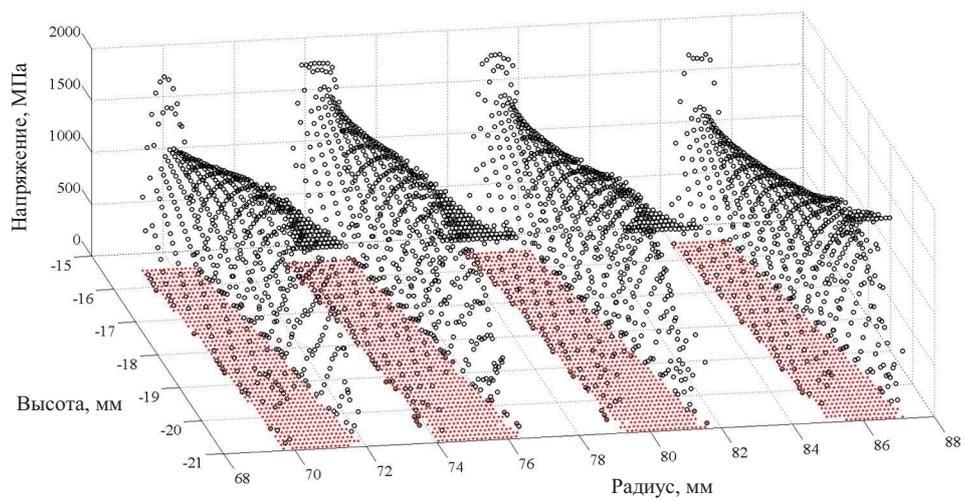
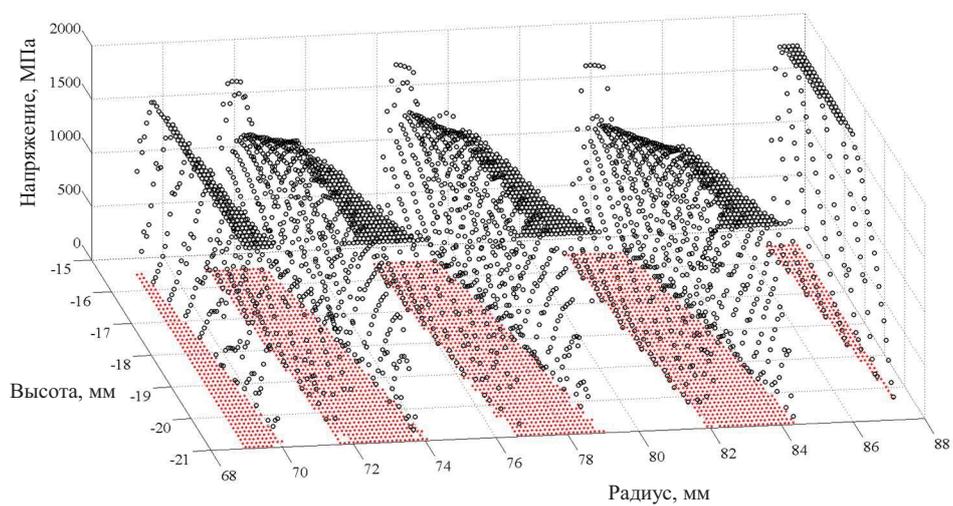


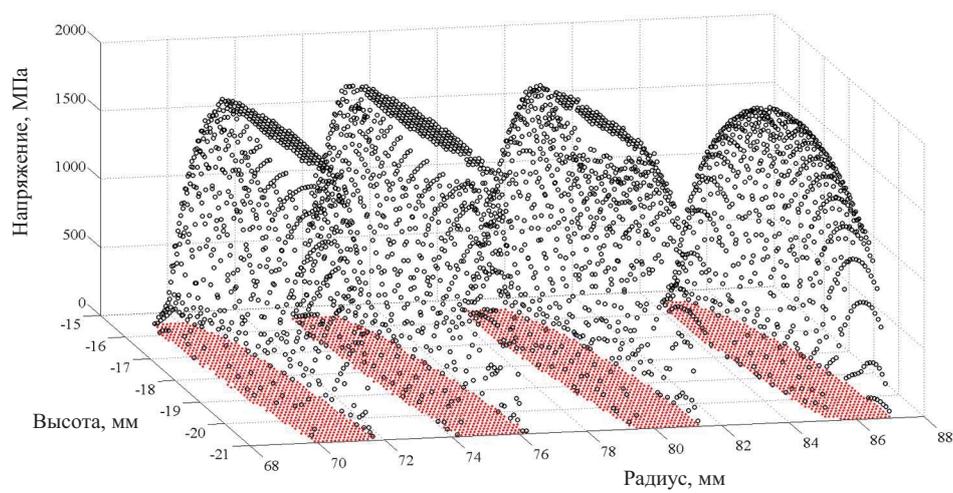
Рис. 2. Суммарное пятно контакта в окружной проекции на радиальную плоскость колеса



*а*



*б*



*в*

Рис. 3. Распределения контактных напряжений по площадкам контакта

### Заключение

Приведенные в статье алгоритмы расчета распределения нагрузки в многопарном спироидном зацеплении могут применяться как в упругой, так и упругопластической постановке задачи. В упругопластической постановке задачи отдельно вопросом стоит вопрос необходимости учета пластического смятия микронеровностей на поверхности зубьев передачи, который в данной статье не рассматривается. Результаты расчета применимы для оценки прочности зубьев тяжело нагруженных передач. Отдельным достоинством данного подхода является возможность представления информации в форме, необходимой для исследователя, и не ограничивающейся возможностью программного обеспечения специализированного пакета МКЭ.

### Библиографические ссылки

1. Höhn B.-R., Steingröver K., Lutz M. Determination and optimization of the Contact Pattern of Worm Gears // Gear Technology. – March/April 2003. – Pp. 12–17.

Получено 17.04.2017

2. Айрапетов Э. Л., Генкин М. Д., Мельникова Т. Н. Статика глобидных передач. – М. : Наука, 1981. – 198 с.

3. Шевелева Г. И. Численный метод решения контактной задачи при сжатии упругих тел // Машиноведение. – 1981. – № 5. – С. 90–94.

4. Шевелева Г. И. Решение контактной задачи методом последовательного нагружения // Известия вузов. – 1986. – № 9. – С. 10–15.

5. Бондаренко А. В. Статическая нагруженность глобидного зацепления с учетом особенностей формообразования, погрешностей изготовления, монтажа и податливости элементов передачи : дис. ... канд. техн. наук. – Курган, 1987. – 353 с.

6. Вяткин А. И. Разработка и анализ расчетно-экспериментальной эволюционной модели износа глобидного зацепления : дис. ... канд. техн. наук. – Курган, 1997. – 220 с.

7. Заблонский К. И. Зубчатые передачи. Распределение нагрузки в зацеплении. – Киев : Техніка, 1977. – 208 с.

8. Шевелева Г. И. Расчет упругих контактных перемещений на поверхностях деталей ограниченных размеров // Машиноведение. – 1984. – № 4. – С. 92–98.

9. Кузнецов А. С. Теоретическое и экспериментальное исследование статической нагруженности спироидной передачи : дис. ... канд. техн. наук. – Ижевск, 2005. – 186 с.

УДК 621.833.389; 621.914.5

DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-64-67

К. В. Богданов, аспирант, Институт механики ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

Д. А. Хватов, магистрант, Институт механики ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

## РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ОБРАБОТКИ ВИТКОВ ЧЕРВЯКА ТОРЦОВОЙ РЕЗЦОВОЙ ГОЛОВКОЙ НА ТОКАРНОМ СТАНКЕ С ЧПУ

### Введение

В единичном и мелкосерийном производстве предварительное нарезание витков червяков резцом на токарных станках с ЧПУ является наиболее распространенным методом формообразования в силу простоты реализации при минимуме специальной технологической оснастки. Значительно большей производительностью отличаются методы предварительного нарезания червяков, основанные на применении многорезцовых инструментов с исходной

производящей поверхностью вращения – дисковых фрез и вихревых резцовых головок. Повышенная сложность переналадки оборудования и инструмента создает трудности применения этих методов в мелкосерийном производстве. Еще одним решением является применение инструмента торцового (чашечного) типа (рис. 1) (червяки типов ZK3 [1], SZK3, SZCT3 [2]).

В статье рассмотрен вариант реализации этого решения на широко распространенном и легко перенастраиваемом токарно-винторезном станке с ЧПУ.

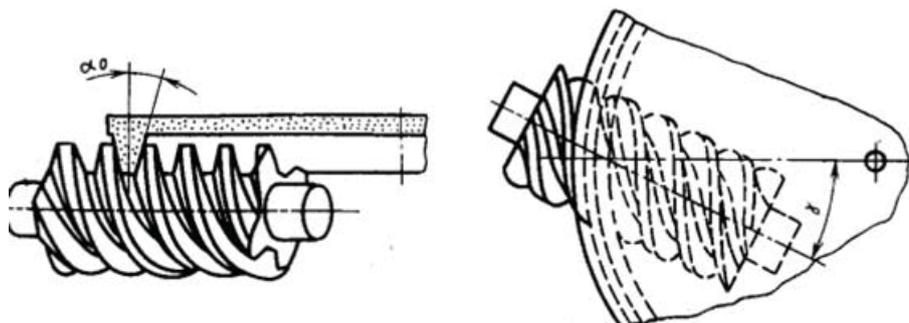


Рис. 1. Схема формообразования червяков вида ZK3 и SZK3