

добрать два образца даже с примерным одинаковым содержанием количества или массовой доли неволокнистых включений. Однако просматривается некоторая закономерность. Как видно из табл. 2, массовая доля выпавших неволокнистых включений НВ% в процессе акустической обработки от всей массы неволокнистых включений, которые содержались в образце до обработки, пропорциональна уровню звука L . А максимум показателя НВ% в зависимости от частоты воздействующего приходится на $f = 90$ Гц, при которой при уровне звука $L = 118$ дБ доля выпавших включений может достигать до 80 %.

Таким образом, в результате экспериментального исследования процесса акустической обработки подтверждена возможность практического ее использования в целях уменьшения содержания неволокнистых включений в первичных холстах из супертонкого базальтового волокна и улучшения условий труда людей, работающих с ними, и предложены следующие рекомендации для дальнейшего изучения явления выпадения неволокнистых включений под действием звука и назначения рациональных параметров процесса акустической обработки при его внедрении в производство:

– при практическом использовании следует исследовать распределение звукового поля в удаленности от источника звука, а также учесть необходимое время обработки, которое, в свою очередь, будет зависеть от создаваемого уровня звука в точке взаимодействия звукового поля с первичным холстом;

Получено 12.04.2017

– явление отделения неволокнистых включений от холста из базальтового волокна под действием звука может быть объяснено возникновением физического резонанса, когда частота звукового воздействия совпадает с собственной частотой колебания неволокнистых включений. Однако массы отдельных выпавших включений на определенной частоте сильно разнятся между собой, поэтому для точной оценки данного явления следует дополнительно изучить колебательные свойства этих частиц;

– эффективность акустической обработки будет наибольшей при частоте воздействующего звука 90 Гц;

– при конструировании оборудования для акустической обработки необходимо обеспечить возможность регулировки расстояния от источника звука до поверхности образца в пределах расстояния, которое обеспечит уровень звука в точке взаимодействия на уровне не ниже 118 дБ;

– скорость движения конвейера и количество громкоговорителей должны быть выбраны так, чтобы поверхность образца была подвержена воздействию звука в течение 20–40 с.

Библиографические ссылки

1. *Сентяков Б. А., Тимофеев Л. В.* Технология производства теплоизоляционных материалов на основе базальтового волокна. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2004. – 232 с.
2. *Ахматов А. С.* Лабораторный практикум по физике. – М. : Высш. шк., 1980. – 360 с.

УДК 621.833

DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-71-74

Д. Т. Бабичев, доктор технических наук, доцент, Институт транспорта Тюменского индустриального университета

ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЗУБЧАТЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ И ПРОБЛЕМЫ ОПТИМИЗАЦИОННОГО СИНТЕЗА ПРОФИЛЕЙ ЗУБЦОВ*

Об основных задачах классической теории зацеплений

В известной монографии Ф. Л. Литвина [1] (1968), ставшей классической по теории зубчатых зацеплений, в качестве основных названы две задачи (цит. по [2, § 40]):

1. *Задача синтеза* трехзвенного зубчатого механизма: заданы схема механизма, его закон движения и поверхность зубцов одного из звеньев; найти поверхность зубцов другого звена.

2. *Задача анализа* зубчатого механизма (*обратная задача*): задана схема механизма, известны поверхности зубцов обоих подвижных звеньев; найти закон движения в виде функции, связывающей перемещения обоих звеньев.

Автор статьи, будучи студентом Иркутского политехнического, изучал курс ТММ, в котором рассматривались для плоских зацеплений графические методы нахождения сопряженных профилей зубцов Σ_1 и Σ_2 , а также определения их линии зацепления Σ_0 . Основываясь на теореме «Если известна одна из линий Σ_1 , Σ_2 или Σ_0 , то можно найти две остальные», мы решали три типа задач: 1) зная Σ_1 , находили Σ_2 (или наоборот); 2) зная Σ_1 (или Σ_2), находили Σ_0 ; 3) зная Σ_0 , находили Σ_1 (или Σ_2). Из этих трех задач в [3] рассмотрено две: задача 1, названная основной задачей синтеза, и задача 2, которую решают «попутно», рассматривая задачу 1. Задача 3 в [4] не названа, возможно, потому, что до середины 20 в. син-

тез зацеплений начинали всегда с задания Σ_1 или Σ_2 , но не с выбора Σ_0 .

Полагаю, что задачу 3 – нахождение сопряженных профилей или поверхностей зубцов Σ_1 и Σ_2 по заданной линии или поверхности зацепления Σ_0 – следует отнести к основным задачам теории зацеплений и назвать *задачей синтеза поверхностей зубцов по заданной поверхности зацепления*. А задачу синтеза трехзвенного зубчатого механизма называть *задачей синтеза (а лучше нахождения) поверхности зубцов на сопряженном звене*. Назову две важные причины включения в теорию зацеплений трех основных задач, а не двух, как в [5].

Причина 1. Все три основные задачи существенно разнятся с математической точки зрения. Так, в задаче синтеза (по Литвину) надо *решать алгебраическое уравнение* зацепления $\mathbf{N} \cdot \mathbf{V}_{12} = 0$ и использовать формулы преобразования координат [6]. В задаче анализа (по Литвину) надо решать в пространственных зацеплениях *систему 5 уравнений* (в общем случае трансцендентных) [7]. В задаче синтеза, предлагаемой в качестве третьей основной задачи теории зацеплений, надо *решать дифференциальное уравнение* зацепления [8, разд. 6.8]. На первый взгляд это кажется странным: почему найти Σ_0 через Σ_1 просто, решив уравнение зацепления $\mathbf{N} \cdot \mathbf{V}_{12} = 0$, а для нахождения Σ_1 через Σ_0 надо решать численными методами дифференциальное уравнение второго порядка, которое в задачах оптимизационного синтеза редко имеет аналитическое решение? Причина достаточно проста: в первом случае (знаем Σ_1) можно из уравнения зацепления найти и криволинейную координату на Σ_1 , и перемещение звена с Σ_1 . Во втором же случае (задав точку на Σ_0) мы не знаем ни величину перемещения звена с Σ_1 , ни нормаль \mathbf{N} к Σ_1 в неподвижной системе координат $X_0Y_0Z_0$. Заметим, что \mathbf{V}_{12} в $X_0Y_0Z_0$ найти можно, но этого недостаточно для получения уравнения зацепления в виде $\mathbf{N} \cdot \mathbf{V}_{12} = 0$. А нет уравнения – нет и решения. Отметим, что в общем случае $\mathbf{N} \cdot \mathbf{V}_{12} = 0$ по своей сущности есть *дифференциальное уравнение первого порядка*, так как в нем \mathbf{N} зависит от $\partial \mathbf{r} / \partial u$ и $\partial \mathbf{r} / \partial v$, а \mathbf{V}_{12} – от $\partial / \partial t$ или $\partial S / \partial t$, т. е. от первых производных. И если уравнение зацепления $\mathbf{N} \cdot \mathbf{V}_{12} = 0$ проинтегрировать, то получим *дифференциальное уравнение второго порядка* для нахождения Σ_1 через Σ_0 . В это уравнение второго порядка вместо перемещения φ или S войдут их производные или их дифференциалы. Решить такое уравнение можно аналитически или методом численного интегрирования, или же, заменив дифференциалы на конечные разности ($d\varphi$ на $\Delta\varphi$), находить сначала конечные разности, а затем через них вычислять координаты следующих точек на поверхностях зубцов, зная координаты предыдущих.

Задача для пытливого аспиранта: попробуйте получить уравнение профиля зубца цилиндрического прямозубого колеса в передаче, где линией зацепления является отрезок прямой, находящийся в одном из четырех квадрантов, расположенных вокруг полюса зацепления. Можно найти решение в квадратурах?

Причина 2. Перспективным направлением оптимизационного синтеза поверхностей зубцов является их поиск, основанный на анализе качественных показателей во всех возможных местах контакта зубцов [9, 10]. Места контакта и качественные показатели проще вычислять и нагляднее анализировать в неподвижной системе координат, связанной со стойкой (в пространстве зацепления по С. А. Лагутину [11]). При этом логичнее сначала синтезировать линию зацепления: провести ее по местам с наиболее благоприятными или с заданными значениями выбранного критерия нагрузочной способности. А поверхности контактирующих зубцов находить после синтеза линии (поверхности) зацепления, т. е. задача 3 – зная Σ_0 , найти Σ_1 (или Σ_2) – становится всё актуальнее.

О методах оптимизации геометрии передач

Виды применяемых методов:

- проектирование по типовым или стандартным методикам с использованием (нередко) собственного или приобретенного программного обеспечения;
- проектирование передач (прежде всего эвольвентных), используя блокирующие контуры: из справочников (например, [12]) и компьютерные динамичные [13];
- синтез передач сводят к классической задаче *нелинейного программирования*: найти значения параметров (вектор \mathbf{x}), при которых целевая функция (нагрузочная способность) $F(\mathbf{x}) \rightarrow \max$ при наличии нелинейных ограничений;
- при синтезе решают вариационную задачу *поиска управляющей функции* $f(u)$ – профиля зубца $\mathbf{r} = \mathbf{r}(u)$, при которой целевая функция $F(f(u)) \rightarrow \max$ [14, 15];
- передачи синтезируют, используя свои научные разработки [16–18; 19–23].

Мы используем два последних метода: вариационный подход, впервые примененный при поиске профилей зубцов А. Лебеком [24], и собственные разработки [25–27].

Проблемы оптимизационного синтеза и способы их преодоления

Рассмотрим некоторые проблемы, возникающие при оптимизационном синтезе, основанном на анализе свойств пространства зацепления.

О локальных критериях нагрузочной способности. При оптимизации всегда находят *наибольший полезный эффект или наименьшие затраты* на его получение. При синтезе передач полезным эффектом считают передаваемое усилие, например, окружную силу F . Но для *локального оптимизационного синтеза* это не всегда приемлемый критерий, так как, повышая F (увеличивая приведенный радиус кривизны в рассматриваемой точке контакта – это локальные показатели), можем существенно снизить коэффициент перекрытия ε – это глобальный показатель. То есть для локального синтеза *требуется такой показатель, который, будучи сугубо локальным, оценивает локальный полезный эффект и одновременно существенно влияет на глобальный показатель*, в данном случае – на коэффициент перекрытия ε . В качестве такого критерия автором предложена

в [28] *удельная работа поверхностей* A_F , равная отношению

$$A_F = \text{полезный эффект} / \text{затраченный ресурс}. \quad (1a)$$

В качестве эффекта при локальном синтезе берем элементарную допустимую работу dA , которую могут передать с одного звена на другое отработавшие при этом элементы пары. Ресурс – элементарная площадь dS отработавшего элемента высшей пары того звена, на котором элемент пары работает в более тяжелых условиях:

$$A_F = \frac{dA}{dS}, \text{ Дж/м}^2. \quad (16)$$

Работу dA и площадь dS находим через локальные геометрические и кинематические показатели условий касания двух тел. Находя dA , учитываем контактную прочность по Герцу и несущую способность масляной пленки по Ниману.

Особенности методик локального оптимизационного синтеза, приведшие к введению критерия A_F и вхождению в этот критерий площади dS и работы dA следующие.

1. При оптимизационном синтезе никто не учитывает факт, что во всех видах передач суммарная площадь S рабочих поверхностей всех зубцов любого из зубчатых колес мало зависит от модуля, от числа зубцов, а также от формы профиля и линии зубца.¹ Зависит она, прежде всего, от площади начальной (делительной) поверхности зубчатого звена. Так, полагая, что при высоте зубца $h_a = 2,25m$ длина рабочего участка профиля зубца $L \approx 0,75h_a \approx (1,5 \dots 1,8)m$, получаем, что у цилиндрических колес и червяков рабочая площадь S_1 одного зубца будет равна $S_1 \approx Lb / \cos\beta$, где b – ширина зубчатого венца, β – угол наклона линии зубца. И суммарную площадь рабочих поверхностей всех зубцов, равную $S = S_{1z}$, можно вычислять по формуле

$$S = Lzb / \cos\beta \approx (1,5 \dots 1,8)mzb / \cos\beta = (1,5 \dots 1,8)d_w b. \quad (2)$$

И для всех видов зубчатых звеньев можно полагать, что ресурс S составляет примерно 75 % от площади их начальных или делительных поверхностей.

Этот важный факт – зависимость ресурса S лишь от диаметра и ширины зубчатого венца – заставляет при локальном синтезе бережно использовать именно площадь dS рабочих поверхностей зубцов. Поэтому в качестве используемого ресурса при локальном оптимизационном синтезе взята dS .

Нагрузочную способность высших пар и передач обычно характеризуют силовыми или энергетическими показателями: передаваемой силой, крутящим моментом, мощностью. Нам же нужен показатель *эффективности использования единицы рабочей поверхности* зубцов. Дифференциальный кусок поверхности зубца площадью dS передает силу F в течение времени dt , перемещаясь на расстояние ds при повороте звена на $d\varphi$. И чем больше F , ds и $d\varphi$, тем эффективнее работает площадка dS . Но скалярное произведение $F \cdot ds$ есть элементарная работа dA (так же, как и $dA = T \cdot d\varphi$). Поэтому в качестве полезного

эффекта при локальном оптимизационном синтезе взята dA .

Показатель A_F , характеризующая несущую способность единицы площади поверхности зубца, одновременно свидетельствует и о величине загруженности поверхности в рассматриваемой точке. Зная A_F и КПД в точке касания зубцов, можно вычислять удельное выделение тепла в месте контакта.

Резюме: при оптимизационном синтезе линий и поверхностей зацепления надо стремиться к максимальным значениям A_F , но учитывать, что чрезмерно большие A_F вызовут перегруженность и перегрев поверхности зубца в данной точке.

О синтезе поверхности зацепления и поверхностей зубцов. Синтез, основанный на анализе свойств пространства зацепления, предполагает, что сначала синтезируют поверхность или линию зацепления, а потом находят поверхности зубцов. Назовем некоторые проблемы, возникающие при таком синтезе.

1. *Приведенный радиус кривизны R_Σ и коэффициент перекрытия ε .* Есть правило: увеличивая локальный показатель R_Σ в некоторой точке пространства зацепления, уменьшаем глобальный показатель ε . Достичь компромисса между R_Σ и ε поможет показатель «удельная работа поверхностей A_F ».

2. *Проблема двойственности:* одно и то же значение R_Σ в рассматриваемой точке пространства плоского зацепления можно получить при двух наборах радиусов кривизны профилей зубцов [29] и [30, табл. 5.1]. Это создает проблемы при интегрировании дифференциального уравнения, особенно при наличии уравнений-ограничений. Способ решения проблемы видим в использовании специальных алгоритмов синтеза, учитывающих специфику передач.

3. *Проблема вырождения:* при использовании целевых функций, в которые входит A_F , компьютер часто выходит на нерелевантные параметры касания поверхностей – в область, где не работает формула Герца для вычисления контактных напряжений (размеры мгновенной площадки контакта велики по сравнению с радиусами кривизны зубцов). Выход видим в задании пользователем размеров площадок при синтезе линии и поверхности зацепления.

Закключение

1. Разработаны основы метода синтеза передач, начинающегося с нахождения линии или поверхности зацепления, которые проводят по местам с наиболее благоприятными значениями критерия нагрузочной способности.

2. Предложено причислить к основным задачам теории зацеплений задачу синтеза поверхностей зубцов по заданной поверхности зацепления.

3. Создан качественный показатель «удельная работа поверхностей», который, являясь сугубо локальным, не только оценивает нагрузочную способность в рассматриваемой точке контакта, но и влияет на глобальный показатель – коэффициент перекрытия. Этот показатель может снять часть вычислительных проблем, возникающих при оптимизационном синтезе передач.

¹ Автору не удалось найти публикации, где описаны методики синтеза, учитывающие этот важный факт.

Библиографические ссылки

1. Литвин Ф. Л. Теория зубчатых зацеплений. – М. : Наука. – 1968. – 584 с.
2. Там же.
3. Там же.
4. Там же.
5. Там же.
6. Там же.
7. Там же.
8. Шишов В. П., Носко П. Л., Филь П. В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением. – Луганск : СНУ им. Даля, 2006. – 408 с.
9. Babichev D., Storchak M. Synthesis of cylindrical gears with optimum rolling fatigue strength // Production Engineering. Research and Development. – 2015. – Vol. 9, no. 1. – P. 87–97. – ISSN 0944-6524.
10. Лагутин С. А. Пространство зацепления и его элементы // Машиноведение. – 1987. – № 4. – С. 69–73.
11. Там же.
12. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач / И. А. Болотовский, В. И. Безруков, О. Ф. Васильев [и др.]. – М. : Машиностроение, 1986. – 448 с.
13. Гольдфарб В. И., Ткачëв А. А. Проектирование эвольвентных цилиндрических передач. Новый подход. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2004. – 94 с.
14. Babichev D., Storchak M. Указ. соч.
15. Лагутин С. А. Указ. соч.
16. Шишов В. П., Носко П. Л., Филь П. В. Указ. соч.
17. Babichev D., Storchak M. Указ. соч.
18. Лагутин С. А. Указ. соч.
19. Гольдфарб В. И., Ткачëв А. А. Указ. соч.
20. Lebeck Alan O., Radzimovsky E. J. The Synthesis of profile shapes and spur gears of high to-ad Capacity // Trans. ASME, 1970, B92, no. 3, p. 543–553.
21. Goldfarb V., Malina O., Trubachev E. New Concept of the Process of Designing Gearboxes and Gear Systems // Mechanisms and Machine Science. – 2016. – No. 4. Theory and Practice of Gearing and Transmissions. – Pp. 405–423.
22. Бабичев Д. Т. Развитие теории зацеплений и формообразования поверхностей на основе новых геометрокинematicких представлений : дис. ... д-ра техн. наук. – Тюмень, 2005. – 421 с.
23. Бабичев Д. Т., Сторчак М. Г., Бабичев Д. А. Основы концепции синтеза рабочих поверхностей зубьев цилиндрических передач, обладающих заданной контактной прочностью // Современное машиностроение. Наука и образование. – 2012. – С. 150–160. – SSN 2223-0807.
24. Lebeck Alan O., Radzimovsky E. J. Указ. соч.
25. Babichev D., Storchak M. Указ. соч.
26. Бабичев Д. Т. Указ. соч.
27. Бабичев Д. Т., Сторчак М. Г., Бабичев Д. А. Указ. соч.
28. Бабичев Д. Т. Указ. соч.
29. Babichev D., Storchak M. Указ. соч.
30. Шишов В. П., Носко П. Л., Филь П. В. Указ. соч.

Получено 18.04.2017

УДК 621.833

DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-74-76

А. Н. Головкин, Набережночелнинский институт (филиал) Казанского (Приволжского) федерального университета
С. Ю. Юрасов, кандидат технических наук, доцент, Набережночелнинский институт (филиал)
 Казанского (Приволжского) федерального университета

УСОВЕРШЕНСТВОВАННАЯ КОНСТРУКЦИЯ ШЕВЕРА С ВИНТОВЫМИ РЕЖУЩИМИ КРОМКАМИ ДЛЯ ЧИСТОВОЙ ОБРАБОТКИ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Повышение конкурентоспособности автомобилей на мировом рынке в существенной степени связано с совершенствованием технологии обработки зубьев зубчатых колес.

Известны конструкции инструментов для чистовой обработки зубьев эвольвентных зубчатых колес со спирально-винтовыми режущими кромками, выполненными на одной боковой стороне витков [1, 2]. Обработка зубчатых колес производится при согласованном вращении инструмента и детали вокруг своих осей и перемещении их относительно друг друга в осевом направлении детали, причем обработка правой или левой стороны профиля зубьев возможна только после переустановки колеса.

Недостатком этих инструментов является сложность конструкции и технологии изготовления.

Известна конструкция инструмента червячного типа для чистовой обработки зубьев эвольвентных

зубчатых колес, выполненного с непрерывными винтовыми режущими кромками, при этом его винтовая поверхность имеет прямоугольный профиль [3].

Недостатком этого инструмента является то, что режущий клин при его работе имеет не вполне удовлетворительную геометрию: передние и задние углы на режущих кромках практически равны нулю.

Известен также инструмент (шевер) для чистовой обработки зубьев эвольвентных зубчатых колес, выполненный с непрерывными винтовыми режущими кромками, отличающийся от конструкции Чемборисова Н. А. и соавторов [4] тем, что режущий клин имеет конструктивно выполненный задний угол [5].

Последовательная обработка правой и левой стороны профиля зубьев колеса разными винтовыми режущими кромками данным инструментом обеспечивает повышение его стойкости, а также существенно уменьшает вспомогательное время, исключая