

УДК 621.9.06  
DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-85-87

**Р. М. Хусаинов**, кандидат технических наук, доцент, Набережночелнинский институт (филиал) Казанского (Приволжского) федерального университета  
**Р. Р. Хазиев**, аспирант, Набережночелнинский институт (филиал) Казанского (Приволжского) федерального университета  
**С. Ю. Юрасов**, кандидат технических наук, доцент, Набережночелнинский институт (филиал) Казанского (Приволжского) федерального университета

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОЧНОСТИ НАРЕЗАНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС НА ЗУБОДОЛБЕЖНЫХ СТАНКАХ

Как известно из классической теории точности, реальное зубчатое колесо можно рассматривать как изделие, отражающее неточности средств его изготовления, которые будут проявляться при эксплуатации, изменяясь в функции перемещения звена [1]. Считается, что основное влияние на точность нарезаемых колес оказывают кинематические погрешности станка и погрешности инструмента [2].

С другой стороны, ошибки зубчатых колес характеризуются комплексом показателей, устанавливаемых стандартами [3]. Потребитель задает свои требования в форме показателей стандартов. Производитель же имеет дело с производственными погрешностями технологической системы, и ему бывает затруднительно связать эти погрешности с допусками на чертеже [4].

Предлагаемый метод оценки показателей точности нарезаемых колес основан на функциональном подходе к образованию погрешностей зубчатого колеса, а также на применении математического аппарата преобразования координат [5]. Формообразование в этом случае можно представить как преобразование движений инструмента через соответствующие координатные матрицы элементов технологической системы. Система координат в приложении к зубодолбежному станку представлена на рис. 1.

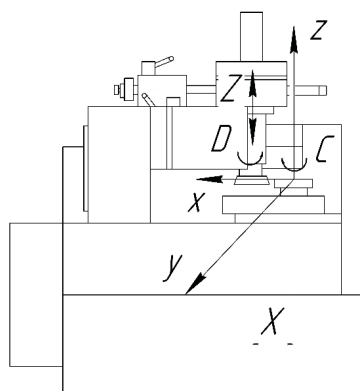


Рис. 1. Система координат при обработке на зубодолбежном станке

Для формирования поверхности зуба нарезаемого колеса на данном станке необходимы следующие движения:  $Z$  – возвратно-поступательное движение долбяка в вертикальном направлении;  $C$  – вращение

заготовки;  $D$  – вращение долбяка. Два последних движения связаны зависимостью

$$D = C \cdot i, \quad i = \frac{z_t}{z_w},$$

где  $z_t$  – число зубьев долбяка;  $z_w$  – число зубьев заготовки.

Поскольку на точность нарезаемых зубьев влияет только чистовой проход зубодолбления, движение радиальной подачи здесь не учитываем и полагаем межосевое расстояние между инструментом и заготовкой постоянным.

Преобразование движений описывается следующим уравнением:

$$r_0 = A^D \cdot A^X \cdot A^Z \cdot A^C \cdot r_{cs},$$

где  $r_0$  – вектор координат номинальной поверхности заготовки;  $A^D$  – матрица преобразования от вращения инструмента вокруг своей оси;  $A^X$  – матрица преобразования по координате  $X$  (расстояние между осью инструмента и заготовкой);  $A^Z$  – матрица преобразования по координате  $Z$  (вертикальное движение долбяка);  $A^C$  – матрица преобразования от вращения заготовки вокруг своей оси;  $r_{cs}$  – вектор координат поверхности режущего инструмента.

Рассчитав произведение вышеперечисленных матриц, получаем матричное уравнение номинальной поверхности:

$$r_0 = \begin{bmatrix} X \cdot \cos(C) - r_b \cdot \sin(C) - C \cdot i \cdot r_b \cdot \cos(C) \\ X \cdot \sin(C) + r_b \cdot \cos(C) - C \cdot i \cdot r_b \cdot \sin(C) \\ z \\ 1 \end{bmatrix},$$

где  $r_b$  – радиус основной окружности зубчатого колеса.

Анализируя данное уравнение, можно прийти к выводу, что оно представляет собой классическое уравнение эвольвенты в матричной форме, сдвинутой на величину межосевого расстояния  $X$  и преобразованной на величину передаточного отношения условного станочного зацепления между долбяком-инструментом и нарезаемым зубчатым колесом. Тем самым оно отображает процесс формирования поверхности нарезаемого зубчатого колеса на зубодолбежном станке.

В процессе обработки каждый элемент технологической системы генерирует свою погрешность.

Моделирование результирующей погрешности на выходе станка производится путем добавления в уравнение идеальной поверхности матриц, описывающих погрешности каждого элемента станка:

$$\begin{aligned} \Delta r = & (\delta A^D) A^D \cdot A^X \cdot A^Z \cdot A^C \cdot r_{cs} + \\ & + A^D \cdot (\delta A^X) A^X \cdot A^Z \cdot A^C \cdot r_{cs} + \\ & + A^D \cdot A^X \cdot (\delta A^Z) A^Z \cdot A^C \cdot r_{cs} + \\ & + A^D \cdot A^X \cdot A^Z \cdot (\delta A^C) A^C \cdot r_{cs}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\delta A^C$  – матрица погрешности привода вращения заготовки;  $\delta A^X$  – матрица погрешности настройки межосевого расстояния;  $\delta A^Z$  – матрица погрешности траектории движения по оси Z;  $\delta A^D$  – матрица погрешности привода вращения долбяка.

Каждая матрица  $\delta A^i$  представляет собой матрицу вариации движения и имеет следующий вид:

$$\delta A^i = \begin{bmatrix} 0 & -\delta C_i & \delta B_i & \delta x_i \\ \delta C_i & 0 & -\delta A_i & \delta y_i \\ \delta B_i & \delta A_i & 0 & \delta z_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Компоненты данной матрицы представляют собой проекции погрешностей данного узла станка на соответствующие оси координат.

Согласно классической теории точности образования погрешности на изделии следует рассматривать по линии действия механизма в его работе [6]. В данном случае линией действия является линия станочного зацепления (рис. 2). Составляющие уравнения погрешности (1) приводятся к линии зацепления.

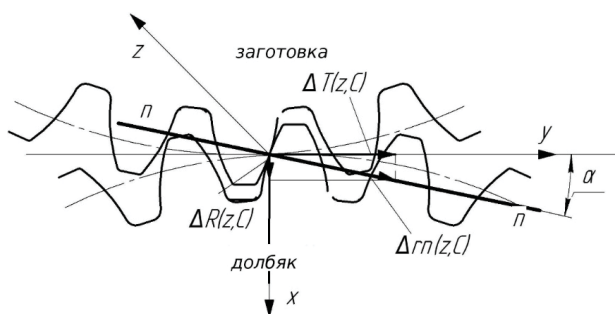


Рис. 2. Линия станочного зацепления при зубодолблении

Проецирование на линию станочного зацепления выполняется умножением матрицы-столбца погрешности (1) на матрицу-столбец нормали  $n$  к эвольвентной поверхности:

$$\Delta r n(z, C) = \Delta r(z, C) \cdot n.$$

Полученное выражение из-за большого объема и сложности здесь не приводится. Это выражение характеризует неточности положения долбяка относительно боковых поверхностей зубьев и может быть пересчитано в показатели точности нарезаемого коле-

са. На рис. 3 показана развертка графика погрешности при изменении  $C$  от 0 до  $2\pi$  и  $z$  от 0 до высоты зуба.

Как видно по графику, функция погрешности имеет четко выраженную основную гармонику, имеющую период в один оборот заготовки и циклические гармоники. Также график имеет уклон по высоте зуба, что характеризует влияние перекосов траектории главного движения долбяка.

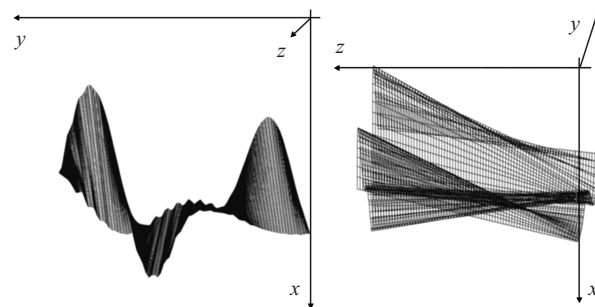


Рис. 3. Развертка графика погрешности

Для определения отдельных показателей точности зубчатого венца суммарную погрешность по линии зацепления раскладываем на радиальную  $\Delta R(C)$  и тангенциальную составляющие  $\Delta T(C)$ .

Радиальная составляющая представляется как проекция на ось X суммарной погрешности  $\Delta n(C)$  по линии зацепления:

$$\Delta R(z, C) = \Delta r n(z, C) \cdot \sin(\alpha).$$

Тангенциальная составляющая рассматривается как проекция суммарной погрешности  $\Delta n(C)$  по линии зацепления на ось Y и записывается в следующем виде:

$$\Delta T(z, C) = \Delta r n(z, C) \cdot \cos(\alpha).$$

Комплекс показателей кинематической точности определяется основной гармоникой ошибок. Следовательно, для сопоставления погрешностей технологической системы стандартным показателям кинематической точности необходимо исследовать основные гармоники функций  $\Delta R(C)$  и  $\Delta T(C)$ , то есть изменение этих составляющих за один оборот заготовки.

Разность наибольшего и наименьшего значения радиальной составляющей за 1 оборот колеса дает величину радиального биения зубчатого венца изготовленной детали  $F_{rr}$ :

$$F_{rr} = \max_{0 \leq C \leq 2\pi} [\Delta R(z, C)] - \min_{0 \leq C \leq 2\pi} [\Delta R(z, C)]. \quad (2)$$

Величина соответствующей погрешности, рассчитанная по формуле (2) для заготовки с числом зубьев 51 и модулем 2, составляет 0,044 мм, что типично для заготовок такого размера, обрабатываемых на станках нормальной точности.

Аналогично, значение наибольшей кинематической погрешности  $F_r'$  определяется как разность максимального и минимального значений тангенциальной составляющей  $\Delta T(C)$  на промежутке от 0 до  $2\pi$ :

$$F_r' = \max_{0 \leq C \leq 2\pi} [\Delta T(z, C)] - \min_{0 \leq C \leq 2\pi} [\Delta T(z, C)]. \quad (3)$$

Величина соответствующей погрешности, рассчитанная по формуле (3), составляет 0,122 мм, что также соответствует параметрам, получаемым на станках такого типа.

Предлагаемый подход позволяет установить взаимосвязь между комплексом показателей точности зубчатого колеса и производственными погрешностями. На основании выявленной взаимосвязи на стадии подготовки производства появляется возможность прогнозировать точность изготавливаемых зубчатых колес. Таким образом, можно оценить воз-

Получено 24.04.2017

можности действующего производства по реализации возможного заказа или подобрать необходимые средства технологического оснащения для создания нового производства.

#### Библиографические ссылки

1. *Калашиников Н. А.* Точность в машиностроении и ее законы. – М.: Машгиз, 1950. – 250 с.
2. *Тайц Б. А.* Точность и контроль зубчатых колес. – М.: Машиностроение, 1972. – 368 с.
3. ГОСТ 1643–81. Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски. – М., 2003. – 46 с.
4. *Ахатов Р. Х., Говорков А. С., Жилыев А. С.* Разработка и внедрение программного комплекса «Система анализа технологичности конструкции изделий» при запуске в производство изделий // Известия Самарского научного центра РАН. – 2014. – Т. 16, № 1(5). – С. 1279–1283.
5. *Решетов Д. Н., Портман В. Т.* Точность металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1986. – 336 с.
6. *Калашиников Н. А.* Указ. соч.

УДК 62-233.3/9

DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-87-90

**М. В. Печенкин**, кандидат технических наук, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А. Н. Туполева (КАИ)

**А. Р. Абзалов**, кандидат технических наук, доцент, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А. Н. Туполева (КАИ)

**В. Э. Шустов**, ОАО «Адм-ПРОФ», Санкт-Петербург

## К ВОПРОСУ РАЗРАБОТКИ МЕТОДИКИ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС С ГИПЕРБОЛОИДНОЙ ДЕЛИТЕЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ И НАЗНАЧЕНИЯ НОРМ ТОЧНОСТИ

**В** области передаточных отношений менее 10 широко используется гипоидная передача. Конструктивные особенности зубчатых колес с гиперболоидными делительными поверхностями позволяют эксплуатировать их при одинаковых условиях при реверсировании в отличии от гипоидных.

Изготовление такого типа зубчатых колес стало возможным с развитием многокоординатных станков с ЧПУ, CAD/CAM-систем и разработки методики ориентации инструмента при многокоординатном фрезеровании зубьев зубчатых колес [1–4].

Конструктивные особенности зубчатых колес с гиперболоидными делительными поверхностями в виде изменяющегося угла наклона зубьев по его длине, переменной впадины и толщины зубьев, переменного окружного шага, а также резкое изменение знака кривизны боковой поверхности каждого зуба значительно усложняют процесс измерения и использование имеющихся инструментальных средств.

На рис. 1 показаны сечения одного зубчатого колеса с гиперболоидной делительной поверхностью. Сечения расположены на расстоянии 2 мм от левого

торца зубчатого колеса (получено рассечением плоскости I), на расстоянии 20 мм от левого торца колеса (получено рассечением плоскости II) и на расстоянии 38 мм от левого торца зубчатого колеса (получено рассечением плоскости III). По рисунку видно, что боковая поверхность зуба изменяется с выпуклой (2) на вогнутую (1), переменен окружной модуль и шаг. Кроме того, боковая поверхность зубьев изменяется как по высоте зуба, так и по его длине. Геометрические особенности рассматриваемых зубчатых колес создают значительные сложности для их изготовления и для измерения параметров зубчатого колеса.

Методика измерения показателей качества зубчатых колес с гиперболоидными делительными поверхностями до настоящего времени остается фактически не исследованной.

При осуществлении измерений геометрических параметров зубчатых колес с гиперболоидными зубчатыми передачами предлагается придерживаться следующих рекомендаций.

1. При выборе средств контроля конкретного зубчатого колеса с гиперболоидными делительными поверхностями прежде необходимо исходить из его