

УДК 539.431: 621.743

DOI 10.22213/2413-1172-2017-3-10-12

Д. С. Добровольский, магистрант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ СЛОЖНОМ НОМИНАЛЬНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Сложные явления природы ученые во все времена изучали на более простых моделях. Так, Леонардо да Винчи (1452–1519) показал, что пропорциональное изменение размеров моделей конструкций не приводит к адекватному изменению их несущей способности [1]. Галилео Галилей (1564–1642) впервые сформулировал задачу математического моделирования прочности материалов при двух- или трехосном нагружении и предложил ее решение в виде первой теории прочности – гипотезы наибольших нормальных напряжений [2]. Важным этапом в развитии теории моделирования в механике явилась первая публикация в 1943 г. монографии академика Л. И. Седова [3]. Моделирование циклической прочности элементов конструкций по предложенным деформационным и энергетическим критериям рассматривается в работах [4, 5].

При простых видах номинального напряженного состояния (растяжении, изгибе, кручении) соответствующее разрушению предельное состояние элементов конструкций с трещинами наступает тогда, когда критерий трещиностойкости достигает критического значения. В указанных видах предельные состояния элементов конструкций являются единственно возможными, поэтому в полном объеме могут быть исследованы экспериментально. Во многих случаях элементы конструкций с трещинами работают при сложных (двух- или трехосных) номинальных напряженных состояниях, представляющих собой комбинацию простых видов нагружения (изгиб и кручение валов; растяжение и кручение болтов, шпилек). Для таких элементов конструкций предельных состояний может быть множество при различных соотношениях номинальных главных напряжений, что затрудняет только экспериментальную оценку трещиностойкости. Вместе с тем теоретических обобщений в указанном направлении выполнено недостаточно. В связи с этим в данной работе предлагается метод моделирования трещиностойкости элементов конструкций при сложных номинальных напряженных состояниях по известным из экспериментов эквивалентным состояниям моделей при одноосных номинальных нагружениях (растяжении, изгибе). Поставленная задача решается на основе сформулированного понятия эквивалентности: механические состояния материала в окрестности модельной и натурной трещин принимаются эквивалентными по трещиностойкости, если у них равны значения используемого далее физического критерия трещиностойкости – критического коэффициента интенсивности энергии формы $K_{1ис}$. В качестве моделей ис-

пользуются цилиндрические образцы с кольцевыми трещинами нормального отрыва, испытывающие изгиб с вращением. Натурные элементы представляют собой валы с кольцевыми трещинами, работающие при совместном действии изгиба с вращением и кручения (рис. 1).

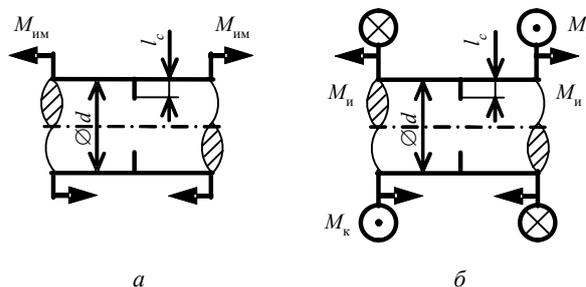


Рис. 1. Эквивалентные по трещиностойкости механические состояния модели при изгибе с вращением (а) и вала при изгибе с вращением и кручении (б)

Применительно к эквивалентной по трещиностойкости модели при изгибе с вращением (рис. 1, а) с учетом решений [6, 7] запишем критический коэффициент интенсивности энергии формы:

$$K_{1ис}^M = \frac{4(1+\mu^3)}{3(1+m_i)} \frac{K_{1сМ}^2}{2E}, \quad (1)$$

где μ , E – характеристики упругости; m_i – показатель упрочнения материала при степенной аппроксимации диаграммы упругопластического деформирования в интенсивностях напряжений и деформаций.

Критический коэффициент интенсивности напряжений (КИН) для модели при изгибе с вращением имеет вид [8]

$$K_{1сМ} = Y_1 \sigma_{нсМ} \sqrt{\pi l_c}, \quad (2)$$

где Y_1 – функция, зависящая от критической относительной глубины $\lambda_c = 2l_c/d$ кольцевой трещины; $\sigma_{нсМ} = 32M_{им}/\pi d^3$ – известное из эксперимента критическое номинальное напряжение при изгибе с вращением модели.

Аналогично (1) запишем критерий трещиностойкости для вала при изгибе с вращением и кручением

$$K_{1ис}^H = \frac{4(1+\mu^3)}{3(1+m_i)} \frac{K_{1сН}^2}{2E}. \quad (3)$$

В соответствии с наиболее экспериментально обоснованной энергетической (четвертой) теорией прочности критический КИН для вала (рис. 1, б), испытывающего действие критических номинальных нормальных $\sigma_{nc} = 32M_n / \pi d^3$ и касательных $\tau_{nc} = 16M_k / \pi d^3$ напряжений от совместного изгиба с вращением и кручения, представим через интенсивность критических номинальных напряжений:

$$\sigma_{nc} = \sqrt{\sigma_{nc}^2 + 3\tau_{nc}^2}; \quad (4)$$

$$K_{1ch} = Y_1 \sigma_{nc} \sqrt{\pi l_c}. \quad (5)$$

Используя сформулированное выше условие эквивалентности механических состояний модели и вала и приравнявая правые части (2) и (5), получаем

$$\sigma_{ncm} = \sqrt{\sigma_{nc}^2 + 3\tau_{nc}^2}. \quad (6)$$

При известном из условий нагружения вала отношении $\tau_{nc} / \sigma_{nc} = k_{\tau/\sigma}$ с учетом формулы (6) получаем искомые критические номинальные нормальные и касательные напряжения:

$$\sigma_{nc} = \frac{\sigma_{ncm}}{\sqrt{1 + 3k_{\tau/\sigma}^2}}; \quad \tau_{nc} = \frac{k_{\tau/\sigma} \sigma_{ncm}}{\sqrt{1 + 3k_{\tau/\sigma}^2}}. \quad (7)$$

Практическое использование предлагаемого метода рассматривается на примерах моделирования трещиностойкости валов. Для этого предварительно проводили трудоемкие циклические испытания моделей (рис. 1, а) при изгибе с вращением с частотой 8 цикл/мин по разработанной методике [9]. В качестве моделей использовали образцы цилиндрической формы диаметром рабочей части $d = 20$ мм, головок $D = 40$ мм, длиной $L = 200$ мм, изготовленные из стали 45 ($\sigma_T = 480$ МПа; $\sigma_B = 675$ МПа; $\delta = 6,7\%$; $\psi = 46,2\%$; $E = 2,04 \cdot 10^5$ МПа; $\mu = 0,3$). Результаты испытаний 15 моделей в диапазоне $10^2 \dots 10^5$ чисел циклов N до разрушения представлены в таблице, где d_n – диаметр нетто-сечения. Используя формулы (7) и результаты испытаний моделей (см. табл.), определяли характеристики трещиностойкости валов при сложном номинальном напряженном состоянии.

В качестве результатов моделирования на рис. 2 представлены значения номинальных критических нормальных σ_{nc} и касательных τ_{nc} напряжений для валов в зависимости от относительной критической глубины $\lambda_c = 2l_c/d$ кольцевых трещин для отношений τ_{nc} / σ_{nc} , равных 0,5 (а), 1 (б) и 1,5 (в).

Предлагаемый метод моделирования трещиностойкости элементов конструкций позволяет более обоснованно планировать направления дальнейших исследований и сократить объем трудоемких базовых экспериментов.

Результаты циклических испытаний моделей при изгибе с вращением

№ модели	σ_{ncm} , МПа	N , цикл	d_n , мм	l_c , мм
1	821	178	17,60	1,20
2	811	244	17,25	1,37
3	755	330	16,60	1,70
4	689	870	15,60	2,20
5	689	903	15,50	2,25
6	544	2036	13,90	3,30
7	542	2563	13,50	3,25
8	424	2761	11,20	4,40
9	424	8520	11,10	4,45
10	325	31720	9,30	5,35
11	325	30573	9,10	5,45
12	309	37374	8,80	5,60
13	275	57215	8,10	5,95
14	243	89779	7,50	6,25
15	243	95310	7,40	6,30

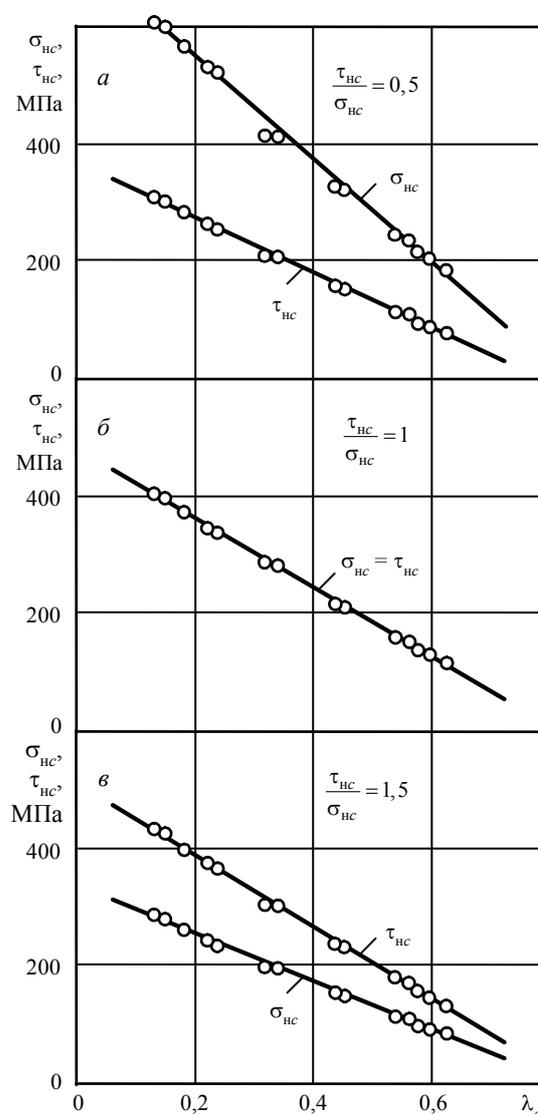


Рис. 2. Изменение критических номинальных нормальных σ_{nc} и касательных τ_{nc} напряжений в зависимости от критической относительной глубины λ_c кольцевых трещин при изгибе с вращением и кручении валов для отношений τ_{nc} / σ_{nc} , равных 0,5 (а), 1 (б) и 1,5 (в)

Библиографические ссылки

1. Тимошенко С. П. История науки о сопротивлении материалов : пер. с англ. – М. : Гостехиздат, 1957. – 536 с.
2. Добровольский В. И., Добровольский С. В. Сопротивление материалов : учебник. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2011. – 402 с.
3. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. – М. : Наука, 1972. – 440 с.
4. Добровольский В. И. Теория подобия малоциклового усталостного разрушения // Проблемы прочности. – 1981. – № 6. – С. 12–17.
5. Добровольский С. В. Энергетическая модель подобия малоциклового разрушения образца и элемента конструкции // Проблемы прочности. – 1999. – № 6. – С. 23–34.
6. Добровольский Д. С. Напряжения и упругопластические деформации стержней с кольцевыми трещинами // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2016. – № 9. – С. 65–69.
7. Добровольский Д. С. Критерии трещиностойкости нелинейной механики разрушения элементов конструкций // Интеллектуальные системы в производстве. – 2017. – № 2. – С. 23–26.
8. Добровольский Д. С. Коэффициенты интенсивности напряжений для цилиндрического образца с кольцевой трещиной // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2016. – № 5. – С. 61–62.
9. Добровольский Д. С. Методика определения трещиностойкости элементов конструкций с кольцевыми трещинами // Интеллектуальные системы в производстве. – 2016. – № 2. – С. 64–66.

Получено 18.04.2017