

УДК 621.833.6

DOI 10.22213/2413-1172-2017-3-24-27

Ф. И. Плеханов, доктор технических наук, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

И. А. Блинов, кандидат технических наук, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

А. С. Сунцов, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАТИВНОСТИ УЗЛА САТЕЛЛИТА ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ

**М**ногосателлитные планетарные передачи широко распространены в технике благодаря большой нагрузочной способности, высокому коэффициенту полезного действия, хорошим массогабаритным показателям [1, 2, 3]. Недостатком их является неравномерное распределение нагрузки в зацеплениях колес, вызванное неизбежными погрешностями изготовления, что отрицательно сказывается на несущей способности привода. Податливость элементов передачи, таких как оси сателлитов и щеки водила, частично компенсирует эти погрешности, поэтому важно исследовать влияние конструктивных особенностей планетарной передачи и ее параметров на деформативность узла сателлита.

Рассмотрим передачу, водило которой выполнено с пазами в щеках, что повышает их податливость (рис. 1) [4].

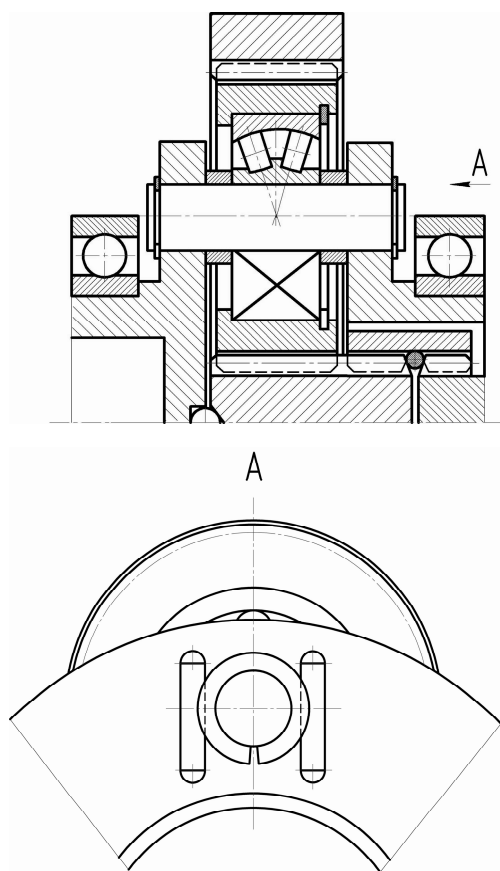


Рис. 1. Многопоточная планетарная передача с податливым водилом

Деформация оси сателлита обусловлена ее податливостью в местах сопряжения с подшипником сателлита и щеками водила, а также прогибом на промежуточных участках (рис. 2).

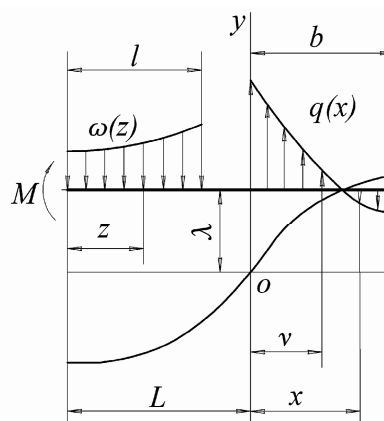


Рис. 2. Схема нагруженно-деформированного состояния оси сателлита планетарной передачи

Представив ее в месте сопряжения со щекой водила балкой на упругом основании, запишем известное из строительной механики уравнение нагруженно-деформированного состояния в следующем виде [5]:

$$y''(x) = -\frac{q''(x)}{C_q} = \frac{M(x)}{IE} - 1,1 \frac{q(x)}{SG}, \quad (1)$$

где  $M(x) = M(0) - Fx + \int_0^x q(v)(x-v)dv$ ;  $M(0)$  – момент в сечении оси при  $x=0$ ;  $F$  – половина окружной силы, действующей на ось сателлита;  $C_q$  – жесткость сопряжения «ось сателлита – щека водила»;  $I$  – осевой момент инерции сечения;  $S$  – площадь поперечного сечения оси;  $E$  и  $G$  – модули упругости 1-го и 2-го рода соответственно;  $q(x)$  – погонная нагрузка ( $q(x) = [\lambda - y(x)]C_q$ ,  $\lambda = \text{const}$ ).

Дифференцируя выражение (1) по  $x$  дважды, получим однородное дифференциальное уравнение четвертого порядка:

$$q^{IV}(x) - \frac{1,1C_q}{SG} q''(x) + \frac{C_q}{IE} q(x) = 0. \quad (2)$$

Решение уравнения (2) методом Эйлера имеет следующий вид:

$$q(x) = C_1 \sinh(\gamma x) \sin(\beta x) + C_2 \cosh(\gamma x) \sin(\beta x) + C_3 \sinh(\gamma x) \cos(\beta x) + C_4 \cosh(\gamma x) \cos(\beta x), \quad (3)$$

где

$$\gamma = \sqrt[4]{\frac{C_q}{IE}} \cos \left[ 0,5 \arccos \left( 1,1 \sqrt{\frac{IE C_q}{2GS}} \right) \right];$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{C_q}{IE}} \sin \left[ 0,5 \arccos \left( 1,1 \sqrt{\frac{IE C_q}{2GS}} \right) \right].$$

Аналогично, на участке сопряжения оси сателлита с кольцом подшипника погонная нагрузка, найденная с учетом равенств  $\omega^I(0) = \omega^{III}(0) = 0$ :

$$\omega(z) = C_5 \sinh(\psi z) \sin(\eta z) + C_6 \cosh(\psi z) \cos(\eta z), \quad (4)$$

где

$$\psi = \sqrt[4]{\frac{C_\omega}{IE}} \cos \left[ 0,5 \arccos \left( 1,1 \sqrt{\frac{IE C_\omega}{2GS}} \right) \right];$$

$$\eta = \sqrt[4]{\frac{C_\omega}{IE}} \sin \left[ 0,5 \arccos \left( 1,1 \sqrt{\frac{IE C_\omega}{2GS}} \right) \right];$$

$C_\omega$  – удельная контактная жесткость сопряжения «ось сателлита – кольцо подшипника» ( $C_\omega \cong E/1,2$  [6]).

Постоянные интегрирования  $C_1 \dots C_6$ , входящие в выражения (3), (4), определим из следующих уравнений статики и граничных условий:

$$1) \int_0^b q(x) dx = F;$$

$$2) \int_0^l \omega(z) dz = F;$$

3) при  $x = b$  момент  $M(x) = 0$  и в соответствии

$$\text{с уравнением изогнутой оси } q^{II}(b) = 1,1 \frac{C_q q(b)}{SG};$$

4) при  $x = 0$

$$M(x) = M(0) = \int_0^b q(x) x dx = IE \left[ 1,1 \frac{q(0)}{SG} - \frac{q^{II}(0)}{C_q} \right];$$

5) моменты изгиба оси на участках сопряжения при  $x = 0$  и  $z = l$  связаны равенством

$$M(l) = IE \left[ \frac{\omega^{II}(l)}{C_\omega} - 1,1 \frac{\omega(l)}{SG} \right] = F(L-l) + M(0);$$

б) взаимосвязь между угловыми деформациями участков оси имеет вид

$$-\frac{\omega^I(l)}{C_\omega} = \frac{q^I(0)}{C_q} + \frac{M(0)}{IE}(L-l) + 1,1 \frac{F}{SG} + \frac{F(L-l)^2}{2IE}.$$

На рис. 3 приведены графики изменения относительной погонной нагрузки  $W(z) = \omega(z)/\omega$  и  $Q(x) = q(x)/q$  в зонах сопряжения оси сателлита с подшипником и щекой водила, построенные на базе выполненных таким образом расчетов при  $\bar{b} = b/d = 0,6$ ,  $l/d = 0,5$ ,  $L/d = 1$  (см. рис. 2),  $C_\omega = C_q$  ( $\omega$  и  $q$  – средние значения погонных нагрузок,  $X = x/b$ ,  $Z = z/l$ ,  $d$  – диаметр оси).

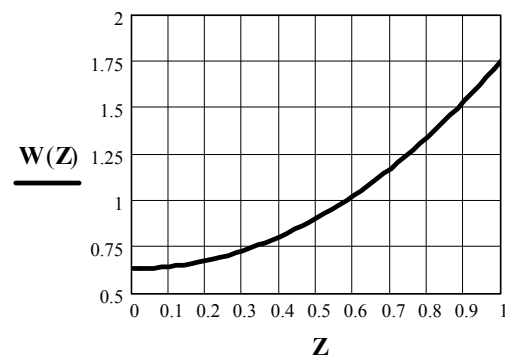
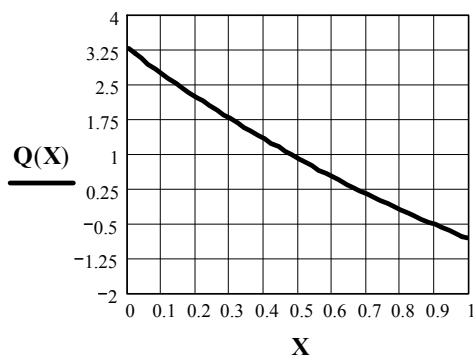


Рис. 3. Распределение нагрузки в зонах сопряжения оси сателлита с подшипником и щекой жесткого водила

В соответствии с уравнениями (3), (4) окружное смещение сателлита

$$y_0(F) = \frac{q(0)}{C_q} + \frac{\omega(l)}{C_\omega} + \frac{\omega^I(l)}{C_\omega}(L-l) + \frac{M(0)}{2IE}(L-l)^2 + \frac{F}{3IE}(L-l)^3. \quad (5)$$

Для определения жесткости щеки водила  $C_q$  выделим ее элемент (рис. 4) и установим методом Мора перемещение его в зоне сопряжения с осью сателлита под действием силы (деформацией, обусловленной действием продольной силы, пренебрегаем ввиду ее малости)  $F$ :

$$y_H = \frac{R}{b} \left[ \frac{1,5}{E} \int_0^{\pi/2} \frac{M(\varphi) [R+h(\varphi)] \sin \varphi}{h^3(\varphi)} d\varphi + \frac{1,2}{G} \int_0^{\pi/2} \frac{Q(\varphi)}{a-R \cos \varphi} d\varphi \right], \quad (6)$$

где момент

$$M(\varphi) = \int_0^\varphi q(\varepsilon) [R+h(\varphi)] \sin(\varphi-\varepsilon) R d\varepsilon - M_0 = \frac{F(R+a)}{\pi(1+\cos \varphi)} \varphi \sin \varphi - M_0;$$

поперечная сила

$$Q(\varphi) = R \int_0^\varphi q(\varepsilon) \cos \varepsilon d\varepsilon = \frac{F}{\pi} (\varphi + 0,5 \sin 2\varphi);$$

$R$  – радиус оси сателлита ( $R = 0,5d$ );  $h(\varphi)$  – половина общей длины ломаного сечения ( $h(\varphi) = \frac{a-R \cos \varphi}{1+\cos \varphi}$ );  $q(\varepsilon)$  – распределенная нагрузка ( $q(\varepsilon) = q_0 \cos \varepsilon = 2F \frac{\cos \varepsilon}{\pi R}$ );  $a$  – расстояние от центра оси сателлита до паза в щеке водила.

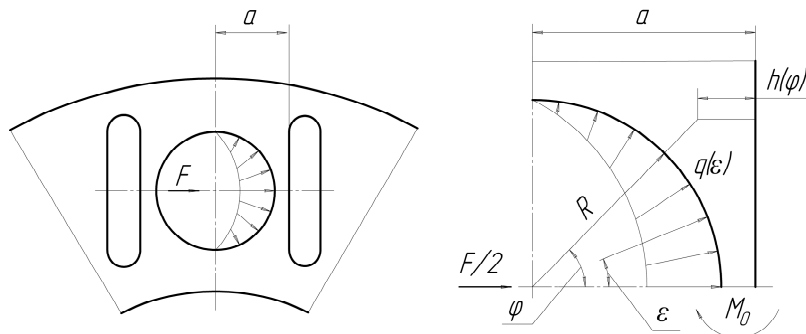


Рис. 4. Элемент щеки податливого водила

Из уравнения (6) определяется податливость щеки водила и обратная ей величина – жесткость, подстановка которой в выражение (5) позволяет найти смещение сателлита, необходимое для установления влияния деформативности узла сателлита на распределение нагрузки в зацеплениях колес.

На рис. 5 представлена зависимость относительной удельной податливости щеки  $\bar{\delta}_q = y_H E b / F$  от величины  $\bar{a} = a/2R = a/d$ , показывающая, что податливость щеки водила с пазами во много раз превышает податливость щеки аналогичной передачи с жестким водилом.

Оценка точности теоретических расчетов и анализ напряженного состояния оси сателлита и щеки водила осуществлялись методом компьютерного моделирования (рис. 6, 7) и экспериментальным путем.

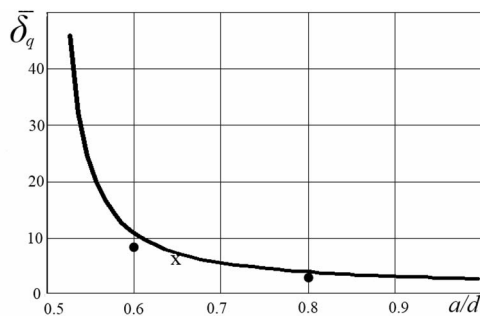


Рис. 5. Зависимость относительной удельной податливости щеки водила от  $\bar{a} = a/d$ : ----- – теоретическая кривая; x – экспериментальное значение; • – результаты компьютерного моделирования

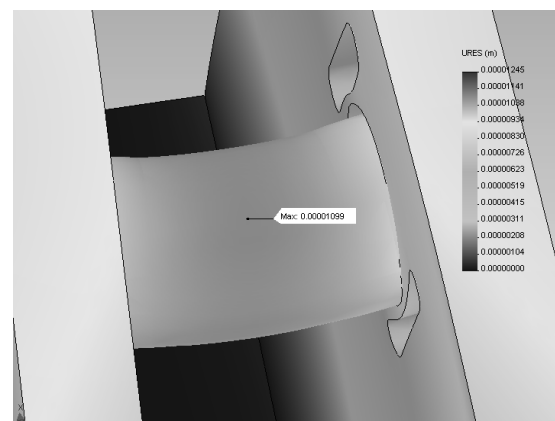
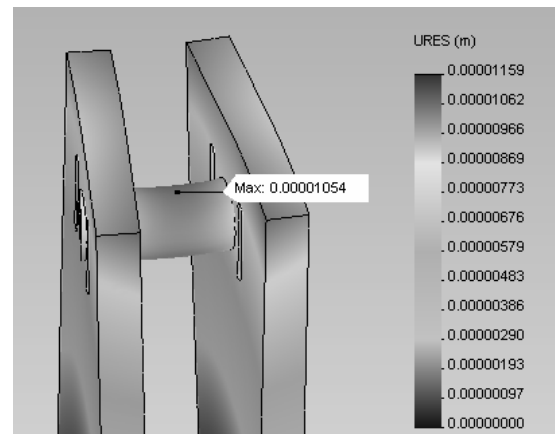


Рис. 6. Компьютерная модель податливого водила и оси сателлита при  $\bar{a} = a/d = 0,65$ ;  $d = 0,015$  м;  $b/d = 0,6$ ;  $l/d = 0,5$ ;  $L/d = 1,0$ ;  $F = 1200$  Н

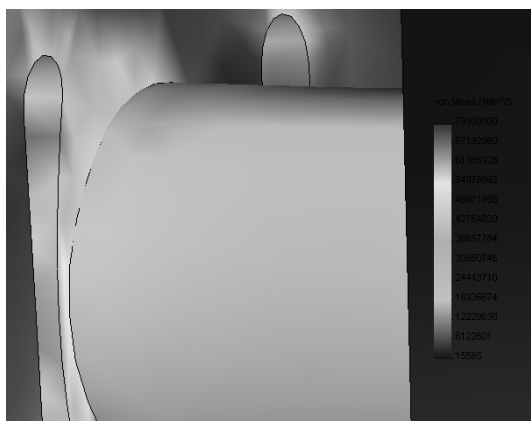


Рис. 7. Компьютерная модель напряженного состояния элемента податливого водила и оси сателлита

Из выполненного исследования можно заключить, что использование в многосателлитной планетарной передаче нетрадиционного водила позволяет существенно повысить деформативность узла сател-

Получено 12.05.2017

лита при выполнении условия его прочности, что положительно сказывается на распределении нагрузки по потокам мощности механизма, следовательно, и на несущей способности привода.

#### Библиографические ссылки

1. *Kahraman A., Ligata H., Singh A.* Influence of Ring Gear Rim Thickness on Planetary Gear Set Behavior // *ASME Journal of Mechanical Design*, 132, 021002(8), February 2010.

2. *Плеханов Ф. И.* Типы и рациональные конструкции планетарных передач // *Наука Удмуртии*. – 2008. – № 7(26). – С. 123–129.

3. *Технология изготовления редукторов / И. В. Абрамов, В. Г. Осетров, Ю. В. Пузанов, Ф. И. Плеханов, Г. Н. Главатских.* – Глазов : Изд-во ГГПИ, 2005. – 208 с.

4. Пат. 2567973, РФ, МПК F16Н1/48. Зубчатая планетарная передача / Ф. И. Плеханов, П. А. Сенюткин, А. Д. Плеханов. – Оpubл. 10.11.2015, бюл. № 7.

5. *Плеханов Ф. И., Сунцов А. С.* Влияние податливости осей и подшипников сателлитов планетарной передачи на распределение нагрузки по потокам мощности // *Известия вузов. Машиностроение*. – 2016. – № 3. – С. 3–7.