УДК 623.455.123 DOI 10.22213/2413-1172-2017-3-31-36

С. А. Писарев, доктор технических наук, кандидат экономических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова Д. В. Чирков, кандидат технических наук, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова И. В. Токарев, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ НЕУПРАВЛЯЕМОЙ ПУЛИ В ВОЗДУХЕ С СИЛАМИ СОПРОТИВЛЕНИЯ, ЗАДАННЫМИ В ВИДЕ АППРОКСИМИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ

нешнебаллистические параметры пули определяют ее движение после вылета из канала ствола оружия. Именно они влияют на траекторию движения пули, на ее конечную скорость, дальность стрельбы и другие параметры. К приоритетной задаче по совершенствованию стрелкового автоматического оружия относится повышение кучности стрельбы короткими очередями. В частности, представляет теоретический и практический интерес исследование влияние конструктивных и внешнебаллистических параметров пули на смещение траектории движения пули. В работе [1] обоснована актуальность применения нового способа повышения кучности автоматической стрельбы короткими очередями, когда первая пуля в очереди является штатной, а две других имеют конструктивные особенности, позволяющие изменять траекторию движения пули в заданном направлении. На этот способ, не имеющий аналогов в мире, получен патент на изобретение [2]. Кроме того, с этой задачей связана работа американского исследователя Харольда Рой Вогна (Harold R. Vaughn) [3].

Изучение и моделирование движения пуль с определенными внешнебаллистическими параметрами в трехмерном пространстве является достаточно сложной и интересной задачей внешней баллистики, поскольку позволяет расширить представления о влиянии тех или иных конструктивных особенностей пули на ее поведение в полете и спрогнозировать ее траекторию. Возможность изменения траектории пули и смещения ее в нужном направлении позволяет увеличить кучность стрельбы и, соответственно, повысить эффективность оружия без изменения его конструкции. Это, в свою очередь, позволит продлить жизненный цикл принятых на вооружение образцов оружия, например, автомата Калашникова. Принципиально важно то, что можно увеличить кучность перспективных автоматов, например, модульной конструкции, позволяющей использовать патроны повышенной мощности. Но для того чтобы реализовать новый способ повышения кучности автоматической стрельбы на практике, необходимо дать его теоретическое обоснование. Поэтому целью настоящей статьи является разработка математической модели движения пули в воздухе в трехмерном пространстве, которая связана с решением следующих задач.

1. Определение внешних сил и моментов, действующих на пулю в полете.

2. Разработка математической модели движения пули по траектории.

Известно, что на участке движения пули до цели на нее действует сила сопротивления воздуха R, которая зависит от формы пули, ее скорости и положения в пространстве. Так как центр тяжести пули не совпадает с центром давления, то образуется опрокидывающий момент M. Традиционным подходом определения сил и моментов, действующих на пулю, является расчет баллистического коэффициента пули, который зависит в первую очередь от формы пули и ее скорости [4, 5]. Данный метод широко применяется в отечественных и зарубежных методиках, но у него есть существенный недостаток, связанный с тем, что для надежного определения баллистического коэффициента необходимо знать скорость пули на разных участках траекторий.

Но задача усложняется, если пуля не изготовлена и не определены ее баллистические параметры. Возникает вопрос: как быть в этом случае?

Одним из методов определения сил сопротивления воздуха может быть способ, состоящий в том, чтобы поместить геометрическую модель проектируемой пули в поток воздуха в специальной программе, например в ANSYS CFX. Это позволит получить значения всех сил и моментов, действующих на пулю в полете, в зависимости от ее пространственного наклона и скорости потока. Одним из условий успешного определения значения сил и моментов является представление зависимости рассчитанных сил и моментов от пространственного наклона и скорости пули в виде аппроксимирующих функций, которые могут быть введены в математическую модель. Это позволит рассчитать траекторию движения любой пули в трехмерном пространстве и спрогнозировать точки их попадания на определенной дистанции при одинаковых равных начальных условиях.

Известно, что положение пули в потоке воздуха определяется тремя углами в соответствии с рис. 1:

 – углом наклона θ, который определяет положение вектора скорости центра масс пули;

 – углом нутации δ, который определяет положение оси пули относительно вектора скорости;

 – углом прецессии v, который представляет собой двугранный угол между плоскостью сопротивления и плоскостью бросания.



Рис. 1. Траектория пули

Следовательно, аппроксимирующая функция будет представлять собой полином от четырех переменных – углов θ , δ , v и скорости потока V. В зависимости от степени полинома будет изменяться точность аппроксимирующих значений сил и моментов: чем больше степень полинома, тем точнее он описывает зависимость. При этом необходимо учитывать, что повышение степени полинома увеличивает количество слагаемых и, соответственно, количество уравнений для их нахождения, а значит, увеличивается количество расчетных точек.

Таким образом, с помощью ANSYS CFX можно получить расчетные значения силы R и момента M, действующих на пулю в полете, при различных скоростях потока воздуха V и углов наклона пули. Для определения коэффициентов при каждом слагаемом аппроксимирующей функции воспользуемся решением переопределенной матрицы с помощью метода наименьших квадратов [6].

После нахождения коэффициентов при каждом слагаемом аппроксимирующей функции мы можем определить значение внешних сил и моментов, действующих на снаряд, и ввести их в математическую модель. Для компактности и удобства записи представим их в следующем виде:

$$R_x = f_1(\theta, \delta, v, V);$$

$$R_y = f_2(\theta, \delta, v, V);$$

$$R_z = f_3(\theta, \delta, v, V);$$

$$M_x = f_4(\theta, \delta, v, V);$$

$$M_y = f_5(\theta, \delta, v, V);$$

$$M_z = f_6(\theta, \delta, v, V).$$

Далее перейдем непосредственно к составлению математической модели движения пули в воздухе, связанной с решением основной задачи внешней баллистики, которая сводится к составлению дифференциальных уравнений движения пули. При этом полагаем, что движение пули происходит на плоской невращающейся земле, ускорение силы тяжести $g = 9,81 \text{ м/c}^2$, метеорологические условия нормальные, боковой ветер отсутствует.

Рассмотрим движение пули как сумму двух взаимосвязанных процессов – движения центра масс пули и ее движения около центра масс.

Движение центра масс, которое в конечном итоге представляет траекторию движения пули от дульно-

го среза до цели, определяется тремя координатами – x – дальность, y – высота, z – боковое отклонение – и представляет собой правокоординатную систему координат в соответствии с рис. 2.



Рис. 2. Система координат движения центра масс и силы, действующих на пулю

Применив второй закон Ньютона и совершив некоторые преобразования, получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\ddot{x} = \frac{R_x}{q}; \quad \ddot{y} = \frac{R_y}{q} - g; \quad \ddot{z} = \frac{R_z}{q};$$
$$\dot{x} = V_x = V \cos \theta; \quad \dot{y} = V_y = V \sin \theta; \quad \dot{z} = V_z;$$
$$\dot{\theta} = \frac{\frac{R_x \sin \theta}{q} - \left(\frac{R_y}{q} + g\right) \cos \theta}{V},$$

где x, y, z – координаты; R_x , R_y , R_z – проекции сил сопротивления на соответствующие оси, полученные из Ansys CFX и представляющие собой аппроксимирующие функции; V – скорость пули; V_x , V_y , V_z – проекции скорости на соответствующие оси; q – масса пули; g – ускорение силы тяжести; θ – угол наклона, расположенный между вектором скорости и горизонтом.

Движение пули около центра масс представляет собой сложный процесс, который будем рассматривать в системе координат Эйлера, описанный во многих источниках [7, 8, 9, 10, 11]. Разница между известными уравнениями и представленными уравнениями заключается в том, что нами учитываются все моменты, действующие на вращающуюся пулю в воздухе, но с некоторыми упрощениями на первом этапе разработки нашей математической модели. Эти допущения заключаются в следующем: пуля гироскопически устойчива, осесимметрична и вращается с постоянной скоростью.

Примем следующую правокоординатную систему координат в соответствии с рис. 3. Ось ζ направлена по продольной оси снаряда от центра массы к головной части; ось ξ лежит в вертикальной плоскости симметрии; ось η перпендикулярна плоскости $\zeta\xi$ и направлена так, чтобы система координат $\zeta\xi\eta$ являлась правокоординатной.



Рис. 3. Система координат движения пули около центра масс

Система координат $\zeta \xi \eta$ связана с земной системой координат *хуг* через соответствующие углы δ , ν и θ соответственно, которые были описаны выше.

В связи с тем, что моменты из программного комплекса Ansys CFX получены на земные оси *хуz*, их необходимо спроецировать на систему координат $\zeta \xi \eta$. Воспользуемся матрицей поворота на угол θ относительно оси *z*, на угол прецессии v относительно оси *x'* и на угол нутации δ относительно оси *z''*:

$$M(z) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0\\ \sin \theta & \cos \theta & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$
$$M(x') = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos \nu & -\sin \nu\\ 0 & \sin \nu & \cos \nu \end{pmatrix};$$
$$M(z'') = \begin{pmatrix} \cos \delta & -\sin \delta & 0\\ \sin \delta & \cos \delta & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Общий поворот системы координат определяется их произведением:

$$M(z)M(x')M(z'') = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\delta - \cos\nu\sin\theta\sin\delta & -\cos\theta\sin\delta - \cos\nu\cos\delta\sin\theta & \sin\theta\sin\nu\\ \cos\theta\cos\nu\sin\delta + \cos\delta\sin\theta & \cos\theta\cos\nu\sin\delta - \sin\theta\sin\delta & -\cos\theta\sin\nu\\ \sin\nu\sin\delta & \cos\delta\sin\nu & \cos\nu\end{pmatrix}$$

Проекции моментов на систему координат Эйлера, соответственно, определятся как

Определим проекции мгновенных угловых скоростей на соответствующие оси, приняв, что угол θ постоянный и его угловая скорость равна 0. Тогда

$$\sum \zeta = \dot{\varphi} + \dot{v} \cos \delta,$$
$$\sum \xi = -\dot{v} \sin \delta;$$
$$\sum \eta = \dot{\delta}.$$

Запишем выражение для живой силы *T* вращательного движения снаряда:

$$T = \frac{1}{2} \left[I_{\zeta} \left(\dot{\varphi} + \dot{v} \cos \delta \right)^2 + I_{\xi} \left(-\dot{v} \sin \delta \right)^2 + I_{\eta} \dot{\delta}^2 \right].$$

Для составления дифференциальных уравнений вращательного движения снаряда используем уравнение Лагранжа для каждой обобщенной координаты (φ, ν, δ):

$$\frac{d}{dt} \Big[I_{\zeta} \left(\dot{\varphi} + \dot{v} \cos \delta \right) \Big] - 0 =$$
$$= M_x \left(\cos \theta \cos \delta - \cos v \sin \theta \sin \delta \right) +$$

 $+ M_{v} (-\cos\theta\sin\delta - \cos\nu\cos\delta\sin\theta) + M_{z}\sin\theta\sin\nu;$

$$\frac{d}{dt} \Big[I_{\zeta} \left(\dot{\varphi} + \dot{v} \cos \delta \right) \cos \delta + I_{\xi} \left(\dot{v} \sin \delta \sin \delta \right) \Big] - 0 =$$
$$= M_{x} \left(\cos \theta \cos v \sin \delta + \cos \delta \sin \theta \right) +$$

+
$$M_y (\cos\theta\cos\nu\sin\delta - \sin\theta\sin\delta) + M_z (-\cos\theta\sin\nu);$$

$$\frac{d}{dt}I_{\eta}\dot{\delta} + I_{\zeta}\left(\dot{\varphi}\dot{v}\sin\delta + \dot{v}^{2}\cos\delta\sin\delta\right) - I_{\xi}\left(\dot{v}^{2}\cos\delta\sin\delta\right) = M_{x}\sin\nu\sin\delta + M_{y}\cos\delta\sin\nu + M_{z}\cos\nu.$$

Для удобства запишем следующие обозначения:

$$I_{\zeta} = A; \quad I_{\xi} = I_{\eta} = C.$$

Поскольку пуля гироскопически устойчива, то угол нутации δ мал, а угол наклона θ составляет менее 0,5°. Тогда

$$\sin \theta = 0; \ \cos \theta = 1; \ \sin \delta = \delta; \ \cos \delta = 1.$$

Поскольку угловая скорость вращения снаряда принята постоянной, то с учетом предыдущих упрощений система дифференциальных уравнении примет следующий вид:

$$\begin{cases} A\ddot{\mathbf{v}} - A\dot{\mathbf{v}}\dot{\mathbf{\delta}}\delta = M_x - \delta M_y, \\ A\ddot{\mathbf{v}} - 2A\dot{\mathbf{v}}\dot{\mathbf{\delta}}\delta + C\ddot{\mathbf{v}}\delta^2 + 2C\dot{\mathbf{v}}\dot{\mathbf{\delta}}\delta = \\ = M_x\delta\cos\mathbf{v} + M_y\cos\mathbf{v} - M_z\sin\mathbf{v}, \\ C\ddot{\mathbf{\delta}} + A\dot{\mathbf{\phi}}\dot{\mathbf{v}}\delta + A\dot{\mathbf{v}}^2\delta - C\dot{\mathbf{v}}^2\delta = \\ = M_x\delta\sin\mathbf{v} + M_y\sin\mathbf{v} + M_z\cos\mathbf{v}. \end{cases}$$

Принимая во внимание достаточно большую угловую скорость снаряда и незначительное влияние внешних моментов на угловую скорость прецессии, можно считать, что прецессионное движение совершается с постоянной угловой скоростью:

$$\ddot{\mathbf{v}} = 0$$
; $\dot{\mathbf{v}} = D = \text{const}$; $\mathbf{v} = Dt + \mathbf{v}_0$.

Запишем третье уравнение движения пули около центра масс. Данное уравнение, представляющее собой неоднородное дифференциальное уравнение 2-го порядка, решаем в общем виде:

$$C\ddot{\delta} + A\dot{\varphi}\dot{v}\delta + A\dot{v}^{2}\delta - C\dot{v}^{2}\delta =$$

$$= M_{x}\delta\sin\nu + M_{y}\sin\nu + M_{z}\cos\nu;$$

$$C\ddot{\delta} + A\dot{\varphi}D\delta + AD^{2}\delta - CD^{2}\delta - M_{x}\delta\sin\nu =$$

$$= M_{y}\sin\nu + M_{z}\cos\nu;$$

$$\ddot{\delta} + \delta\left(\frac{A\dot{\varphi}D + AD^{2} - CD^{2} - M_{x}\sin\nu}{C}\right) =$$

$$= M_{y}\sin\nu + M_{z}\cos\nu.$$

Запишем характеристическое уравнение для последнего уравнения и его корни:

$$\lambda^2 + \frac{A\dot{\varphi}D + AD^2 - CD^2 - M_x \sin v}{C} = 0;$$

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{A\dot{\varphi}D + AD^2 - CD^2 - M_x \sin v}{C}} = \pm i\sqrt{\frac{A\dot{\varphi}D + AD^2 - CD^2 - M_x \sin v}{C}}.$$

Общее решение данного уравнения запишем в следующем виде:

$$\begin{split} \delta &= C_1(t) \cos \left(\sqrt{\frac{A \dot{\varphi} D + A D^2 - C D^2 - M_x \sin v}{C}} t \right) + \\ &+ C_2(t) \sin \left(\sqrt{\frac{A \dot{\varphi} D + A D^2 - C D^2 - M_x \sin v}{C}} t \right). \end{split}$$

Для нахождения частного решения приравняем его к правой части, не учитывая при этом M_x , так как для осесимметричных, гироскопических устойчивых пуль M_x очень мало. Тогда можно записать:

$$C_{1}(t)\cos\left(\sqrt{\frac{A\dot{\varphi}D + AD^{2} - CD^{2}}{C}t}\right) + C_{2}(t)\sin\left(\sqrt{\frac{A\dot{\varphi}D + AD^{2} - CD^{2}}{C}t}\right) = M_{v}\sin v + M_{z}\cos v,$$

или

$$C_1(t) = M_z; \ C_2(t) = M_y; \ \sqrt{\frac{A\varphi D + AD^2 - CD^2}{C}t} = v.$$

Решим последнее уравнение, учитывая, что v = Dt:

$$\sqrt{\frac{A\dot{\varphi}D + AD^2 - CD^2}{C}t} = Dt; \quad \sqrt{\frac{A\dot{\varphi}D + AD^2 - CD^2}{C}} = D;$$

$$A\dot{\varphi}D + AD^2 - CD^2 = CD^2; \quad A\dot{\varphi}D + AD^2 - 2CD^2 = 0;$$

$$A\dot{\varphi}D + (A - 2C)D^2 = 0; \quad D = \frac{A\dot{\varphi}}{(2C - A)}.$$

Очевидно, что

$$\dot{\mathbf{v}} = \frac{A\dot{\mathbf{\phi}}}{(2C-A)}; \, \mathbf{v} = \frac{A\dot{\mathbf{\phi}}}{(2C-A)}t + \mathbf{v}_0;$$
$$\delta = M_z \cos\left(\frac{A\dot{\mathbf{\phi}}}{(2C-A)}t + \mathbf{v}_0\right) + M_y \sin\left(\frac{A\dot{\mathbf{\phi}}}{(2C-A)}t + \mathbf{v}_0\right).$$

Объединим все вышеизложенное в одну систему дифференциальных уравнений, описывающих движение осесимметричной, гироскопически устойчивой пули:

$$\begin{split} \ddot{x} &= \frac{R_x}{q}; \ \ddot{y} = \frac{R_y}{q} - g; \ \ddot{z} = \frac{R_z}{q}; \\ \dot{x} &= V_x = V \cos \theta; \ \dot{y} = V_y = V \sin \theta; \ \dot{z} = V_z; \\ \dot{\theta} &= \frac{\frac{R_x \sin \theta}{q} - \left(\frac{R_y}{q} + g\right) \cos \theta}{V}; \\ \dot{\psi} &= \frac{A\dot{\varphi}}{(2C - A)}; \ \psi = \frac{A\dot{\varphi}}{(2C - A)}t + \psi_0; \\ \delta &= M_z \cos \left(\frac{A\dot{\varphi}}{(2C - A)}t + \psi_0\right) + M_y \sin \left(\frac{A\dot{\varphi}}{(2C - A)}t + \psi_0\right); \\ \dot{\varphi} &= \frac{2\pi V}{\eta_{\text{Hapesob}}}; \ \varphi = \frac{2\pi V}{\eta_{\text{Hapesob}}}t + \varphi_0. \end{split}$$

Используем составленную математическую модель для определения траектории штатной пули патрона 7H6. Для аппроксимации результатов из ANSYS CFX будем использовать полином 7-й степени с 121 слагаемым. Масса-инерционные характеристики пули 7H6 возьмем из 3D-модели:

$$q = 0,0034 \text{ kr}; A = 0,00000001180411 \text{ kr} \cdot \text{m}^2;$$

$$C = 0,0000011515618 \text{ kr} \cdot \text{m}^2$$
.

Начальные условия вылета пули возьмем из таблиц стрельбы на 100 м из автомата АК-74М:

$$\theta_0 = 0^{\circ}2' = 0,0005817764$$
 рад; $V_0 = 900$ м/с;
 $\eta_{\text{нарезов}} = 200$ мм.

Результаты расчета штатнои пули /Н6 на лальность 10

Интегрировать систему дифференциальных уравнений будем методом Рунге – Кутта 4-го порядка [12] с шагом интегрирования 0,0001с и при следующих начальных условиях:

$$x_0 = 0; y_0 = 0; z_0 = 0; t_0 = 0;$$

 $\delta_0 = 0; v_0 = 0; \phi_0 = 28714 \text{ pag/c.}$

Результаты расчета представлены в таблице.

		F	1	Foronoo	Vroz	VEOT	VEOT	VEOT	Cropoort
No	Время	Дальность	Высота	отклонение	утол полъема	утол нутации	процессии	ловорота пули	пупи
J	<i>t</i> , c	х, м	у, м	z, M	нодвежа θ, мин.	б, град	v, град	ф, град	<i>V</i> , м/с
1	0	0	0,000	0	2	0	0	311,40	900,00
2	0,01	8,939	0,005	0	1,24	0,017	155,14	234,14	889,04
3	0,02	17,771	0,01	0	0,657	-0,088	310,3	156,89	878,46
4	0,03	26,499	0,014	0,001	0,17	0,021	105,44	79,63	868,13
5	0,04	35,125	0,018	0,001	-0,2	-0,082	260,58	2,37	858,05
6	0,05	43,651	0,02	0,001	-0,54	0,0088	55,73	285,12	848,22
7	0,06	52,08	0,021	0,002	-0,837	-0,022	210,87	207,86	838,62
8	0,07	60,415	0,021	0,002	-1,1	-0,017	6,02	130,60	829,26
9	0,08	68,656	0,019	0,002	-1,34	0,016	161,17	53,35	820,03
10	0,09	76,807	0,016	0,003	-1,55	-0,061	316,31	336,09	811,01
11	0,10	84,868	0,012	0,003	-1,77	0,016	111,46	258,83	802,16
12	0,11	92,842	0,006	0,003	-1,97	-0,056	266,6	181,58	793,46
13	0,12	100,729	-0,001	0,004	-2,15	0,0044	61,75	104,32	784,85

Определим относительную ошибку расчетных величин по отношению к таблицам стрельбы на 100 м: – для времени полета *t*

$$\varepsilon_t = \left| \frac{0, 12 - 0, 12}{0, 12} \right| = 0$$

– для координаты х

$$\varepsilon_x = \left| \frac{100 - 100,729}{100} \right| = 0,00729;$$

– для координаты у

$$\varepsilon_t = \left| \frac{0,02 - 0,021}{0,02} \right| = 0,05;$$

– для конечной скорости пули V

$$\varepsilon_V = \left| \frac{801 - 784, 85}{801} \right| = 0,02016;$$

– для угла наклона пули θ

$$\varepsilon_{\theta} = \left| \frac{2 - 2, 15}{2} \right| = 0,075.$$

Изложенные в статье результаты теоретических исследований дополняют известные теоретические положения внешней баллистики и показывают хорошую сходимость расчетной траектории с таблицами стрельб. Основные выводы работы заключаются в следующем.

1. Аппроксимирующие функции сил и моментов, полученных из Ansys CFX, действующие на пулю в воздухе, заданы с высокой точностью.

2. Математическая модель движения пули 7H6 хорошо согласуется с практическими стрельбами.

 Применение данной модели с достаточно большим количеством допущений к пулям со смещенным центром масс связано с большими погрешностями.

4. Работа является предварительным теоретическим этапом на пути создания более развернутой и сложной системы дифференциальных уравнений, описывающей движение пуль с более широким диапазоном изменения их конструктивных параметров.

Следующий этап исследований по изучению конструкций пуль, позволяющих изменять траекторию их движения в заданном направлении с целью увеличения кучности автоматической стрельбы, связан с разработкой новой математической модели движения пули со смещенным центром масс и согласованием ее результатов с практическими стрельбами патронов с экспериментальной пулей.

Библиографические ссылки

1. Обоснование нового способа повышения кучности стрельбы из автоматического оружия / Б. А. Якимович, С. А. Писарев, Д. В. Чирков, Р. Р. Фархетдинов // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. – 2015. – № 4. – С. 9–12.

2. Патент РФ № 2607152/10.01.2017. Способ повышения кучности автоматической стрельбы короткими очередями / Б. А. Якимович, С. А. Писарев, Д. В. Чирков, Р. Р. Фархетдинов.

3. Harold Vaughn. Rifle Accuracy Facts. – Precision shooting Inc., 1998. – 292 c.

4. Коновалов А. А., Николаев Ю. В. Внешняя баллистика. – М. : ЦНИИ информации, 1979. – 228 с.

5. *Robert L. McCoy*. Modern Exterior Ballistics. – Schiffer Publishing, Ltd. – 2nd edition. – 2012. – 328 p.

6. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. – М. : Гос. изд-во физ.-мат. литер., 1962. – 354 с.

7. Коновалов А. А., Николаев Ю. В. Указ. соч.

8. Дмитриевский А. А., Лысенко Л. Н., Богодистов С. С. Внешняя баллистика. – 3-е изд. – М. : Машиностроение, 1991. – 640 с.

9. Шапиро Я. М. Внешняя баллистика. – М. : Гос. издво оборонной промышленности, 1946. – 408 с.

Получено 27.06.2017

10. Оппоков Г. В. Внешняя баллистика. – М. : Гос. изд-во оборонной промышленности, 1940. – 356 с.

11. Биматов В. И., Мерзляков В. Л., Степанов В. П. Внешняя баллистика. – Томск : Изд-во Томского ун-та, 1993. – 168 с.

12. Бахвалов Н.С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. – М. : Лаборатория базовых знаний, 2001. – 630 с.