УДК534.834
DOI 10.22213/2413-1172-2017-4-110-113

А. Н. Краснов, кандидат технических наук, Уфимский государственный нефтяной технический университет
В. Е. Лялин, доктор технических наук, доктор экономических наук, доктор геолого-минералогических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

СТОХАСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЗВУКОИЗОЛЯЦИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ГАЗОПРОВОДА

В ряде случаев, имеющих определенное практическое значение, представляет интерес вопрос о способности тонкостенной оболочки локализовать волновую энергию вблизи получателя, который окружен этой оболочкой, т. е. отделен ею от внешней среды. Данный феномен позволяет нам говорить о внутренней звукоизоляции [1, 2] (см. рисунок). Как станет ясно из дальнейшего, это явление весьма своеобразно и может быть предметом специального исследования. Мы исходим из уравнений движения цилиндрической оболочки [3]:

$$\begin{cases} \left(\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}+\dfrac{1-\nu}{2R^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right)u_1+\dfrac{1+\nu}{2R}\dfrac{\partial^2 u_2}{\partial z\partial\varphi}-\dfrac{\nu}{R}\dfrac{\partial u_3}{\partial z}= \\ =\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \\ \dfrac{1+\nu}{2R}\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial z\partial\varphi}+\left(\dfrac{1-\nu}{2}\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}+\dfrac{1}{R^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right)u_2-\dfrac{1}{R^2}\dfrac{\partial u_3}{\partial\varphi}= \\ =\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \\ \dfrac{\nu}{R}\dfrac{\partial u_1}{\partial z}+\dfrac{1}{R}\dfrac{\partial u_2}{\partial\varphi}-\left[\dfrac{1}{R^2}+\dfrac{h^2}{12}\left(\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}+\dfrac{1}{R^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right)^2\right]u_3= \\ =\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}+\dfrac{p_1-p_2}{\rho h c^2}. \end{cases} \quad (1)$$

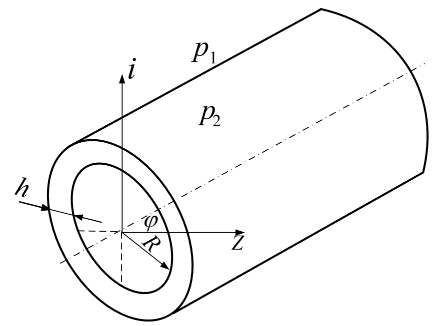
Для волнового поля в среде записываем уравнение Гельмгольца. Граничные условия на поверхности оболочки в данном случае $\left(u_3\rho_0\omega^2=\dfrac{\partial p}{\partial r}\right)$ дополняются граничными условиями на поверхности излучателя.

При $r=R$

$$-\frac{\partial p_1}{\partial r}=-\frac{\partial p_2}{\partial r}=\rho_0\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2};$$

при $r=R_0$

$$\frac{\partial p_2}{\partial r}=\rho_0\omega^2 e^{-i\omega t}\int_{-\infty}^{+\infty}\sum_{-\infty}^{+\infty}u_{nk}e^{ikz+in\varphi}dk.$$



К вопросу о внутренней звукоизоляции

Решение задачи для внешнего p_1 и внутреннего p_2 поля записываем в следующем виде:

$$p_z=\int_{-\infty}^{+\infty}\sum_{-\infty}^{+\infty}\left[a_nH_n^{(1)}\left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2}-k^2r}\right)+\right.$$
$$\left.+b_nH_n^{(2)}\left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2}-k^2r}\right)\right]e^{ikz+in\varphi}dk\ ; \quad (2)$$
$$p_1=\int_{-\infty}^{+\infty}\sum_{-\infty}^{+\infty}\left[c_nH_n^{(1)}\left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2}-k^2r}\right)\right]e^{ikz+in\varphi}dk\ .$$

Компоненты перемещения принимаем в виде

$$\begin{cases} u_1=\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}V_{1n}e^{ikz+in\varphi-i\omega t}dk, \\ u_2=\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}V_{2n}e^{ikz+in\varphi-i\omega t}dk, \\ u_3=\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}V_{3n}e^{ikz+in\varphi-i\omega t}dk. \end{cases} \quad (3)$$

Подставляя эти решения в уравнения движения оболочки и в граничные условия, получим систему алгебраических уравнений. Расширенная матрица этой системы b_{ik}, $1 \le i \le 6$, $1 \le k \le 7$, имеет следующие коэффициенты:

$$b_{11} = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{1-\upsilon}{2R^2} n^2 - k^2,\ b_{12} = -\frac{1+\upsilon}{2R} kn,$$

$$b_{13} = -\frac{\nu ik}{R},\ b_{14} = b_{15} = b_{16} = b_{17} = 0,$$

$$b_{21} = -\frac{1+\upsilon}{2R} kn,\ b_{22} = \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{1-\upsilon}{2} k^2 - \frac{n^2}{R^2} \right),$$

$$b_{13} = -\frac{in}{R^2},\ b_{24} = b_{25} = b_{26} = b_{27} = 0,$$

$$b_{31} = \frac{\nu ik}{R},\ b_{32} = \frac{in}{R^2},$$

$$b_{31} = \left[\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{1}{R^2} - \frac{h^2}{12} \left(k^2 + \frac{n^2}{R^2} \right)^2 \right],\ b_{37} = 0,$$

$$b_{34} = \frac{H_n^{(1)} \left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2 R} \right)}{\rho h c^2},\ b_{35} = \frac{H_n^{(2)} \left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2 R} \right)}{\rho h c^2},$$

$$b_{34} = -\frac{H_n^{(1)} \left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2 R} \right)}{\rho h c^2},$$

$$b_{43} = -\rho_0 \omega^2,\ b_{46} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2}\, \dot{H}_n^{(1)} \left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2 R} \right),$$

$$b_{41} = b_{42} = b_{44} = b_{45} = b_{47} = 0,$$

$$b_{54} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2}\, \dot{H}_n^{(1)} \left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2 R} \right),$$

$$b_{55} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2}\, \dot{H}_n^{(2)} \left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2 R} \right),$$

$$b_{53} = -\rho_2 \omega^2,\ b_{51} = b_{52} = b_{56} = b_{57} = 0,$$

$$b_{64} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2}\, \dot{H}_n^{(1)} \left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2 R_0} \right),$$

$$b_{65} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2}\, \dot{H}_n^{(2)} \left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2 R} \right),$$

$$b_{53} = \rho_0 \omega^2 u_{nk},\ b_{61} = b_{62} = b_{63} = b_{66} = 0,$$

где $H_n^{(1)}(x)$ и $H_n^{(2)}(x)$ – функции Ганкеля первого и второго рода; u_1, u_2, u_3 – векторы смещения; γ – коэффициент Пуассона; c – скорость продольных волн в материале; c_0 – скорость звука в среде; ρ – плотность материала; ρ_0 – плотность среды.

Решение этой системы для интересующих нас величин можно записать с помощью определителей

$$c_n = \Delta_n \rho_0 \omega^2 u_{nk} / \square_n, \tag{4}$$

где $\Delta_n = \det b_{ik}$, $1 \le i,k \le 5$; $\square_n = \det b_{ik}$, $1 \le i,k \le 6$.

Теперь от задачи дифракции можно перейти к статистическим характеристикам. Если источник изобразить с помощью интеграла Фурье, т. е.

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_0 \omega^2 \sum \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u_{kn} e^{ikz + in\varphi - i\omega t} dk d\omega, \tag{5}$$

то аналогичная запись должна вследствие линейности задачи иметь место и для решения

$$p_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int \sum \frac{\Delta_n}{\square_n} \rho_0 \omega^2 u_{kn\omega} \times$$

$$\times \frac{H_n^{(1)} \left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2 r} \right) e^{ikz + in\varphi - i\omega t}}{\dot{H}_n^{(n)} \left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2 R_0} \right)} dk d\omega. \tag{6}$$

В данном случае, как и в рассмотренном ранее, практически интересные результаты связаны со стационарными статистическими характеристиками. Допускаем стационарность возбуждения по пространственным и временной координатам, т. е.

$$u_{n_1 k_1 \omega_1} u^*_{n_2 k_2 \omega_2} = G^1 \left(n_1 k_1 \omega_1 \right) \delta_{nn_1} \delta \left(k_1 - k_2 \right) \delta \left(\omega_1 - \omega_2 \right),$$

где звездочкой обозначена комплексно-сопряженная величина; δ_{nn_1} – символ Кронекера; G^1 – спектральная плотность.

Таким образом, получаем следующее выражение для корреляционного момента:

$$p_1 \left(z + \Delta z, \varphi + \Delta\varphi, t + \Delta t \right) p_1 \left(z, \varphi, t \right) =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int \sum \left| \frac{\Delta_n}{\square_n} \rho_0 \omega^2 \right|^2 G' \left(n, k, \omega \right) H_n^{(1)} \left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2 R} \right) \times$$

$$\times H_n^{(2)} \left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2 R} \right) e^{i \left(n\Delta\varphi + k\Delta z - \omega\Delta t \right)} dk d\omega. \tag{7}$$

Спектральная плотность интенсивности давления в прошедшей волне будет

$$G'_{p_1}\left(n,k,\omega\right)=\left(\rho_0\omega^2\frac{\Delta_n}{\square_n}\right)^2 G'\left(n,k,\omega\right)\times$$
$$\times\left\{I_n^2\left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2}-k^2}\,R\right)+N_n^2\left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2}-k^2}\,R\right)\right\}. \quad (8)$$

Вместе с тем спектральная плотность интенсивности давления от случайного излучателя при отсутствии оболочки равна

$$G'_p=\left(\rho_0\omega^2\right)^2 G'\left(n,k,\omega\right)\times$$
$$\times\left\{I_n^2\left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2}-k^2}\,R\right)+N_n^2\left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2}-k^2}\,R\right)\right\}. \quad (9)$$

Рассматривая звукоизоляцию как отношение спектральных плотностей для двух случаев, когда оболочка используется как звукоизолирующее приспособление и когда излучатель создает свободное поле, находим

$$\alpha=\frac{dG_{p_1}}{dG_p}.$$

Другой частный случай, альтернативный по отношению к рассмотренному выше, представляет особый интерес, так как связан с важными колебательными свойствами оболочки. Дело в том, что на высоких частотах в оболочке, как и в пластине, возможны изгибные волны, энергия деформации которых связана с кривизной деформированной поверхности тонкостенной конструкции.

Практический интерес представляет функция точечного случайного источника (физически достаточно, что излучатель мал по сравнению с длиной волны). В этом случае получаем

$$\alpha^{-2}=A^2\left\{\frac{\Omega^2 m}{\Omega^2 m-n^2}-\Omega^2 m+\frac{n^4 d^2}{12}\right\}^2 \dot{I}_n^4\left(\Omega\right)+$$
$$+\left\{1-A\left[\frac{\Omega^2 m}{\Omega^2 m-n^2}-\Omega^2 m+\frac{n^4 d^2}{12}\right]\dot{I}_n\left(\Omega\right)\dot{N}_n\left(\Omega\right)\right\}^2,$$
$$A=\frac{\pi\rho c^2 h}{2\rho_0 c_0^2 R},\ \Omega=\frac{\omega R}{c_0},\ m=\frac{c_0^2}{c^2},\ d=\frac{h}{R}. \quad (10)$$

Интересно рассмотреть частный случай найденного решения, когда источник излучает поле, зависящее только от координат $\left(r,z\right)$. Сюда, например, относится интереснейшая задача прохождения случайного волнового поля через цилиндрическую оболочку от точечного источника и т. д.

Для получения требуемой формы решения полагаем, что $n=0$, и находим

$$p_1=\int_{-\infty}^{+\infty}\int\sum\frac{\Delta\left(k\right)}{\square\left(k\right)}\left(\rho_0\omega^2 u_k\right)\times$$
$$\times H_0^{(1)}\left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2}-k^2}\,r\right)e^{ikz-i\omega t}dk\,d\omega. \quad (11)$$

Далее, как в и предыдущих случаях, находим функцию точечного источника и коэффициент звукоизоляции:

$$\alpha^{-2}=A^2\left\{\Omega^2 m-1-\frac{h^2k^4}{12R^2}-\frac{\upsilon^2k^2}{\Omega^2 m-k^2}\right\}^2\times$$
$$\times\dot{I}_0^4\left(\sqrt{\Omega^2-k^2}\right)+$$
$$+\left\{A\left[\Omega^2 m-1-\frac{h^2k^4}{12R^2}-\frac{\upsilon^2k^2}{\Omega^2 m-k^2}\right]\times\right.$$
$$\left.\times\dot{I}_0\left(\sqrt{\Omega^2-k^2}\right)\dot{N}_0\left(\sqrt{\Omega^2-k^2}\right)+1\right\}^2. \quad (12)$$

Все полученные формулы позволяют сделать вывод, что здесь, как и в случае звукоизоляции оболочки от внешнего поля (кожуха) [4], существенное значение имеют следующие физические явления:

1. Звукоизоляция немонотонно возрастает с частотой.

2. Провалы в спектре звукоизоляции обусловлены резонансными явлениями в оболочке и воздушном объеме, заключенном под оболочкой.

3. При экспериментальном анализе внутренней звукоизоляции оболочек (по стандартной измерительной методике) провалы в звукоизоляции не наблюдаются из-за осреднения в октавных полосах частот по немонотонности частотного хода коэффициента звукоизоляции. Это приводит к существенному отклонению от элементарного закона масс. Степень отклонения при этом зависит от плотности собственных частот в данной октаве.

Библиографические ссылки

1. *Заборов В. И.*, *Кононенко А. Е.* Излучение звука цилиндрической оболочкой, возбуждаемой линейной силой // Акуст. журнал. 1978. Т. 24, № 1. С. 134–136.

2. *Дыбрин А. А.* Звукоизоляция цилиндрической оболочки от внешнего источника шума в ограниченном пространстве // Приволжский научный вестник. 2014. № 2 (30). С. 40–45.

3. *Ретлинг Э. В.* Об излучении звука цилиндрической оболочкой // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Серия «Политематическая». 2012. Вып. 1(20).

4. *Айрбабамян С. А.* Снижение шума компрессорных станций // Проблемы акустической экологии. 1990. Т. II. С. 51–54.

Получено 30.10.2017

References

1. Zaborov V. I., Kononenko A. E. (1978). *Akusticheskii zhurnal* [Acoustic journal], vol. 24, no. 1, pp. 134-136.

2. Dybrin A. A. (2014). *Privolzhskii nauchnyi vestnik* [Privolzhsky Scientific Bulletin], no. 2(30), pp. 40-45.

3. Retling E. V. (2012). *Internet-vestnik VolgGASU. Seriya «Politematicheskaya»* [Internet-Vestnik VolgGASU. Series “Polythematical”], iss. 1(20).

4. Airbabamyan S. A. (1990). *Problemy akusticheskoi ekologii* [Problems of acoustic ecology], vol. II, pp. 51-54.