

УДК 621.833.6+621.01

DOI 10.22213/2413-1172-2018-2-43-48

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПЛАНЕТАРНЫХ ПЕРЕДАЧ С ЭЛЕМЕНТАМИ ПОВЫШЕННОЙ ПОДАТЛИВОСТИ

И. А. Пушкарев, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Повышенная податливость элементов планетарной передачи способствует выравниванию нагрузки в зацеплениях колес, но создает опасность возникновения нежелательных колебаний. Актуальной является задача исследования динамики планетарных передач с элементами повышенной податливости.

Планетарная передача представлена набором твердых тел (зубчатых колес), соединенных пружинами, моделирующими упругие связи в зубчатых парах. Гибкий эпицикл представлен в виде частей обода и упруго связанных отдельных зубьев, находящихся в данный момент в зацеплении.

Математическая модель динамики планетарного механизма составлена на основе уравнений Лагранжа второго рода. Учтено девять обобщенных координат. В обобщенные силы входят: моменты двигателя, сил полезного сопротивления и трения; момент, обусловленный кручением упругого вала солнечной шестерни; упругие силы в зацеплении колес, в осях сателлитов, между отдельными зубьями эпицикла.

В первом приближении считается, что угловая скорость водила постоянна. Принимается также, что сумма моментов двигателя, сил полезного сопротивления и трения равна нулю, центр масс сателлита относительно водила не перемещается. Система из девяти дифференциальных уравнений сведена к двум уравнениям свободных колебаний сателлита и солнечной шестерни. Жесткость в зубчатом зацеплении выражена через модуль упругости и ширину венца зубчатых колес. Моменты инерции колес приняты как у сплошных дисков; массы колес определяются с учетом коэффициента заполнения.

Получены аналитические зависимости для собственных частот свободных колебаний сателлита и солнечной шестерни вследствие податливости зубьев. Исследовано влияние диаметра солнечной шестерни и передаточного отношения планетарного механизма на значения собственных частот. Сделан вывод о влиянии увеличения податливости элементов планетарной передачи на нежелательные колебания сателлита и солнечной шестерни.

Ключевые слова: планетарная передача, податливость элементов, динамика, колебания, собственная частота.

Введение

Планетарные передачи нашли широкое распространение в технике благодаря хорошим массогабаритным показателям, сравнительно малым потерям мощности на трение, возможности реализации большого передаточного отношения. Наличие в зацеплении одновременно нескольких пар зубьев позволяет достичь высокой нагрузочной способности, что выгодно отличает эти передачи от рядных зубчатых передач [1, 2]. В последнее время разработаны новые конструкции планетарных передач с повышенной податливостью элементов передачи [3–5]. Такое исполнение планетарной передачи, с одной стороны, способствует выравниванию нагрузки в зацеплениях колес [6–8], с другой – создает опасность выхода передачи из строя в результате возникновения больших напряжений в податливых элементах передачи [9, 10], а также возникновения нежелательных колебаний [11, 12].

В связи с этим актуальной является задача исследования динамики новых конструкций

планетарных передач [13–15]. Особенно это актуально для высоконагруженных планетарных механизмов, работающих при больших скоростях вращения [16, 17].

Динамическая модель колебаний планетарного механизма

Зубчатая передача, которая в общем случае рассматривается как система с распределенными параметрами, может быть сведена к системе с сосредоточенными параметрами, а связи, наложенные на зубчатые колеса, заменены силами упругости, чтобы избежать принципиального различия дифференциальных уравнений, описывающих поведение элементов с распределенными и сосредоточенными параметрами [18]. В связи с этим динамическая модель планетарного редуктора представляет из себя набор твердых тел (зубчатых колес), соединенных пружинами, моделирующими упругие связи в зубчатых парах, а гибкий эпицикл представлен в виде частей обода и упруго связанных отдельных зубьев, находящихся в данный момент в зацеплении (рис. 1, 2).

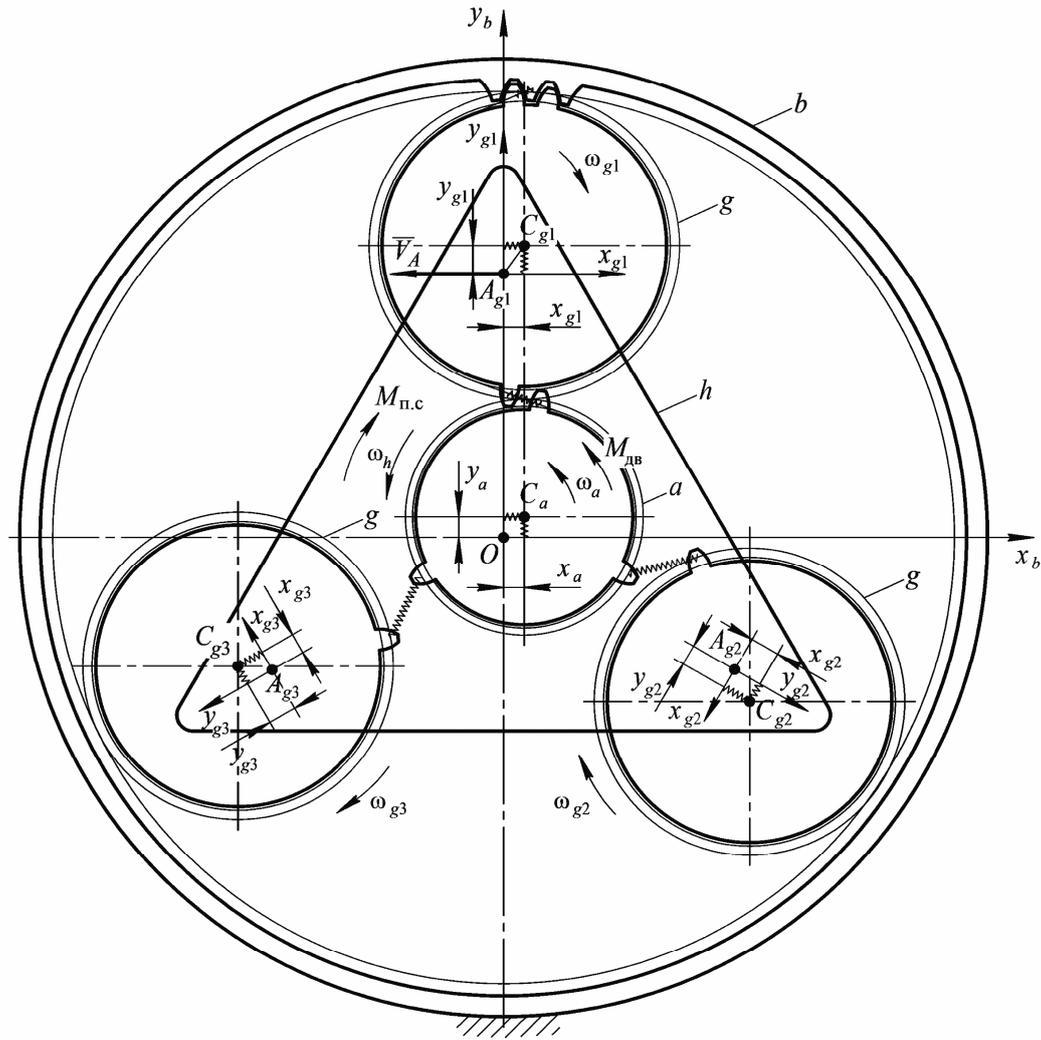


Рис. 1. Расчетная схема планетарного механизма в виде системы твердых тел

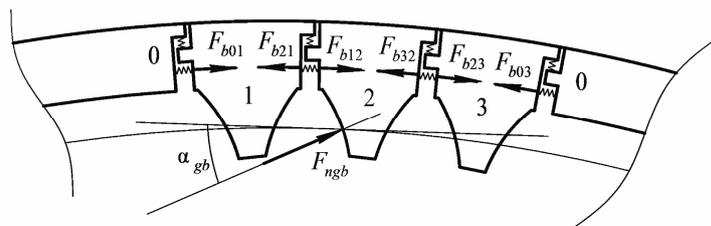


Рис. 2. Податливые элементы 1, 2, 3-го неподвижного колеса *b*

Математическая модель колебаний планетарного механизма составляется на основе уравнений Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j \quad (j=1, 2, \dots, s).$$

Динамическая модель системы зубчатой пары должна учитывать поперечные и крутильные колебания колес [19]. В связи с этим обобщенными координатами q_1, \dots, q_s являются:

x_{gi} и y_{gi} – смещения центра масс C_{gi} сателлита gi из-за податливости оси;

x_{bij} и y_{bij} – смещения участков гибкого колеса b с массами m_{bij} в момент прохождения i -го сателлита;

x_a и y_a – смещения центра масс C_a шестерни относительно неподвижной точки O из-за податливости вала;

φ_h – абсолютный угол поворота водила в установившемся движении;

φ_{gi} – относительный угол поворота сателлита gi относительно положения сателлита в установившемся движении (из-за податливости зубьев);

φ_a – относительный угол поворота шестерни относительно положения шестерни в установившемся движении (из-за податливости вала и зубьев).

В соответствии с выбранными обобщенными координатами абсолютные угловые скорости сателлитов и солнечной шестерни равны суммам угловых скоростей в установившемся движении $i\dot{\varphi}_h$ и относительных скоростей $\dot{\varphi}_g$ и $\dot{\varphi}_a$:

$$\dot{\varphi}_g^{abc} = i_{gh}\dot{\varphi}_h + \dot{\varphi}_g, \quad \dot{\varphi}_a^{abc} = i_{ah}\dot{\varphi}_h + \dot{\varphi}_a.$$

В обобщенные силы Q_j входят: момент двигателя $M_{дв}$; момент сил полезного сопротивления $M_{п.с.}$; момент сил трения $M_{тр} = 0$; момент, обусловленный кручением упругого вала солнечной шестерни $M_{кpa}$; упругие силы в зацеплении колес b, g F_{nbg} и g, a F_{nag} ; упругие реакции осей сателлитов gi со стороны водила h F_{hgi} ; упругие силы между отдельными зубьями эпицикла F_{bij} .

Кинетическая энергия системы складывается из кинетических энергий смещаемых участков гибкого неподвижного колеса b ; n сателлитов g ; водила h ; центральной (солнечной) шестерни a (рис. 1): $T = \sum_{i=1}^k T_{bi} + \sum_{i=1}^n T_{gi} + T_h + T_a$.

После подстановки скоростей тел системы получена полная кинетическая энергия системы:

$$\begin{aligned} T = & \sum_{i=1}^k \left(\frac{m_{b1i}\dot{x}_{b1i}}{2} + \frac{m_{b2i}\dot{x}_{b2i}}{2} + \frac{m_{b3i}\dot{x}_{b3i}}{2} + \right. \\ & \left. + \frac{m_{b1i}\dot{y}_{b1i}}{2} + \frac{m_{b2i}\dot{y}_{b2i}}{2} + \frac{m_{b3i}\dot{y}_{b3i}}{2} \right) + \\ & + \sum_{i=1}^n \left(\frac{m_g a_w^2 \dot{\varphi}_h^2}{2} + \frac{m_g y_g^2 \dot{\varphi}_h^2}{2} + \frac{m_g x_g^2 \dot{\varphi}_h^2}{2} - \right. \\ & - m_g a_w \dot{x}_g \dot{\varphi}_h - m_g \dot{x}_g y_g \dot{\varphi}_h + m_g x_g \dot{y}_g \dot{\varphi}_h + \\ & \left. + \frac{m_g \dot{x}_g^2}{2} + \frac{m_g \dot{y}_g^2}{2} + \frac{I_g i_{gh}^2 \dot{\varphi}_h^2}{2} + I_g \dot{\varphi}_g \dot{\varphi}_h i_{gh} + \frac{I_g \dot{\varphi}_g^2}{2} \right) + \\ & + \frac{I_h \dot{\varphi}_h^2}{2} + \frac{m_a \dot{x}_a^2}{2} + \frac{m_a \dot{y}_a^2}{2} + \frac{I_a i_{ah}^2 \dot{\varphi}_h^2}{2} + I_a i_{ah} \dot{\varphi}_h \dot{\varphi}_a + \frac{I_a \dot{\varphi}_a^2}{2}. \end{aligned}$$

Составлены уравнения Лагранжа второго рода по каждой из обобщенных координат. Таким образом, получена система из девяти дифференциальных уравнений второго порядка, первыми из которых являются уравнения по обобщенным координатам φ_g и φ_a :

$$I_g \ddot{\varphi}_h i_{gh} + I_g \ddot{\varphi}_g = -M_{mp} - c_{bg} \varphi_g r_{wg} + c_{ga} (\varphi_a r_{wa} - \varphi_a r_{wg}) r_{wg}; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & 3m_g a_w^2 \ddot{\varphi}_h + 6m_g y_g \dot{y}_g \dot{\varphi}_h + 3m_g y_g^2 \ddot{\varphi}_h + \\ & + 6m_g x_g \dot{x}_g \dot{\varphi}_h + 3m_g x_g^2 \ddot{\varphi}_h - 3m_g a_w \ddot{x}_g - \\ & - 3m_g \ddot{x}_g y_g + 3m_g x_g \ddot{y}_g + 3I_g i_{gh}^2 \ddot{\varphi}_h + \\ & + 3I_g i_{gh} \ddot{\varphi}_g + I_h \ddot{\varphi}_h + I_a i_{ah}^2 \ddot{\varphi}_h + I_a i_{ah} \ddot{\varphi}_a = \\ & = -M_{п.с.} + M_{дв} i_{ha} - M_{тр} i_{hg}. \end{aligned} \quad (2)$$

Аналитическое решение системы дифференциальных уравнений

В первом приближении считается, что угловая скорость водила постоянна: $\omega_h = \dot{\varphi}_h = \text{const}$; $\ddot{\varphi}_h = 0$. Принимается также $M_{тр} = 0$, $-M_{п.с.} + M_{дв} i_{ha} - M_{тр} i_{hg} = 0$. Центр масс сателлита относительно водила не перемещается: $x_{g1} = \dot{x}_{g1} = \ddot{x}_{g1} = 0$, $y_{g1} = \dot{y}_{g1} = \ddot{y}_{g1} = 0$. Тогда уравнения (1) и (2) принимают вид

$$I_g \ddot{\varphi}_g + (c_{bg} r_{wg}^2 + c_{ga} r_{wg}^2) \varphi_g - c_{ga} r_{wa} r_{wg} \varphi_a = 0; \quad (3)$$

$$3I_g i_{gh} \ddot{\varphi}_g + I_a i_{ah} \ddot{\varphi}_a = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) представляет собой уравнение второго порядка с разделяющимися переменными. После интегрирования и подстановки выражения для φ_a в уравнение (3) получено уравнение свободных колебаний сателлита вследствие податливости зубьев:

$$\ddot{\varphi}_g + k^2 \varphi_g = 0,$$

где k – собственная частота:

$$k^2 = \frac{(c_{bg} + c_{ga}) r_{wg}^2}{I_g} + \frac{3c_{ga} r_{wa} r_{wg} i_{gh}}{I_a i_{ah}}. \quad (5)$$

Чтобы проанализировать влияние факторов на величину собственной частоты, использованы известные зависимости. Жесткость в зубчатом зацеплении определяется модулем упругости материала E и шириной венца зубчатых колес: $c_{bg} = c_{ga} = 0,075 E b_w$ [20]. Моменты инерции колес I вычисляются как у сплошных дисков; массы колес определяются с учетом коэффициента заполнения сателлита k_g и солнечной шестерни

$$k_a : \quad I_g = \frac{m_g r_{wg}^2}{2}, \quad I_a = \frac{m_a r_{wa}^2}{2}, \quad m_g = k_g \rho \pi r_{wg}^2 b_w, \\ m_a = k_a \rho \pi r_{wa}^2 b_w, \quad \text{где } \rho \text{ – плотность материала колес, } b_w \text{ – ширина венцов. Тогда}$$

$$k^2 = \frac{0,3E}{\pi\rho} \left[\frac{1}{k_g r_{wg}^2} + \frac{1,5r_{wg} i_{gh}}{k_a r_{wa}^3 i_{ah}} \right].$$

В рассматриваемой схеме планетарной передачи $r_{wg} = (0,5i - 1)r_{wa}$; $i_{gh} = \frac{0,5i}{0,5i - 1}$; $i_{ah} = i$.

Отсюда

$$k^2 = \frac{0,3E}{\pi\rho r_{wa}^2} \left[\frac{1}{k_g (0,5i - 1)^2} + \frac{0,75}{k_a} \right].$$

Принимается, что $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па, $\rho = 7800$ кг/м³, $k_g = 0,8$; $k_a = 1,0$.

На рис. 3, 4 показаны зависимости собственной частоты от радиуса делительной окружности солнечной шестерни r_{wa} и передаточного отношения механизма i .

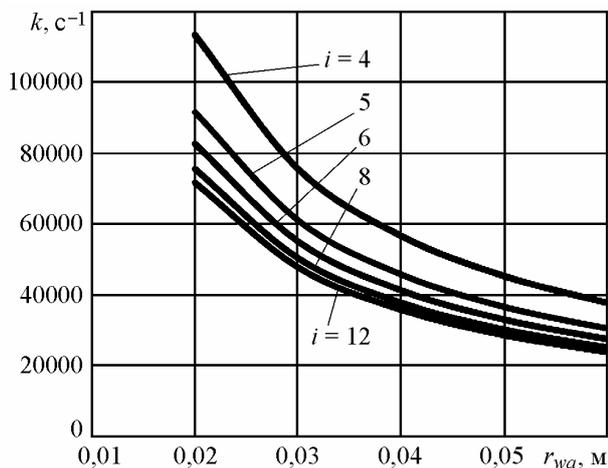


Рис. 3. Собственная частота k при изменении радиуса солнечной шестерни

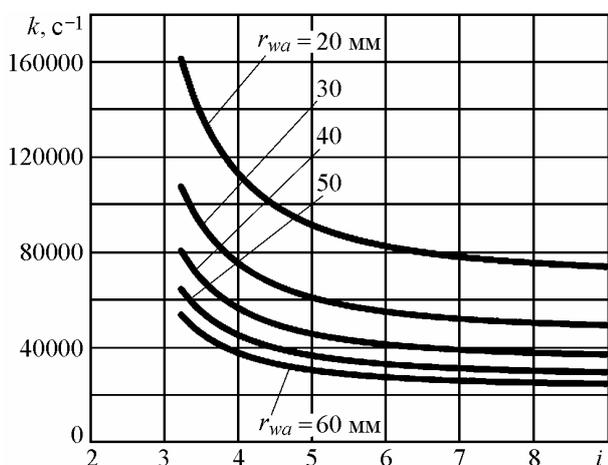


Рис. 4. Собственная частота k при изменении передаточного отношения

При принятых допущениях

$$\begin{aligned} \Phi_a &= \frac{3I_g i_{gh}}{I_a i_{ah}} \Phi_g = \frac{1,5k_g (0,5i - 1)^3}{k_a} \Phi_g = \\ &= \frac{1,5k_g (0,5i - 1)^3}{k_a} A \sin(kt + \alpha_0), \end{aligned}$$

и солнечная шестерня имеет ту же собственную частоту k , но амплитуду колебаний в $1,5k_g (0,5i - 1)^3 / k_a$ раз большую, чем амплитуда колебаний спутника A . При $k_g = 0,8$; $k_a = 1,0$ и $i = 8$ амплитуда колебаний солнечной шестерни вследствие податливости зубьев в 32 раза больше, чем амплитуда колебаний спутника.

Анализ результатов

Таким образом, получена система дифференциальных уравнений динамики планетарной передачи с девятью степенями свободы. Путем ряда допущений получены аналитические зависимости для собственных частот спутника и солнечной шестерни, совершающих колебания вследствие податливости зубьев. Собственные частоты зависят от упругих свойств и плотности материала зубчатых колес, размеров солнечной шестерни и передаточного отношения планетарного механизма. При увеличении диаметра солнечной шестерни собственная частота уменьшается. При увеличении передаточного отношения до значения $i = 5$ собственная частота быстро уменьшается, при дальнейшем увеличении i уменьшение собственной частоты незначительно.

Выводы

Увеличение податливости элементов планетарной передачи со стальными зубчатыми колесами не приводит к уменьшению собственных частот колебаний, возникающих вследствие податливости зубьев, до значений угловых скоростей зубчатых колес и частот внешних воздействий. Это означает малую вероятность возникновения нежелательных колебаний в планетарных передачах вследствие податливости зубьев. Тем не менее значительная разница в амплитудах свободных колебаний солнечной шестерни и спутника не исключает повышенных напряжений в зацеплении зубчатых колес.

Кроме того, высокие значения собственных частот дают возможность разделения колебаний спутников и солнечной шестерни вследствие податливости зубьев и колебаний податливых

осей сателлитов, то есть раздельного решения системы дифференциальных уравнений динамики планетарной передачи. Последнее необходимо для анализа влияния податливости осей сателлитов на динамические характеристики планетарной передачи.

Библиографические ссылки

1. Equal strength optimal design of planetary gear transmission / W. Jiao, J. Yang, F. Ma, etc. // *Nongye Jixie Xuebao*. 2015. Vol. 46, no. 1. Pp. 359–364, 378.

2. Trubachev E., Savelyeva T., Pushkareva T. Practice of design and production of worm gears with localized contact // *Mechanisms and Machine Science*. 2018. Vol. 51. Pp. 327–343.

3. Plekhanov F., Goldfarb V. Rational designs of planetary transmission, geometry of gearing and strength parameters // *Mechanisms and Machine Science*. 2016. Vol. 34. Pp. 285–300.

4. Plekhanov F. I., Ovsyannikov A. V. Load capacity of planetary transmission with internal gear engagement // *Russian Engineering Research*. 2011. Vol. 31, no. 9. Pp. 825–827.

5. Plekhanov F. I., Kuznetsov V. S. Deformability of elements of planetary transmission // *Russian Engineering Research*. 2010. Vol. 30, no. 6. Pp. 557–560.

6. Plekhanov F. I. Influence of gear deformability in a planetary transmission on the load distribution in tooth engagement // *Russian engineering research*. 2015. Vol. 35, no. 7. Pp. 485–488.

7. Plekhanov F. I. Deformability of units of a planetary gear and its effect on load distribution in gear meshes // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2015. Vol. 44, no. 3. Pp. 227–231.

8. Plekhanov F., Goldfarb V., Vychuzhanina E. Load distribution in meshing of planetary gearwheels and its influence on the technical and economic performance of the mechanism // *Mechanisms and Machine Science*. 2018. Vol. 51. Pp. 117–137.

9. Plekhanov F. I., Kuznetsov V. S. Deformability of elements of planetary transmission // *Russian Engineering Research*. 2010. Vol. 30, no. 6. Pp. 557–560.

10. Распределение нагрузки в зацеплениях колес рациональных конструкций планетарных передач и его влияние на технико-экономические показатели привода / Ф. И. Плеханов, Е. Ф. Вычужанина, И. А. Пушкарев, А. С. Сунцов // *Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова*. 2017. № 2. С. 29–35.

11. Plekhanov F., Pushkarev A., Pushkarev I. Influence of layout features and parameters of planetary gear on its dynamics and strength characteristics // *Mechanisms and Machine Science*. 2018. Vol. 51. Pp. 481–494.

12. Chaos control of planetary gear train based on strategy of speed disturbance / J. Wang, T. Li, G. Jin, etc. // *Jixie Qiandu*. 2016. Vol. 38, no. 1. Pp. 21–26.

13. Plekhanov F., Pushkarev A., Pushkarev I. Influence of layout features and parameters of planetary gear on its dynamics and strength characteristics // *Mechanisms and Machine Science*. 2018. Vol. 51. Pp. 481–494.

14. Sondkar P., Kahraman A. A Dynamic Model of a Double-helical Planetary Gear Set // *Mechanism and Machine Theory*. 2013. Vol. 70. Pp. 157–174.

15. Nikolic-Stanojevic V., Dolicanin C., Veljovic L. A new model of the fractional order dynamics of the planetary gears // *Mathematical Problems in Engineering*. 2013. Vol. 2013. Pp. 932150.

16. Chaos control of planetary gear train based on strategy of speed disturbance / J. Wang, T. Li, G. Jin, etc. // *Jixie Qiandu*. 2016. Vol. 38, no. 1. Pp. 21–26.

17. Batinic V. J. Planetary gear dynamic response to mesh // *Vojnotehnicki glasnik*. 2013. Vol. 61, no. 1. Pp. 58–68.

18. Вибрации в технике : справочник. Т. 3 : Колебания машин, конструкций и их элементов / под ред. Ф. М. Диментберга и К. С. Колесникова. М. : Машиностроение, 1980. 544 с.

19. Там же.

References

1. Jiao W., Yang J., Ma F., Zhang W. (2015). Equal strength optimal design of planetary gear transmission. *Nongye Jixie Xuebao*, vol. 46, no. 1, pp. 359-364 and 378.

2. Trubachev E., Savelyeva T., Pushkareva T. (2018). Practice of design and production of worm gears with localized contact. *Mechanisms and Machine Science*, vol. 51, pp. 327-343. DOI 10.1007/978-3-319-60399-5.

3. Plekhanov F., Goldfarb V. (2016). Rational designs of planetary transmission, geometry of gearing and strength parameters. *Mechanisms and Machine Science*, vol. 34, pp. 285-300. DOI 10.1007/978-3-319-19740-1.

4. Plekhanov F. I., Ovsyannikov A.V. (2011). Load capacity of planetary transmission with internal gear engagement. *Russian Engineering Research*, vol. 31, no. 9, pp. 825-827.

5. Plekhanov F. I., Kuznetsov V. S. (2010). Deformability of elements of planetary transmission. *Russian Engineering Research*, vol. 30, no. 6, pp. 557-560.

6. Plekhanov F. I. (2015). Influence of gear deformability in a planetary transmission on the load distribution in tooth engagement. *Russian engineering research*, vol. 35, no. 7, pp. 485-488.

7. Plekhanov F. I. (2015). Deformability of units of a planetary gear and its effect on load distribution in gear meshes. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, vol. 44, no. 3, pp. 227-231.

8. Plekhanov F., Goldfarb V., Vychuzhanina E. (2018). Load distribution in meshing of planetary gearwheels and its influence on the technical and economic performance of the mechanism. *Mechanisms and Machine Science*, vol. 51, pp. 117-137. DOI 10.1007/978-3-319-60399-5.

9. Plekhanov F. I., Kuznetsov V. S. (2010). Deformability of elements of planetary transmission. *Russian Engineering Research*, vol. 30, no. 6, pp. 557-560.

10. Plekhanov F. I., Vychuzhanina E. F., Pushkarev I. A., Suntsov A. S. (2017). Investigation of loading distribution in tooth contact of multi-row planetary gears

and its influence on overall economics of the drive. *Vestnik IzhGTU imeni M. T. Kalashnikova* [Bulletin of Kalashnikov ISTU], vol. 20, no. 2, pp. 29-35. DOI 10.22213/2413-1172-2017-2-29-35 (in Russ.).

11. Plekhanov F., Pushkarev A., Pushkarev I. (2018). Influence of layout features and parameters of planetary gear on its dynamics and strength characteristics. *Mechanisms and Machine Science*, vol. 51, pp. 481-494. DOI 10.1007/978-3-319-60399-5.

12. Wang J., Li T., Jin G., Bao H. (2016). Chaos control of planetary gear train based on strategy of speed disturbance. *Jixie Qiandu*, vol. 38, no. 1, pp. 21-26.

13. Plekhanov F., Pushkarev A., Pushkarev I. (2018). Influence of layout features and parameters of planetary gear on its dynamics and strength characteristics. *Mechanisms and Machine Science*, vol. 51, pp. 481-494. DOI 10.1007/978-3-319-60399-5.

14. Sondkar P., Kahraman A. (2013). A Dynamic Model of a Double-helical Planetary Gear Set. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 70, pp. 157-174.

15. Nikolic-Stanojevic V., Dolicanin C., Veljovic L. (2013). A new model of the fractional order dynamics of the planetary gears. *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2013, pp. 932150.

16. Wang J., Li T., Jin G., Bao H. (2016). Chaos control of planetary gear train based on strategy of speed disturbance. *Jixie Qiandu*, vol. 38, no. 1, pp. 21-26.

17. Batinic V. J. (2013). Planetary gear dynamic response to mesh. *Vojnotehnicki glasnik*, vol. 61, no. 1, pp. 58-68.

18. *Vibration in Engineering : handbook*. Vol. 3: Vibration of machines, constructions and their elements (eds. F. M. Dimentberg, K. S. Kolesnikov). Moscow: *Mashinostroenie* (in Russ.).

19. Ibid.

Modeling of Dynamics of Planetary Gears with Elements of the Increased Flexibility

I. A. Pushkarev, Post-graduate, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

The increased elements flexibility of planetary gear promotes load alignment in wheel meshing, but creates danger of undesirable vibrations emergence. The research problem of dynamics of planetary gears with elements of the increased flexibility is relevant.

The planetary gear is presented by a set of solid bodies (gearwheels) connected by the springs modeling elastic constraints in gear pair. The flexible epicycle is presented in the form of gear rim parts and separate teeth with elastic constraint between them which are at present in meshing.

The mathematical model of dynamics of the planetary mechanism is made on the basis of Lagrange's equations of the second kind. Nine generalized coordinates are considered. The generalized forces are: moments of the engine, forces of friction and useful resistance; the moment caused by torsion of an elastic axle of a sun gearwheel; elastic forces in wheels meshing, in satellites axles, between separate teeth of an epicycle.

As a first approximation it is considered that planetary carrier's angular speed is constant. It is also accepted that the sum of the moments of the engine, forces of friction and useful resistance is equal to zero; and the mass center of the satellite with respect to the planetary carrier doesn't move. The system of nine differential equations is reduced to two equations of free vibrations of the satellite and a sun gearwheel. The meshing rigidity is expressed via the Young modulus and face width of gearwheels. The moments of inertia of wheels are accepted as for continuous disks; masses of wheels are determined with account of the filling coefficient.

Analytical dependences for natural frequencies of free vibrations of the satellite and a sun gearwheel owing to teeth flexibility are received. Influence of a sun gearwheel diameter and gear ratio of the planetary mechanism on values of natural frequencies is investigated. The conclusion is made for the influence of the increased compliance of planetary gear elements on undesirable vibrations of the satellite and the sun gearwheel.

Keywords: planetary gear, elements flexibility, dynamic, vibrations, natural frequency.

Получено 17.04.2018