

ОБЗОР

УДК 621.382

DOI: 10.22213/2413-1172-2020-1-75-105

Двухполюсные элементы с фрактальным импедансом и их применение в радиотехнике и связи

П. А. Ушаков, доктор технических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Г. Д. Бабошкин, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

С. В. Стойчев, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

В. Г. Гравшин, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Теория фракталов совместно с теорией дробных операторов интегродифференцирования и фрактальная трактовка самых разнообразных задач, возникающих в различных областях науки и техники, не обошли стороной и современную радиотехнику. Появившиеся термины «фрактальная радиофизика», «фрактальная радиолокация», «фрактальная радиоэлектроника» отражают принципиально иной подход к представлению составляющих электрических сигналов и электромагнитного поля.

В данном обзоре в ознакомительных целях даны понятия об основных операторах дробного исчисления – производной и интеграла дробного порядка, которые незаменимы для описания и исследования фрактальных систем и процессов.

Во многих практических задачах, когда их математическая формулировка вызывает затруднение или не требуется их аналитическое решение, а необходимо знать лишь реакцию динамической системы на некоторое входное воздействие, широко используется аналоговое схемотехническое моделирование. Однако в случае систем дробного порядка его реализация требует наличия специфических двухполюсных пассивных элементов, в которых связь между током и напряжением описывается дифференциальным уравнением дробного порядка. Показано, что в таких элементах импеданс зависит от частоты не в целой степени, как у обычных емкостных или индуктивных элементов, а в дробной степени α ($0 < \alpha < 1$). Поэтому такие элементы в работе мы назвали элементами с фрактальным импедансом (ЭФИ).

Поскольку информация об ЭФИ, их характеристиках, вариантах конструкций и принципах реализации фрактального импеданса, использовании ЭФИ для совершенствования функциональных устройств радиотехники и связи практически не известна отечественным исследователям, инженерам, начинающим ученым, то одной из задач данной работы является устранение этого информационного вакуума.

Приведена классификация ЭФИ и представлены некоторые существующие конструктивно-технологические варианты ЭФИ и их характеристики. Проведенный сравнительный анализ характеристик различных ЭФИ показал, что большинство из них в настоящее время не пригодны для изготовления в промышленных масштабах, чтобы удовлетворить потребности ученых и инженеров. Однако в качестве перспективы можно выделить ЭФИ, построенные на основе многослойной резистивно-емкостной среды с контролируемыми геометрическими и электрофизическими параметрами среды. Эти элементы конструктивно выполняются в виде интегральных конструкций, изготовленных с помощью стандартных технологий, используемых для создания пленочных или полупроводниковых микросхем. Для их анализа и синтеза разработаны математические модели, алгоритмы и программы, позволяющие проектировать конструкции ЭФИ с заданными показателями α в заданном, хотя и ограниченном диапазоне частот. В работе показаны образцы ЭФИ, изготовленные промышленным способом, и сравнение реализованных на практике характеристик с синтезированными на стадии проектирования.

Наличие физических образцов ЭФИ позволяет оценивать потенциальные достоинства их применения, возможные ограничения, методики проектирования с учетом тех особенностей, которые отличают ЭФИ от традиционных пассивных элементов, используемых в схемотехнике и аналоговом моделировании.

Рассмотрены принципы построения интеграторов и дифференциаторов дробного порядка, результаты интегрирования и дифференцирования сигналов с помощью устройств, использующих ЭФИ на основе резистивно-емкостной среды (ЭФИ на основе одномерных однородных резистивно-емкостных элементов со структурой слоев R-C-NR (сокращенно ОО R-C-NR ЭПИ)). На конкретном примере показана возможность создания аналогового процессора, использующего аналоговые интеграторы и дифференциаторы дробного порядка для решения дифференциальных уравнений дробного порядка.

Приведен пример реализации ПИД-регулятора дробного порядка для построения системы автоматического управления антенно-поворотным устройством. Результаты работы спроектированного устройства

были проверены с помощью схематехнического моделирования, при котором в качестве ЭФИ были использованы их математические модели в виде ОО R-C-NR ЭРП. Было показано, что регулятор дробного порядка позволяет создать систему управления с лучшими характеристиками регулирования по сравнению с классической системой управления.

Показано, что применение ЭФИ при создании генераторов хаоса, являющихся основой систем, характеризующихся детерминированным хаосом, позволяет изменять характер хаотических сигналов и формы аттракторов без изменения начальных условий или переключения систем формирования хаоса.

В работе также рассмотрены принципы построения частотно-избирательных фильтров дробного порядка, особенности частотных характеристик различных видов фильтров и показаны возможности управления параметрами и характеристиками фильтра за счет использования дополнительной степени свободы в виде показателя α , являющегося параметром ЭФИ.

Поскольку частотно-избирательные фильтры являются неотъемлемой частью автогенераторов электрических колебаний, то применение в них фильтров дробного порядка также вносит заметные отличия в параметры автогенераторов дробного порядка по сравнению с параметрами их классических прототипов. Основное отличие – частоты генерации на несколько порядков превышают частоты генерации прототипов при одинаковых постоянных времени фазирующих цепей. Кроме того, наличие дополнительных степеней свободы позволяет независимо управлять частотой и фазой сигнала на выходе генератора, строить многофазные генераторы.

Ключевые слова: дробное исчисление, RC-элементы с распределенными параметрами, элементы с дробным импедансом, устройства дробного дифференцирования и интегрирования, ПИД-регуляторы дробного порядка, генераторы дробного порядка, фильтры дробного порядка.

Введение

В работах [1, 2] впервые в мировой практике предложены и экспериментально доказаны принципы построения новых фрактальных адаптивных радиосистем и фрактальных радиоэлементов для современных задач радиотехники и радиолокации, которые открывают новые возможности в современной радиоэлектронике и могут иметь в будущем самые широкие перспективы практического применения.

Известно, что наиболее распространенными функциями в электротехнике, теоретической физике, математике являются экспоненциальные функции, с помощью которых (или с помощью суперпозиций экспонент) решены многие задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям, содержащим производные целого порядка. Необходимость математического описания физических процессов и явлений, обладающих свойством эрдитарности [3], характеризующихся степенными и даже логарифмическими законами, требует использования нетрадиционного математического аппарата – фрактальных размерностей, дробных интегралов и производных, нестандартных функций распределения с бесконечными моментами – распределений Леви, который в настоящее время известен как дробное исчисление (Fractional calculus – FC).

Хотя дробные производные и дробные интегралы были введены знаменитыми математиками Абелем и Лиувиллем еще в 30-е годы XIX века [4], значение и популярность «новых» ма-

тематических понятий стали стремительно возрастать лишь в последние десятилетия. Это связано с тем, что в результате многочисленных исследований было выяснено, что большинство природных и технических объектов более точно описываются дифференциальными уравнениями дробного (не целого) порядка [5–10].

Вот далеко не полный перечень задач, в которых появляются и оказываются эффективными уравнения с дробными производными:

- классическая механика (обратные задачи);
- гидродинамика (движение тела в вязкой жидкости);
- теплопроводность (динамика тепловых потоков);
- диффузия (электрохимический анализ поверхностей электродов);
- динамика турбулентной среды;
- теория фазовых переходов;
- просачивание в пористых жидкостях;
- вязкоупругость (реология полимеров);
- недебаевская релаксация в диэлектриках;
- аномальный перенос заряда в неупорядоченных полупроводниках;
- статическая оптика;
- радиофизика и радиотехника;
- теория управления динамических систем;
- резонансное излучение и диффузионные процессы в плазме;
- динамический хаос;
- геология (землетрясение) и др.

Дробные исчисления являются обобщением обычного интегрирования и дифференцирова-

ния к фундаментальному оператору не целого порядка ${}_a D_t^\alpha$, где a и t – пределы операции. Непрерывный оператор интегриродифференцирования определяется как

$${}_a D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \Re(\alpha) > 0, \\ 1 & \Re(\alpha) = 0, \\ \int_a^t (d\tau)^\alpha & \Re(\alpha) < 0, \end{cases}$$

где α – порядок операции, обычно $\alpha \in \mathbb{R}$.

Для обобщенного дробного интегрирования/дифференцирования (ДИД) используется два определения: Грюнвальда – Летникова (ГЛ) (*Grünwald - Letnikov*) и Римана – Лиувилля (РЛ) (*Riemann - Liouville*). Определение по ГЛ представляется выражением

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\alpha} \sum_{j=0}^{\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t - jh),$$

где $\lfloor x \rfloor$ обозначает целую часть x .

Определения интегралов и дифференциалов по РЛ для случая $0 < |\alpha| < 1$ и $f(t)$, отвечающих условию $f(t) = 0$ для $t < 0$, записываются следующим образом:

– дробный интеграл

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-\alpha}} d\tau, \quad 0 < \alpha < 1, \quad t > 0;$$

– производная дробного порядка

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau, \quad n-1 < \alpha < n,$$

где $\Gamma(\cdot)$ – эйлеровская гамма-функция.

С учетом этих определений динамическая система произвольного дробного порядка может быть описана с помощью дифференциального уравнения [11]:

$$\begin{aligned} & a_n D^{\alpha_n} f(t) + a_{n-1} D^{\alpha_{n-1}} f(t) + \\ & + a_{n-2} D^{\alpha_{n-2}} f(t) + \dots + a_0 D^{\alpha_0} f(t) = \\ & = b_m D^{\beta_m} u(t) + b_{m-1} D^{\beta_{m-1}} u(t) + \dots + b_0 D^{\beta_0} u(t), \quad (1) \end{aligned}$$

где $f(t)$ – функция выхода системы (функция состояния); $u(t)$ – функция входа системы (возбуждающее воздействие); $D^\alpha \equiv {}_0 D_t^\alpha$ – оператор ДИД, при $\alpha < 0$ – интегрирование, при $\alpha > 0$ – дифференцирование;

a_k ($k = 0, \dots, n$), b_k ($k = 0, \dots, m$) – константы; α_k ($k = 0, \dots, n$), β_k ($k = 0, \dots, m$) – произвольные вещественные числа.

Без потери общности можем полагать, что $\alpha_n > \alpha_{n-1} > \dots > \alpha_0$ и $\beta_m > \beta_{m-1} > \dots > \beta_0$.

В настоящее время существуют аналитические и численные методы решения дифференциальных уравнений дробного порядка (ДУДП). Если ДУДП достаточно просты, то их можно решить с помощью специальных функций. В случае линейных систем решение ДУДП может быть основано на дробном преобразовании Лапласа [12]. Для решения ДУДП в случае нелинейных систем необходимо разрабатывать специальные численные методы интегрирования.

Во многих практических задачах, когда их математическая формулировка вызывает затруднение или не требуется их аналитическое решение, а необходимо лишь знать реакцию динамической системы на некоторое входное воздействие, широко используется аналоговое схемотехническое моделирование [13, 14].

Очевидно, что при аналоговом схемотехническом моделировании динамических систем, описываемых ДУДП, в схемотехнической модели системы должны быть, в частности, двухполюсные специфические пассивные элементы, компонентные уравнения которых имеют вид

$$u(t) = F \frac{d^\alpha i(t)}{dt^\alpha}; \quad (2a)$$

$$i(t) = \frac{1}{F} \int_0^t (t-\alpha)^{\alpha-1} u(\tau) d\tau + u(0), \quad (2б)$$

где F – некоторая вещественная постоянная; $i(t)$ и $u(t)$ – мгновенные значения тока, протекающего через элемент, и напряжения на выводах элемента соответственно.

Для установившегося режима, когда $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$, уравнения (2) при нулевых начальных условиях можно записать в виде

$$\dot{U}_m = (j\omega)^\alpha F \dot{I}_m; \quad (3a)$$

$$\dot{I}_m = \frac{1}{(j\omega)^\alpha F} \dot{U}_m, \quad (3б)$$

где $\dot{I}_m = I_m e^{j\varphi}$ и $\dot{U}_m = U_m e^{j\varphi}$ – действующие комплексные значения, соответственно, тока через элемент и напряжения на его выводах; ω – круговая частота.

Выражение для импеданса данного специфического элемента с учетом (3) можно записать в виде

$$\dot{Z}_F = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = (j\omega)^\alpha F. \quad (4)$$

Принципиальным отличием этих специфических элементов от традиционных двухполюсных пассивных элементов R , L , C является то, что импеданс \dot{Z}_F зависит от частоты не в целой, а в дробной степени. Поэтому такие элементы можно назвать фрактальными элементами (от англ. fractus, т. е. дробный) или элементами с фрактальным импедансом (ФЭ или ЭФИ)¹.

Поскольку информация об элементах с фрактальным импедансом, их характеристиках, вариантах конструкций и принципах реализации фрактального импеданса, использовании ЭФИ для совершенствования радиоэлектронных устройств, аналогового моделирования, систем управления и идентификации практически не известна отечественным исследователям, инженерам, начинающим ученым и всем тем, кто интересуется электроникой, то одной из задач данной работы является устранение этого информационного вакуума. Кроме того, необходимо провести сравнительный анализ существующих ЭФИ, чтобы показать, что возможно создание ЭФИ, пригодных для промышленного изготовления, для коммерческого использования.

Основные понятия об элементах с фрактальным импедансом (ЭФИ)

В широком смысле ЭФИ являются обобщением резистивных (R), индуктивных (L) и емкостных (C) элементов, широко используемых в радиоэлектронике, вычислительной технике, электронных системах управления и при аналоговом моделировании физических процессов неэлектрической природы.

Рассмотрим частотные характеристики ЭФИ. Для этого, используя (4), получим выражения логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАЧХ) и фазочастотной характеристики (ФЧХ) импеданса. Без ограничения общности введем нормированное значение импеданса в виде

$$\dot{Z}_{нФ} = \frac{\dot{Z}_F}{F} = (j\omega)^\alpha.$$

Тогда выражения ЛАЧХ и ФЧХ нормированного импеданса запишутся, соответственно, как

$$\lg |\dot{Z}_{нФ}|(\omega) = \alpha \lg \omega;$$

$$\varphi_{Z_F}(\omega) = \alpha \frac{\pi}{2}.$$

Графики ЛАЧХ и ФЧХ нормированного импеданса рассматриваемого двухполюсника изображены на рис. 1 для ряда значений α от -1 до $+1$.

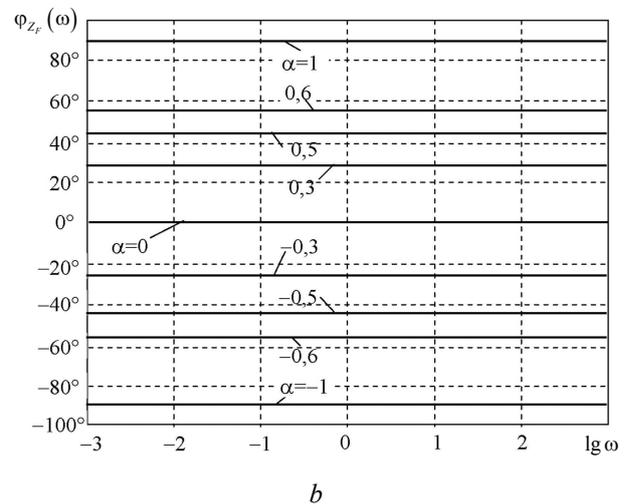
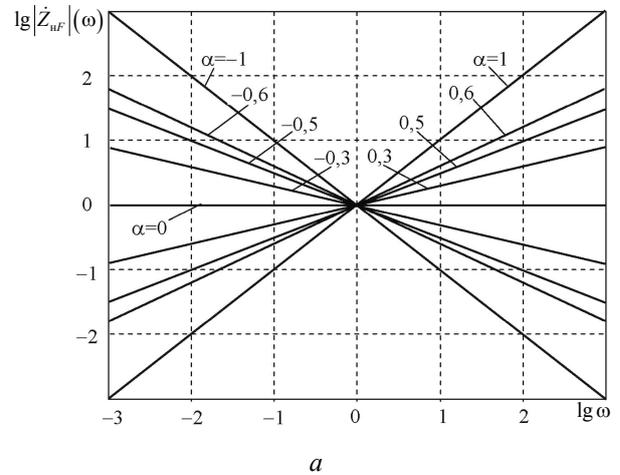


Рис. 1. ЛАЧХ (а) и ФЧХ (b) нормированного импеданса двухполюсника идеализированного ЭФИ

Fig. 1. Log magnitude (a) and phase-angle diagram (b) of the normalized impedance of a two-terminal idealized FOE

На графиках хорошо видно, что при $\alpha = 0$ двухполюсник представляет собой резистивный элемент, так как его импеданс не зависит от частоты, а фазовый сдвиг равен нулю. В случае $\alpha = +1$ импеданс имеет сугубо индуктивный характер, так как его величина растет прямо пропорционально частоте, а фазовый сдвиг между током и напряжением равен $\pi/2$. При $\alpha = -1$ импеданс имеет емкостной характер, так как его величина уменьшается обратно пропорционально частоте, а фазовый сдвиг между током и напряжением $-\pi/2$.

¹ В настоящее время нет общепризнанного обозначения для этих элементов. В литературе можно встретить и другие названия, например, фрактор (fractor), элемент с постоянной фазой (ЭПФ) (constant phase element (CPE)), реинд, реконд и др.

При $0 < |\alpha| < 1$ наклон ЛАЧХ зависит от значения α , а фазовый сдвиг является постоянным, но его уровень определяется как $\alpha\pi/2$. Таким образом, у ЭФИ в отличие от классических элементов R, L, C кроме номинала появляется еще один параметр (α), который обеспечивает возможность изменения свойств элемента при его использовании в различных электронных устройствах и при аналоговом моделировании.

Конструктивно-технологические варианты реализации фрактального импеданса (ФИ)

Все методы создания ФИ можно условно разделить на три большие группы:

1) с помощью двухполюсников на основе электрических цепей, содержащих обычные резисторы и конденсаторы;

2) двухполюсников в виде объемных конструкций, в которых процессы протекания тока определяются различными физическими эффектами на границах разных сред, в объемах многокомпонентных материалов и др.

3) многослойной резистивно-емкостной среды, характер протекания тока в которой определяется конструктивными неоднородностями.

ФИ на основе электрических цепей на элементах с сосредоточенными параметрами. О. Хевисайд (O. Heviside) в своей работе "Electromagnetic Theory" (1922) показал, что входной импеданс длинной RC -линии определяется как

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R}{C}}^{-0,5} \sqrt{j\omega}.$$

Поскольку физическую модель длинной RC -линии можно представить в виде бесконечнозвенной RC -цепи с сосредоточенными параметрами, как показано на рис. 2, то на этой основе в дальнейшем было синтезировано много других цепей, аппроксимирующих фрактальный входной импеданс.

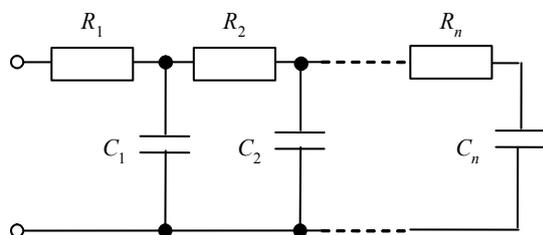


Рис. 2. Лестничная цепь, RC -цепь

Fig. 2. Ladder circuit, RC -circuit

Основной синтез ФИ на основе различного рода RC -цепей с сосредоточенными параметрами является аппроксимация дробного оператора

$1/(p)^\alpha$ какой-либо дробно-рациональной функцией комплексной частоты p . Затем с использованием классических методов разложения дробно-рациональной функции (на сумму простых дробей, в цепную дробь и т. п.) каждый из членов разложения реализуют звеном, содержащим RC -элементы с сосредоточенными параметрами (RC -ЭСП).

В настоящее время процесс синтеза цепи с заданным значением α в ограниченном диапазоне частот в большинстве случаев осуществляется с помощью специализированных программ в среде Matlab. В качестве иллюстрации синтеза ФИ рассмотрим пример.

Пусть требуется спроектировать электрическую цепь, обладающую фрактальным импедансом с $\alpha = 0,3$ в диапазоне частот $0,001 \dots 1000$ рад/с.

Для цепи 5-го порядка с помощью функций $function G = ousta_fod(r, N, w_L, w_H)$ и $gl = ousta_fod(-0.3, N, w1, w2)$ в среде Matlab [15] формируется в символьном виде аппроксимирующая дробно-рациональная функция импеданса

$$Z(p) = \frac{0,1259p^5 + 51,09p^4 + 1230p^3 + 1862p^2 + 177,1p + 1}{p^5 + 177,1p^4 + 1862p^3 + 1230p^2 + 51,09p + 0,1259}.$$

Аналогичным образом формируются аппроксимирующие функции для цепей 7-го и 9-го порядков. Графики ЛАЧХ и ФЧХ данной аппроксимирующей функции, полученные в программе Matlab для трех значений порядка цепи, изображены на рис. 3.

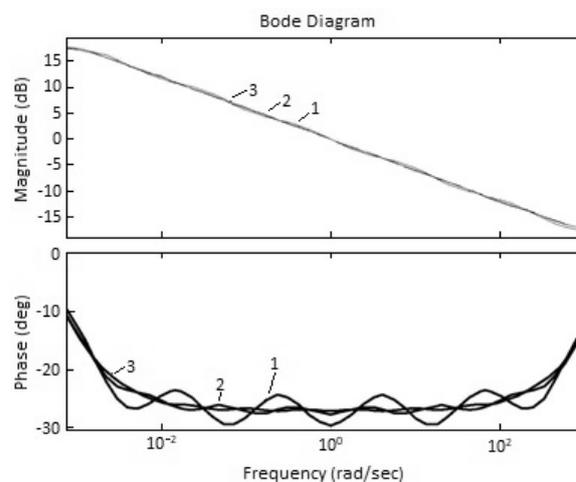


Рис. 3. ЛАЧХ (верхний график) и ФЧХ (нижний график) аппроксимирующих функций импеданса: 1 - $n = 5$; 2 - $n = 7$; 3 - $n = 9$

Fig. 3. Log magnitude and phase-angle diagram of approximating impedance functions: 1 - $n = 5$; 2 - $n = 7$; 3 - $n = 9$

Можно заметить, что синтезированная функция $Z(p)$ достаточно точно аппроксимирует ЛАЧХ фрактального импеданса уже при порядке аппроксимирующей функции, равном 5, во всем диапазоне рабочих частот, а вот ФЧХ при этом порядке имеет непостоянство фазы около $\pm 4^\circ$ в более узком, чем определено в заданном частотном диапазоне (примерно на две декады). С ростом порядка цепи (т. е. с увеличением количества звеньев) непостоянство фазы можно существенно уменьшить, но лишь еще в более узком диапазоне частот.

Для цепи 5-го порядка разложим аппроксимирующую функцию импеданса на сумму простых дробей в программе Matlab. Полученное разложение имеет вид

$$Z(p) = 0,1259 + \frac{24,49}{p+165,96} + \frac{3,6743}{p+10,4713} + \frac{0,5325}{p+0,6607} + \frac{0,0774}{p+0,0417} + \frac{0,0122}{p+0,0026}$$

В соответствии с правилами замены слагаемых разложения эквивалентными проводимостями звеньев электрической цепи (первая форма Фостера) реализующая цепь будет иметь вид, изображенный на рис. 4.

Анализируя номиналы элементов звеньев цепи, можно заметить, что отношение макси-

мального номинала резистора к минимальному составляет 37, а для конденсаторов это соотношение превышает 2000. Поэтому такую цепь достаточно сложно изготовить в виде интегрального элемента, вследствие чего ЭФИ этой группы реализуются как небольшие сборки. Пример конструкции ЭФИ изображен на рис. 5.

Можно отметить следующие достоинства ЭФИ первой группы (на основе RC-ЭСП):

- 1) имеются эффективные методы и алгоритмы синтеза RC-цепей с заданным показателем α ;
- 2) существует широкая номенклатура резисторов и конденсаторов, необходимых для физической реализации ЭФИ;
- 3) имеются хорошо отработанные технологии изготовления таких ЭФИ в виде печатных конструктивно законченных узлов.

К основным недостаткам можно отнести:

- 1) потребность большого количества резисторов и конденсаторов, номиналы которых могут отличаться на несколько порядков;
- 2) необходимость индивидуального подбора резисторов и конденсаторов с высокой точностью номиналов в соответствии с результатами синтеза;
- 3) невозможность перестройки, т. е. для каждого значения α требуется новый печатный узел с другими номиналами резисторов и конденсаторов.

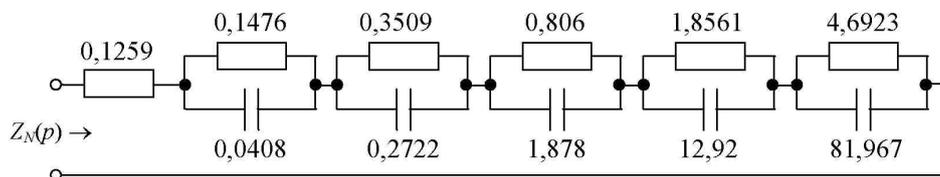


Рис. 4. Цепь, реализующая ФИ с $\alpha = 0,3$

Fig. 4. Circuit implementing FI with $\alpha = 0,3$

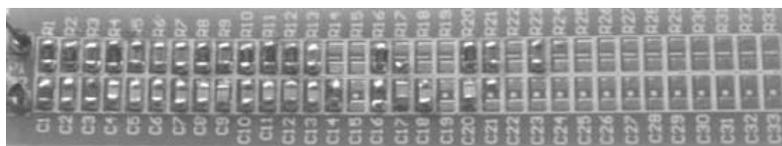


Рис. 5. Конструкция ЭФИ на основе RC-элементов для аппроксимирующей функции импеданса 20-го порядка

Fig. 5. RC element design based on RC elements for the approximating impedance function of the 20th order

ЭФИ на основе двухполюсников в виде объемных конструкций. Впервые операции ДИД были физически реализованы на основе электрохимических элементов [16].

В экспериментах использовался элемент, упрощенная конструкция которого изображена на рис. 6. Он состоит из двух платиновых электро-

дов, помещенных в запаянную ампулу 1 с водным раствором ферроцианида калия $K_4[Fe(CN)_6]$ и феррицианида калия $K_3[Fe(CN)_6]$ одинаковой концентрации.

Площадь макроэлектрода 3 значительно (более чем в 40 раз) превышает площадь микроэлектрода 2. Если кривизна поверхности микро-

электрода мала, скорость электрохимической реакции бесконечно велика, а емкостью двойного электрического слоя и объемным сопротивлением можно пренебречь, то входной импеданс рассматриваемого двухполюсника определяется выражением

$$Z(j\omega) = \frac{1}{A\sqrt{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}},$$

где A – константа, величина которой при заданной концентрации окислителя и восстановителя определяется постоянной составляющей приложенного напряжения (величиной смещения) и размерами микроэлектрода.

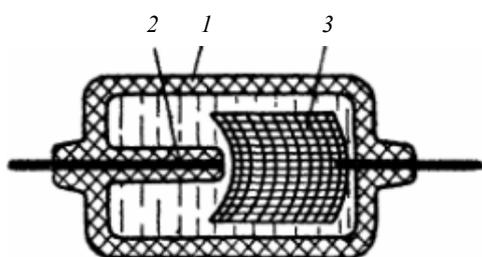


Рис. 6. Конструкция электрохимического диода: 1 – корпус; 2 – малый электрод; 3 – большой электрод

Fig. 6. Construction electrochemical diode: 1 - case; 2 - small-size electrode; 3 - large electrode

Однако наличие жидкого электролита и необходимость герметизации конструкции диода затрудняет его использование в составе малогабаритных устройств, изготавливаемых по интегральной технологии.

Более технологичной является конструкция планарного электрохимического преобразователя, общий вид которой изображен на рис. 7 [17].

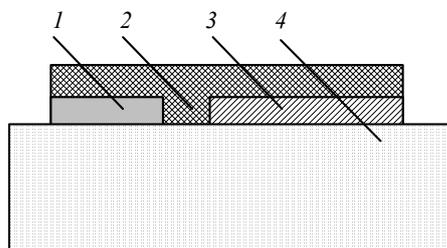


Рис. 7. Планарный электрохимический преобразователь: 1 – электрод (Pt); 2 – твердый электролит; 3 – электрод (Ag); 4 – подложка

Fig. 7. Planar electrochemical converter: 1 - electrode (Pt); 2 - solid electrolyte; 3 - electrode (Ag); 4 - substrate

Здесь в качестве электролита используется твердый электролит системы RbAg_4I_5 . Экспериментально показано, что в качестве поляризуемых электродов можно использовать электроды

из платины. При этом частотные зависимости модуля импеданса и фазового угла описываются выражениями, соответственно,

$$|Z_{\text{Ag}}| = A\omega^{-\alpha};$$

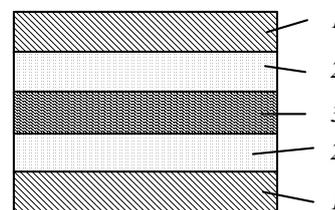
$$\varphi(\omega) = \arg Z_{\text{Ag}}(j\omega) = -\frac{\pi}{2} = \text{const},$$

где A и α – постоянные.

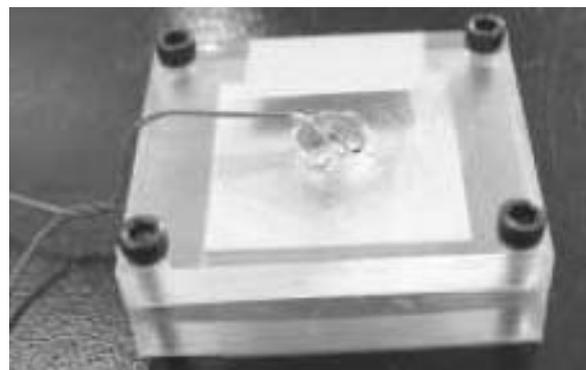
Для различных образцов преобразователя значение α находилось в пределах 0,66... 0,68, а фазовый угол составлял (60...62)°.

Показано, что на параметры импеданса заметно влияет изменение температуры. Так, при изменении температуры от –20 до +50 °С модуль импеданса $|Z_{\text{Ag}}|$ увеличивается на два порядка, значение α меняется от 0,64 до 0,82 и, соответственно, фазовый угол $\varphi(\omega)$ – от 57,5 до 74,5°.

На рис. 8 изображены структура и общий вид конструкции ЭФИ, использующей свойства фрактальной геометрии границы электрод – электролит. Этот элемент получил название *Fractor™* (Bohannan G.W. Electrical component with fractional order impedance. Unated State Patent, Pub. No.: US 2006/0267595 A1, Pub. Date: Nov. 30, 2006).



a



b

Рис. 8. Фрактальный элемент *Fractor™*: a – структура в сечении; b – общий вид; 1 – внешний электрод; 2 – электролит; 3 – внутренняя проводящая пластина

Fig. 8. Fractal *Fractor™* element: a - structure in section; b - general view; 1 - external electrode, 2 - electrolyte; 3 - inner conductive plate

Размеры конструкции составляют $3,5 \times 3,5 \times 1,0$ см. Фрактальные свойства границы электрод – электролит (значение α) реализуются за счет заданной шероховатости поверхности внутренней пластины. В качестве электролита используется гель, содержащий ионы лития.

Параметры данного ЭФИ лежат в пределах по углу постоянства фазы $-30 \dots -60^\circ$, по диапазону рабочих частот при неравномерности ФЧХ $\Delta\varphi = \pm 5$ составляют 5 декад. Эти параметры сильно зависят от температуры, состава электролита, материала электродов, степени обработки поверхности электродов и от степени сжатия электродных пластин.

Другой подход создания ЭФИ как целого конструктивного элемента предложен в работе [18]. На рис. 9 изображены вид специального емкостного датчика (на рисунке *bare probe*) и ЭФИ (на рис. FOE), представляющий собой емкостной датчик, погруженный в раствор поляризуемой среды.

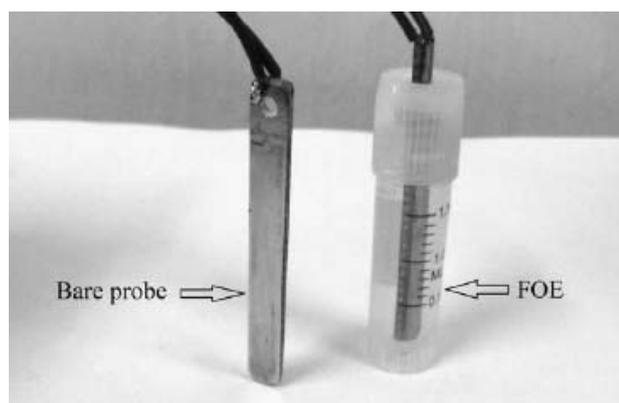


Рис. 9. Вид емкостного датчика (*Bare probe*) и конструкции ЭФИ

Fig. 9. View of the capacitive sensor (*Bare probe*) and the design of the FOE

Емкостной датчик представляет собой полоску диэлектрического материала, на поверхности которой гальваническим методом нанесено медное покрытие. На медное покрытие нанесена тонкая микропористая пленка полиметилметакрилата (ПММА) толщиной t .

Было отмечено, что фазовый угол ЭФИ можно представить как функцию трех параметров:

$$\varphi_{ZF} = f(t, A, \sigma),$$

где t – толщина пористой пленки, покрывающей электрод; A – его площадь погружения в поляризуемую среду; σ – ионное свойство поляризуемой среды.

Предварительное исследование показывает, что фазовый угол почти линейно зависит от двух факторов – A и σ . Однако стабильность и воспроизводимость характеристик и параметров ЭФИ зависит от стабильности и воспроизводимости толщины и свойств пористой пленки.

Потребность создания ЭФИ как компонента электронных схем также можно видеть еще в одной реализации, использующей композиты ионных полимерных материалов (*IPMC*) [19]. *IPMC* представляют собой электроактивные материалы из ионных полимерных тонких мембран с металлизацией платиной на их поверхностях. Электрохимические свойства *IPMC* предполагают возможность использования их в качестве компактных ЭФИ.

Существуют различные типы ионных полимеров, но типичный *IPMC*, используемый во многих исследованиях, состоит из перфторированной ионообменной мембраны *Nafion 117*. Структура ЭФИ, использующая этот материал, представлена на рис. 10.

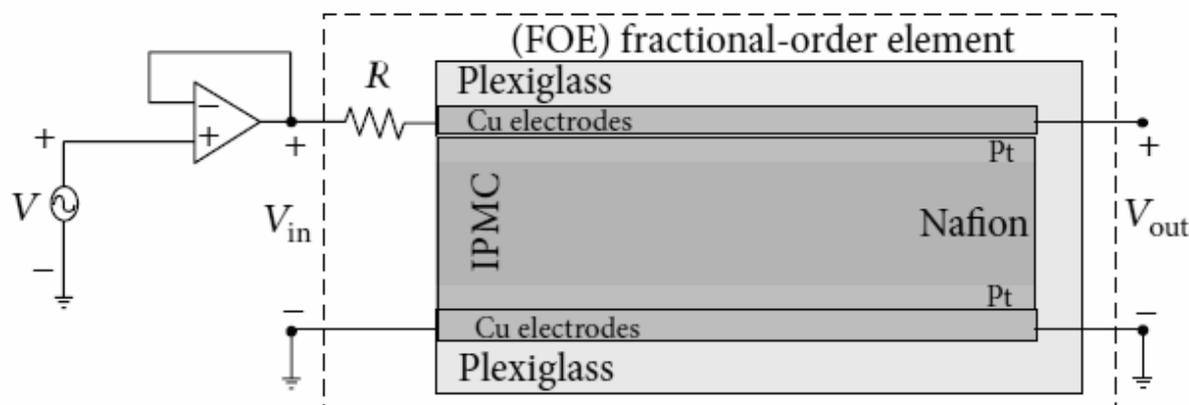


Рис. 10. Схематическое изображение ЭФИ на основе *IPMC*

Fig. 10. Schematic image of FOE based on *IPMC*

Платиновые электроды часто состоят из небольших взаимосвязанных металлических частиц, образующих дендритные структуры, которые простираются от поверхности в мембрану.

Общий вид экспериментальных ЭФИ на основе *IPMC* изображен на рис. 11.

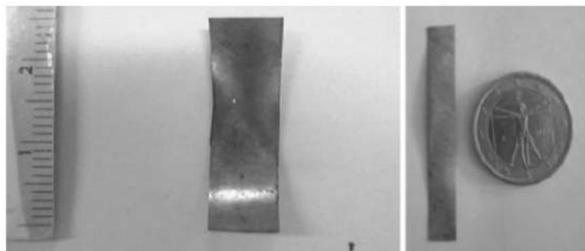


Рис. 11. Общий вид экспериментальных ЭФИ на основе *IPMC*

Fig. 11. General view of experimental *IPMC* based FOEs

Поскольку работа рассмотренных ЭФИ на основе электрохимических процессов основана на

диффузии и дрейфе ионов электролита, то они хорошо работают в диапазонах низких и инфранизких частот (доли герца – десятки кГц). Однако они плохо совместимы с современными технологиями интегральных микросхем, воспроизводимость величины фрактального импеданса сильно зависит от воспроизводимости свойств границы электрод – электролит, которая, в свою очередь, определяется большим числом неконтролируемых факторов.

В работе [20] были предложены ЭФИ на основе сегнетоэлектрика. ЭФИ представляет собой двухслойную структуру, каждый слой которой выполнен из сегнетоэлектрического полимера, характеризующегося фрактальным поведением с собственным дробным показателем α . Результирующий дробный показатель частотной зависимости импеданса определяется соотношением компонентов смеси в полимере и соотношением толщин соединяемых слоев.

Процесс изготовления ЭФИ и конструкция ЭФИ на печатной плате изображены на рис. 12.

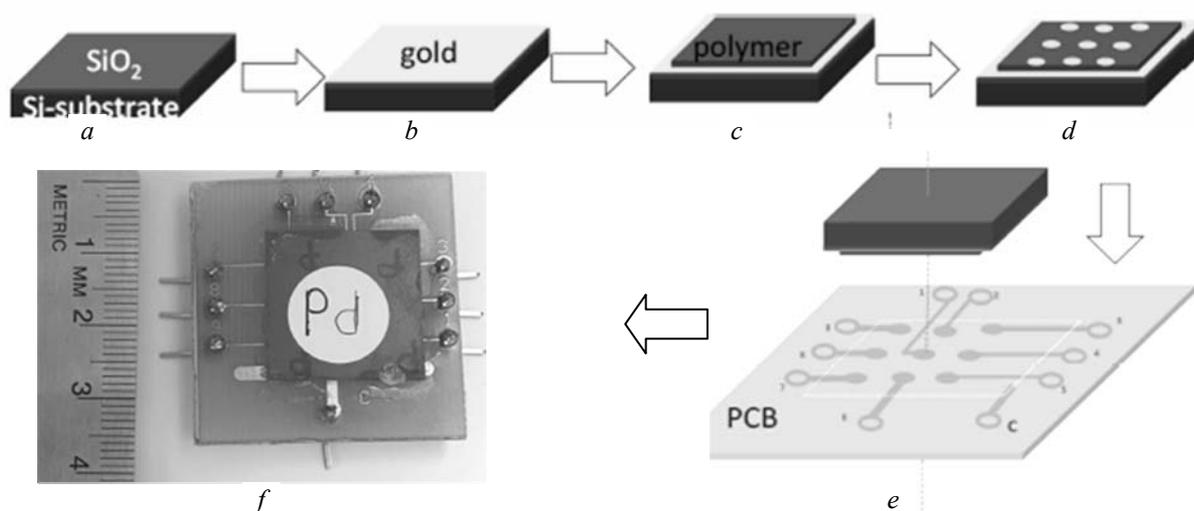


Рис. 12. Последовательность операций при изготовлении ЭФИ (*a, b, c, d, e*); ЭФИ в сборе на печатной плате (*f*)

Fig. 12. The sequence of operations in the manufacture of FOE (*a, b, c, d, e*); FOE assembled on a printed circuit board (*f*)

На кремниевую подложку, покрытую слоем SiO_2 (*a*), наносится сплошной слой Au (*b*), образующий общий электрод будущих ЭФИ. Затем на этот электрод путем распыления осаждают два слоя полимера с сегнетоэлектрическими свойствами (*c*). Девять верхних электродов ЭФИ формируются с помощью теневой маски с использованием подслоя Ti толщиной 10 нм и слоя Au толщиной 190 нм (*d*). Таким образом, формируется девять отдельных ЭФИ на площади 2×2 см. Полученный кристалл устанавливается на коммутационную плату (*e*), и после пайки и изготовления выводов устройство готово

для дальнейшего использования (*f*). Из-за малых размеров каждого ЭФИ диапазон работы устройств лежит в пределах от 100 кГц до 10 мГц. Однако они реализуют значения α лишь от 0,69 до 0,9 в пределах одной частотной декады. Кроме того, в конструкции ЭФИ используются достаточно дорогие материалы, а зависимость показателя α от соотношения компонентов в полимерах и соотношении толщин не позволяет получать хорошую воспроизводимость α .

В работе [21] показано, что фрактальный импеданс можно получить на основе МОП-струк-

тур, если металлический электрод МОП-конденсатора выполнить в форме какого-либо геометрического фрактала. Для примера на рис. 13 показано изображение конструкции

ЭФИ, показатель α импеданса которого определяется фрактальной размерностью рисунка металлического электрода, соответствующего фракталу Гильберта.

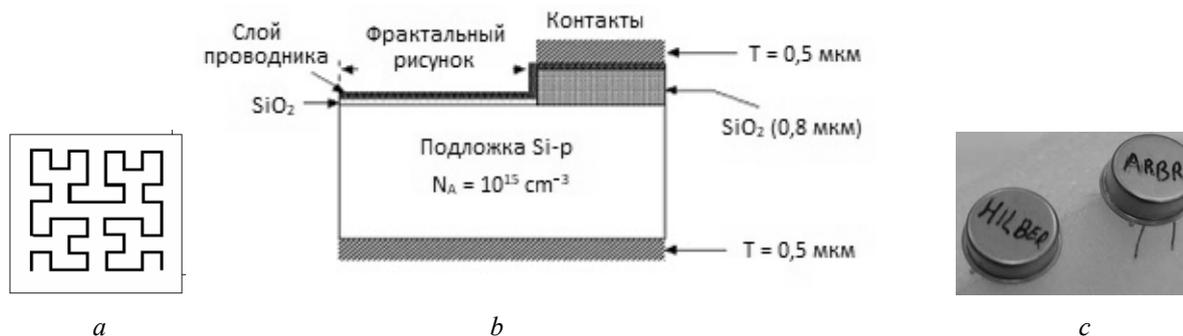


Рис. 13. ЭФИ на основе МОП-структуры: *a* – вид на фрактальный рисунок проводника; *b* – структура элемента (поперечное сечение кристалла); *c* – вид ЭФИ в корпусе

Fig. 13. FOE based on the MOS structure: *a* - view of the fractal pattern of the conductor; *b* - element structure (crystal cross section); *c* - view of the FOE in the casing

К достоинствам такого ЭФИ можно отнести возможность изготовления элемента по интегральной технологии в одном кристалле совместно с другими полупроводниковыми элементами схемы, малые размеры, характерные для полупроводниковых микросхем. Однако недостатками ЭФИ на этой основе является ограниченное число значений α , определяемое наличием геометрических фракталов простой конфигурации, и заметное влияние на величину α размерных эффектов, проявляющихся в конструкциях микрометровых размеров.

Представленные ЭФИ не исчерпывают все описанные в открытой литературе конструкции и принципы формирования фрактальных импедансов. Другие варианты ЭФИ данной группы можно найти в работе [22]. Однако все они имеют кроме индивидуальных особенностей и общий недостаток – невозможность изготовления с заданными электрическими и эксплуатационными характеристиками в промышленных масштабах с целью коммерческого использования.

ЭФИ на основе многослойной резистивно-емкостной среды. Как будет показано ниже, по принципу формирования ЭФИ похожи на ЭФИ первой группы, но в отличие от них представляют конструктивно законченные элементы, при изготовлении которых используются интегральные технологии пленочных или полупроводниковых микросхем.

Пример структуры слоев многослойной резистивно-емкостной среды представлен на рис. 14 [23].

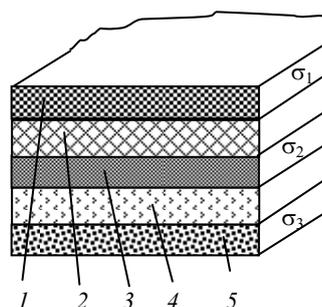


Рис. 14. Фрагмент многослойной резистивно-емкостной среды со структурой слоев вида R1-C1-R2-C2-R3: 1, 3, 5 – резистивные слои, соответственно, R1, R2, R3; 2, 4 – диэлектрические слои, соответственно, C1, C2; σ_1 , σ_2 , σ_3 – удельные объемные проводимости резистивных слоев

Fig. 14. Fragment of a multilayer resistive capacitive medium with layer structure view R1-C1-R2-C2-R3: 1, 3, 5 - resistive sheets R1, R2, R3; 2, 4 - dielectric layers C1, C2; σ_1 , σ_2 , σ_3 - specific volume conductivities of resistive layers

На основе этой среды можно сформировать резистивно-емкостные элементы с распределенными параметрами (RC-ЭПИ) с различными структурами слоев. Некоторые из вариантов RC-ЭПИ и их условные графические обозначения как элементов схем изображены на рис. 15. Несмотря на то, что в структуре слоев фрагмента, изображенного на рис. 14, нет слоя обкладок, их легко получить, формируя вместо одного (рис. 15, *a*) или двух (рис. 15, *б*) резистивных слоев слои с $\sigma \rightarrow \infty$ (проводящие слои с проводимостью близкой к идеальной).

Очевидно, что на основе структуры слоев, изображенной на рис. 14, можно сформировать

RC-ЭРП и с другими структурами слоев. При этом, в отличие от цепей на RC-ЭСП, RC-ЭРП

являются многополюсными элементами и имеют множество вариантов двухполюсных включений.

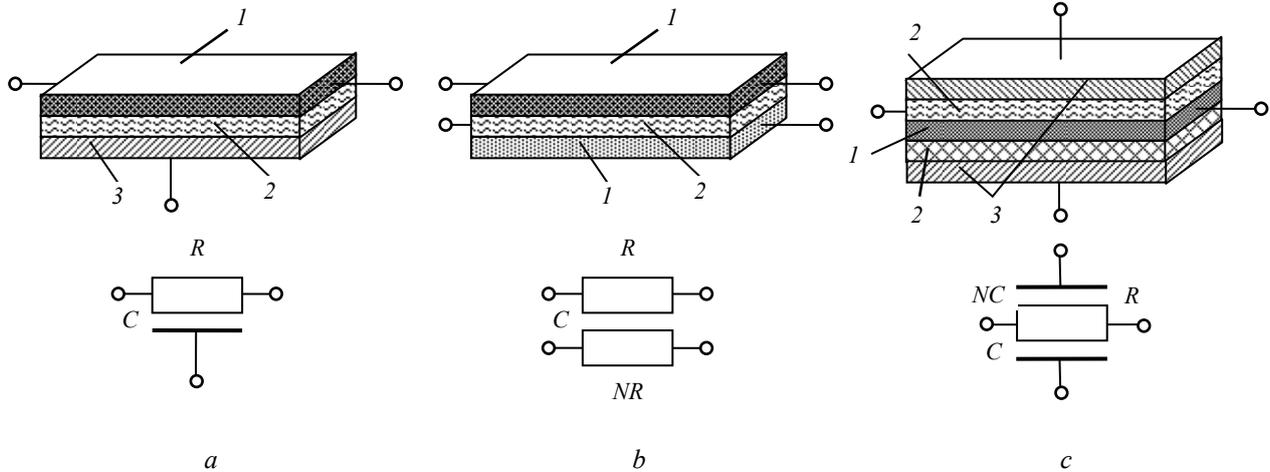


Рис. 15. Варианты RC-ЭРП со структурами слоев вида: а – R-C-0; б – R1-C-R2; в – C1-R-C2 (1 – резистивные слои, 2 – диэлектрические слои, 3 – проводящие обкладки)

Fig. 15. Variants of RC-EDP with layer structures of the form: a - R-C-0; b - R1-C-R2; c - C1-R-C2 (1 - resistive layers, 2 - dielectric layers, 3 - conductive plates)

Как правило, в реальных конструкциях RC-ЭРП толщина слоев на несколько порядков меньше длины и ширины элемента. Поэтому для анализа эти элементы считаются двумерными. Но в частном случае, когда удельные параметры слоев не зависят от координат в плоскости слоев, а контакты к резистивным слоям расположены так, как показано на рис. 15, и образуют контакты по всей ширине резистивных слоев, то для анализа эти RC-ЭРП можно считать одномерными. Тогда в качестве математических моделей таких элементов можно использовать длинные RC-линии с соответствующей структурой слоев. В дальнейшем будем называть такие RC-ЭРП одномерными однородными (ОО) и обозначать как ОО R-C-0 ЭРП (ОО R-C-NR ЭРП, ОО C-R-NC-ЭРП и т. п., где $N = R2/R1$ или $C2/C1$).

Таким образом, ОО R-C-0 ЭРП имеет такой же характер импеданса при двухполюсном включении, как и длинная RC-линия, т. е. характеризуется импедансом с дробностепенной зависимостью от частоты с показателем $\alpha = 0,5$ и может использоваться в качестве ЭФИ. Для подтверждения этого на рис. 16 изображены схема двухполюсного включения RC-ЭРП и графики ЛАЧХ и ФЧХ нормированного импеданса двухполюсника $\bar{Z} = \text{cth } \theta/\theta$, где $\theta = \sqrt{j\omega RC}$ – постоянная распространения RC-линии, R и C – сопротивление и емкость линии полные [24].

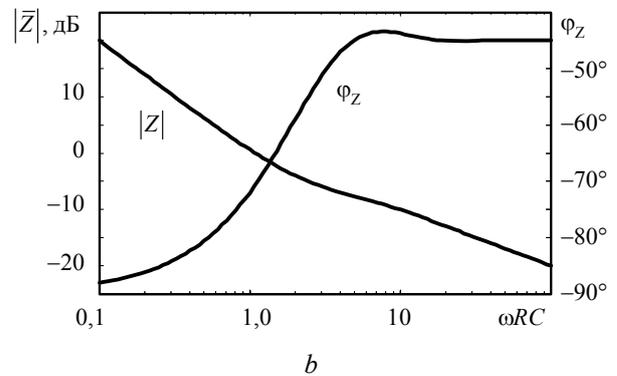
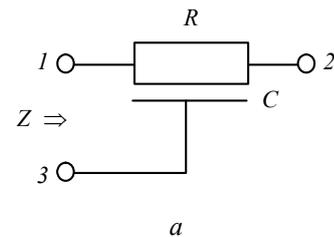


Рис. 16. Одномерный однородный R-C-0 ЭРП в двухполюсном включении: а – схема включения; б – графики ЛАЧХ и ФЧХ импеданса

Fig. 16. One-dimensional homogeneous R-C-0 EDP in bipolar switching: a - switching scheme; b - graphs of bode amplitude plot and phase response impedance

На рис. 17 изображены фотографии подложек с толсто- и тонкопленочными ОО R-C-0 ЭРП (помеченными как RC).

Также возможно изготовление ОО R-C-0 ЭРП в виде полупроводникового элемента, как показано на рис. 18 [25].

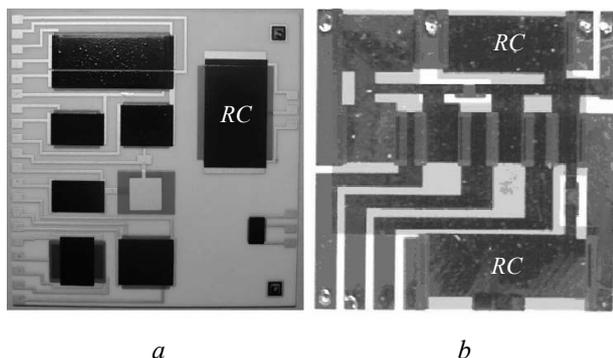


Рис. 17. Фотографии подложек с толстопленочными (а) и тонкопленочными (b) RC-ЭРП

Fig. 17. Photographs of substrates with thick-film (a) and thin-film (b) RC-EDP

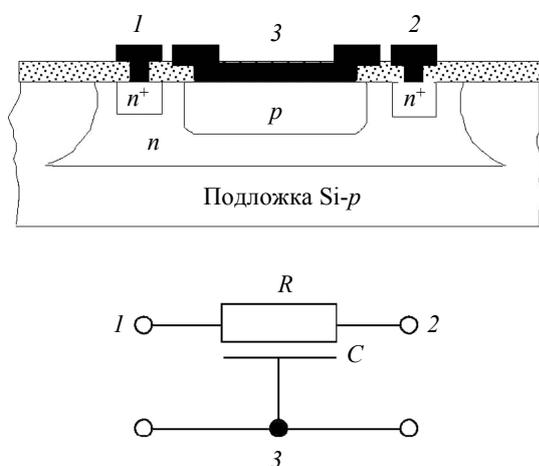


Рис. 18. ОО RC-0 ЭРП на основе биполярной транзисторной структуры

Fig. 18. One-dimensional homogeneous RC-0 EDF based on a bipolar transistor structure

Если сравнить ЭФИ на основе RC-0 ЭРП с ЭФИ на основе RC-цепей с сосредоточенными параметрами (RC-ЭСП), то можно отметить следующие его преимущества: выполняется как отдельный элемент (а не как сборка); можно изменять частотный диапазон работы ЭФИ с помощью изменения сопротивления резистивного слоя (в пленочном варианте) или изменения барьерной емкости в полупроводниковом варианте; можно компенсировать температурные изменения постоянной времени цепи путем подбора температурных коэффициентов резистивного и диэлектрического слоев. Но серьезным недостатком ЭФИ на основе RC-0 ЭРП является фиксированное значение показателя $\alpha = 0,5$.

В какой-то степени уменьшить этот недостаток можно с помощью внесения неоднородностей в топологию RC-ЭРП, формируя ширину

элемента b как некоторую функцию от координаты по длине x , т. е. $b = f(x)$, или задавая закон изменения толщины t резистивного/диэлектрического слоя как функцию от x [26]. При этом можно получить α отличным от 0,5, но за счет усложнения топологии слоев и уменьшения технологичности конструкции. Кроме того, заметно усложняется анализ и синтез ЭФИ, и для произвольных законов $b(x)$ и $t(x)$ требуется разработка специальных программ анализа и синтеза.

Гораздо большим потенциалом для получения заданного значения α (не равного 0,5) обладают двумерные однородные (ДО) RC-ЭРП. На рис. 19, а изображен вид на резистивный слой и контактные площадки ДО RC-0 ЭРП. В этом элементе распределение электрического поля зависит от двух координат в плоскости резистивного слоя, но удельные параметры слоев не зависят от координат. Очевидно, что при изменении распределения потенциалов в резистивном слое за счет введения тех или иных геометрических неоднородностей можно будет изменять и характеристики элемента.

Задачу определения распределения поля при заданных граничных условиях можно решить классическим методом конечных элементов (МКЭ), на которые разбивается вся область определения поля. Затем, определив токи в контактных площадках, можно найти параметры проводимости $y_{11}, y_{12}, y_{21}, y_{22}$ ДО RC-0 ЭРП как некоторого четырехполюсника. По найденным y -параметрам можно вычислить АЧХ и ФЧХ импеданса, чтобы оценить возможность использования данного ДО RC-0 ЭРП в качестве ЭФИ.

Однако при сложной топологии резистивного слоя МКЭ трудноформализуем и требует обязательного вычисления распределения поля в резистивном слое. Поэтому в работе [27] был предложен более эффективный метод определения параметров проводимости ДО RC-0 ЭРП при топологии любой сложности без определения распределения поля в резистивном слое структуры. Этот метод получил название метода конечных распределенных элементов (МКРЭ), в котором каждый конечный элемент заменяется электрическим аналогом, состоящим из четырех одинаковых RC-линий (рис. 19, b). Такой конечный элемент получил название двумерного конечного распределенного элемента (ДО КРЭ). Объединяя ДО КРЭ в соответствии с выбранной топологией резистивного слоя и контактных площадок, получим схему замещения ДО RC-0 ЭРП, фрагмент которой показан на рис. 19, c. Классические матричные методы ана-

лиза цепей позволяют найти параметры проводимости многополюсного электрического элемента без определения потенциалов в узлах цепи.

На основе МКРЭ была создана программа анализа и синтеза двумерных ЭФИ, в которой были использованы ДО КРЭ как со структурами слоев $R-C-0$, так и $R-C-NR$ (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010612900. Программа синтеза конструкции

резистивно-емкостных элементов с распределенными параметрами / А. В. Филиппов, П. А. Ушаков, К. В. Красноперов. Зарегистрирована в Реестре программ для ЭВМ 28 апреля 2010 г.). На рис. 20 представлены результаты синтеза топологии ЭФИ на основе ДО $R-C-NR$ ЭРП при заданном значении угла постоянства фазы имеданса $\varphi_Z = 23,5 \pm 1,5^\circ$ ($\alpha = 0,26$) и выбранной схеме двухполюсного включения.

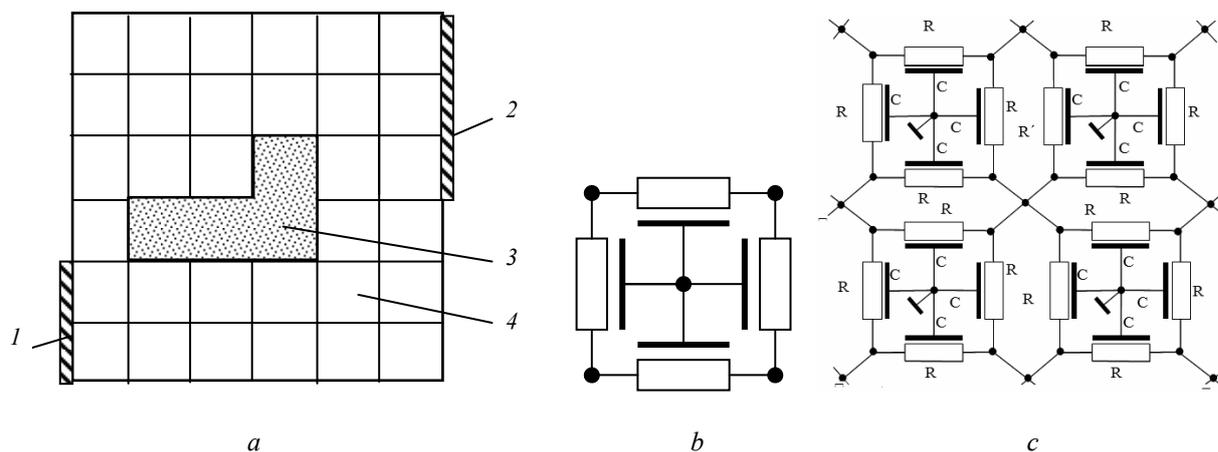


Рис. 19. Конструкция ДО $R-C-0$ ЭРП (вид на резистивный слой и контактные площадки) (а); схема замещения конечного элемента (б); фрагмент схемы замещения участка ДО $R-C-0$ ЭРП вне контактных площадок и вырезов (с)

Fig. 19. The two-dimensional homogeneous $R-C-0$ distributed-constant element construction (a resistive layer and pads view) (a); the finite element equivalent circuit (b); fragment of the equivalent circuit diagram outside pads and cutouts (c)

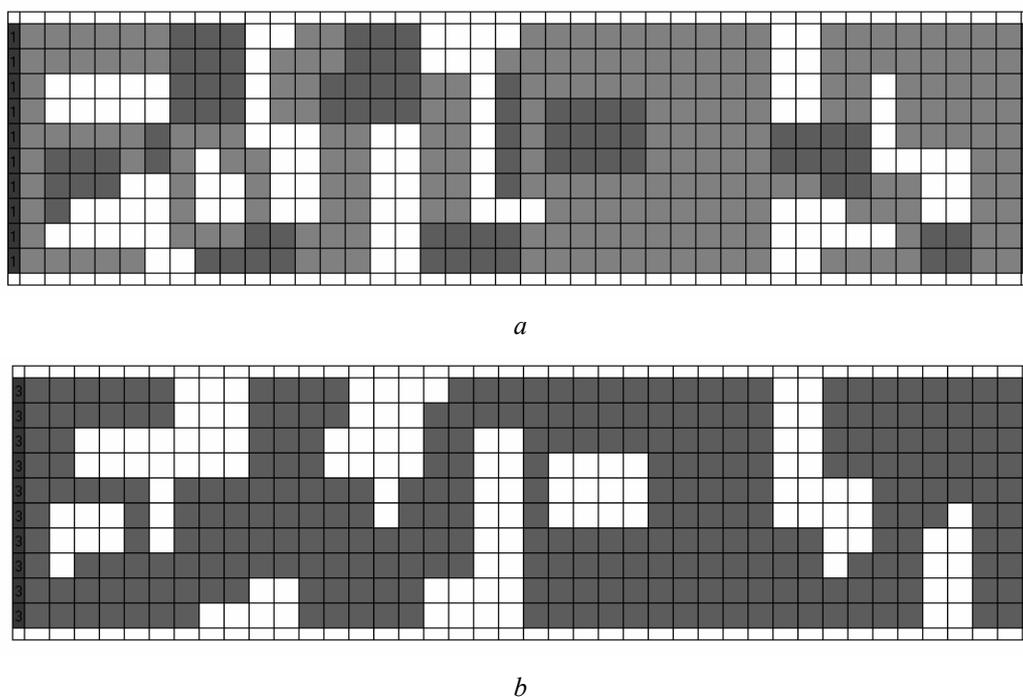


Рис. 20. Результаты синтеза ЭФИ на основе ДО $R-C-NR$ ЭРП: а – вид на слой R ; б – вид на слой NR

Fig. 20. The results of the synthesis of FOE based on a two-dimensional homogeneous $R-C-NR$ EDP:
a - view of the layer R ; b - view of the NR layer

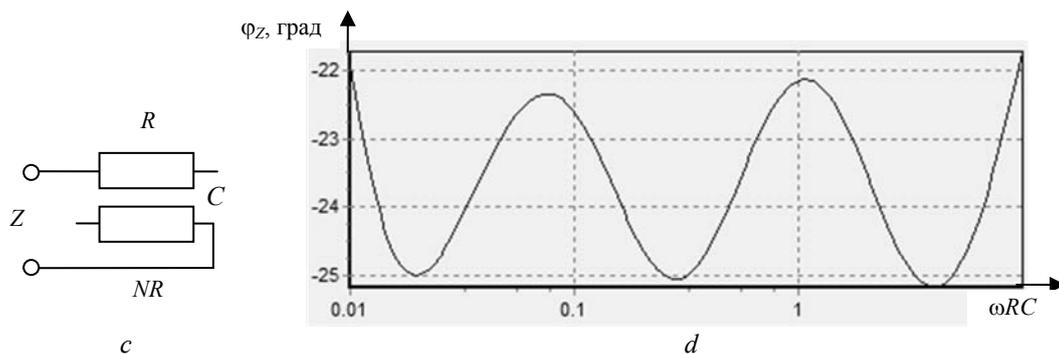


Рис. 20 (окончание). Результаты синтеза ЭФИ на основе ДО $R-C-NR$ ЭРП:
 c – схема включения RC -ЭРП; d – ФЧХ импеданса синтезированного ЭФИ

Fig. 20 (continued). The results of the synthesis of FOE based on a two-dimensional homogeneous $R-C-NR$ EDP:
 c - RC -EDP switching circuit; g - phase response impedance of the synthesized FOE

Синтезированный ЭФИ имеет постоянство фазы в пределах трех декад с допустимой неравномерностью. Однако, как правило, такие ЭФИ имеют сложную топологию слоев, которая достаточно точно может быть воспроизведена лишь с помощью тонкопленочной технологии.

На рис. 21 изображена фотография экспериментальных тонкопленочных ЭФИ на основе ДО $R-C-NR$ ЭРП, расположенных на подложке 15×18 мм.

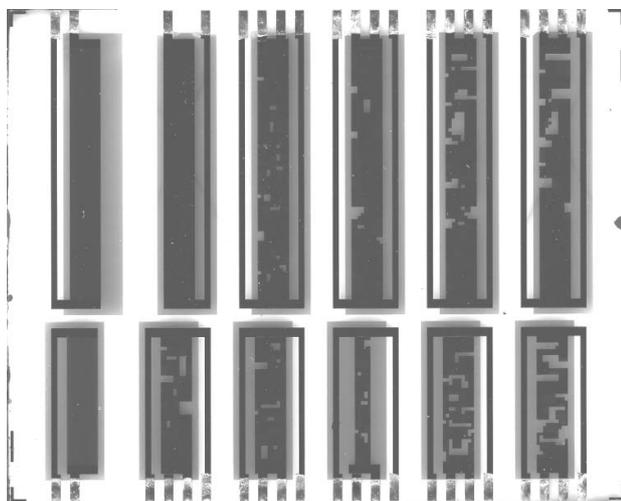


Рис. 21. Фотография экспериментальных тонкопленочных ЭФИ на основе ДО $R-C-NR$ ЭРП

Fig. 21. Photograph of experimental thin-film FOE based on two-dimensional homogeneous $R-C-NR$ EDP

Анализируя характеристики и особенности рассмотренных ЭФИ на основе RC -ЭРП, можно прийти к выводу, что ЭФИ на основе ОО RC -ЭРП характеризуются простотой конструкций, реализуют импедансы с показателем $\alpha = 0,5$ и могут быть изготовлены с помощью любой пленочной или полупроводниковой технологии.

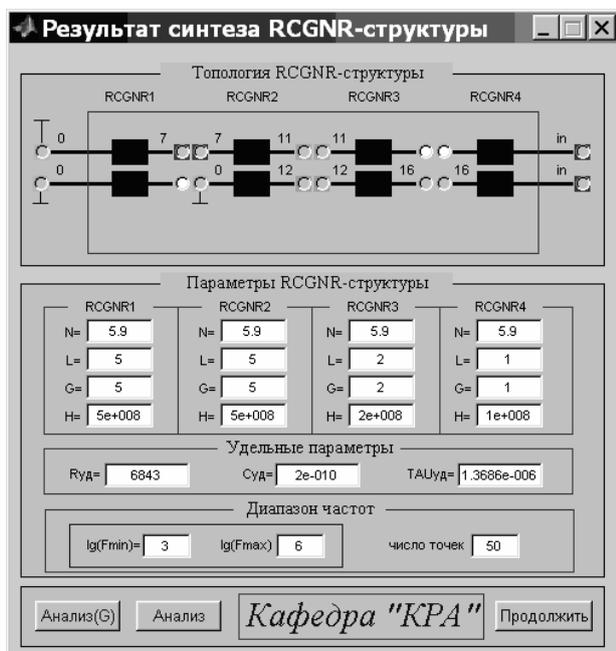
Диапазон значений α можно несколько расширить лишь за счет формы резистивных слоев.

В то же время, как показывают результаты моделирования, ЭФИ на основе ДО RC -ЭРП могут реализовать более широкий диапазон значений α за счет довольно сложной топологии резистивных слоев, но с приемлемой точностью и воспроизводимостью могут быть изготовлены лишь с помощью тонкопленочной технологии.

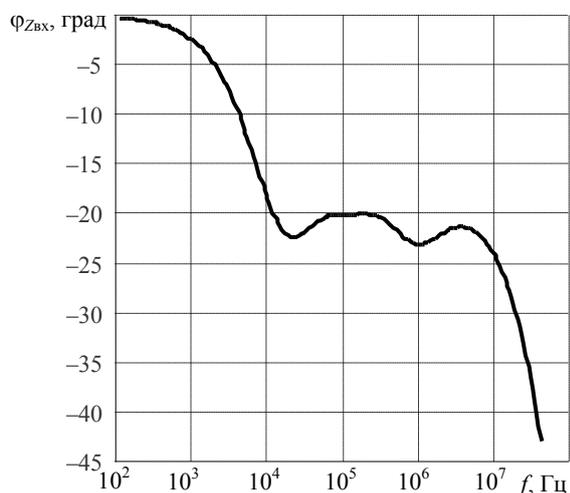
В работе [28] предложен метод создания ЭФИ на основе ОО RC -ЭРП, но с использованием не одного, а нескольких RC -ЭРП, объединенных схмотехнически и конструктивно в один электронный компонент. Это в какой-то мере напоминает способ создания ЭФИ на основе RC -ЭСП с тем отличием, что в качестве элементов цепи выступают RC -ЭРП. Если при синтезе топологии и параметров элементов цепи на основе RC -ЭСП используют хорошо известные методы синтеза электрических цепей, то для синтеза схемы соединений RC -ЭРП и их параметров в настоящее время не существует теоретической основы. Поэтому для синтеза ЭФИ на основе комбинации ОО RC -ЭРП был разработана программа синтеза в среде Matlab [29].

Для синтеза ЭФИ в программе предусмотрено использование четырех ОО $R-C-NR$ ЭРП, математическими моделями которых являются неопределенные матрицы u -параметров $R-C-NR$ -линий [30]. Варьируемыми параметрами этих линий являются длина L_i и погонное сопротивление слоя $R_{уд}$, а погонная емкость $C_{уд}$ между резистивными слоями и коэффициент N одинаковы для всех линий. Все физически возможные соединения между линиями представлены в виде матриц инцидентности I_k . В программе реализован генетический алгоритм (ГА) поисковой оптимизации целевой функции в пространстве параметров $L_i, R_{уд}, C_{уд}, N$ и I_k .

Результатом работы программы является схема внутренней коммутации $R-C-NR$ -линий, длины L_i , погонные параметры слоев, коэффициент N , обеспечивающие выполнение заданной формы ФЧХ импеданса ЭФИ в заданном диапазоне частот. В качестве примера на рис. 22 представлены результаты синтеза модели ЭФИ по уровню постоянства ФЧХ импеданса $-20 \pm 2^\circ$.



a



b

Рис. 22. Результаты работы программы синтеза модели ЭФИ по уровню постоянства ФЧХ импеданса -20° : а – диалоговое окно с результатом синтеза; б – ФЧХ импеданса модели

Fig. 22. The results of the program for synthesizing the FOE model according to the constancy of the phase-frequency impedance level -20° : a - synthesis result dialog box; b - phase response impedance model

Схема коммутации синтезированной модели ЭФИ в соответствии с результатами синтеза (рис. 22, а) изображена на рис. 23, а. Для изготовления толстопленочного образца в качестве резистивного слоя была использована паста рутениевая серии 3100 ТУ-003-00387275-2012 с поверхностным сопротивлением $R_{sq} = 7$ кОм/□, а в качестве диэлектрического слоя – паста серии 6000 ТУ-006-00387275-2012 с удельной емкостью $C_{sq} = 52$ пФ/мм². Рассчитанные размеры секций (физических аналогов $R-C-NR$ -линий) спроектированного ЭФИ составили: длина $L_1 = 10$ мм; $L_2 = 14$ мм; $L_3 = 2$ мм; ширина $W = 2$ мм. Общий вид конструкции ЭФИ изображен на рис. 23, б.

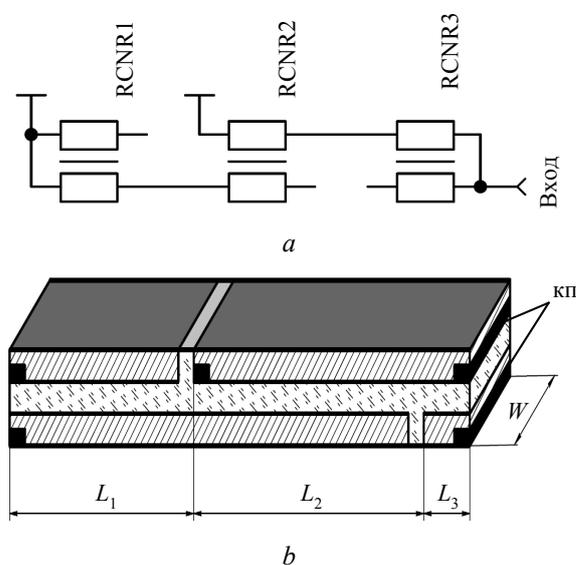


Рис. 23. ЭФИ с уровнем постоянства ФЧХ импеданса $-20 \pm 2^\circ$: а – схема коммутации секций; б – общий вид конструкции

Fig. 23. FOE with a constant level of the phase response of the impedance $-20 \pm 2^\circ$: a - circuit switching sections; b - general view of the structure

При разработке топологии было учтено, что второй и третий $R-C-NR$ -ЭРП в модели ЭФИ (рис. 22) можно объединить в одну секцию и тем самым упростить топологию.

Аналогичным образом были спроектированы ЭФИ с постоянством фазы ФЧХ импеданса -10 , -30 и -40° . Все ЭФИ и необходимые контрольные элементы были скомпонованы для размещения на одной подложке размером 48×60 мм из алюмооксидной керамики и изготовлены по толстопленочной технологии. На рис. 24 изображен вид подложки с изготовленными на ней толстопленочными ЭФИ и контрольными структурами и элементами. ЭФИ на -10 , -20 и -30° продублированы.

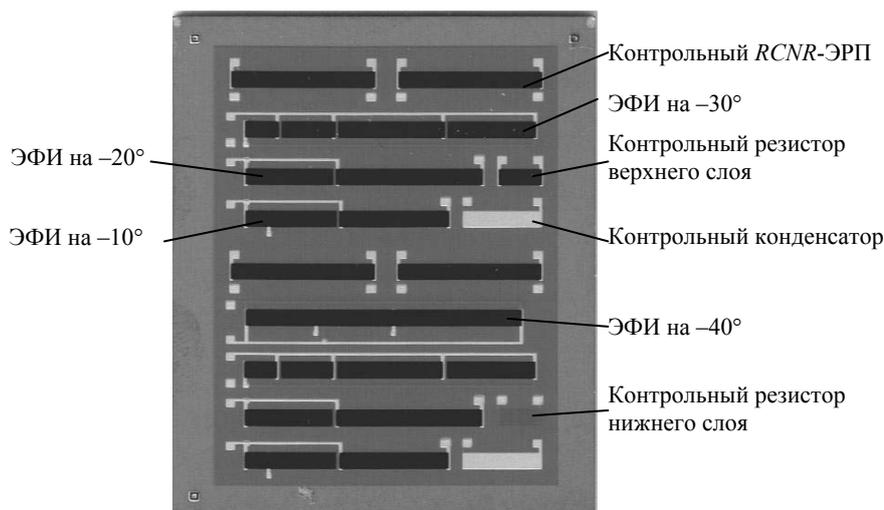


Рис. 24. Вид подложки с толсто пленочными ЭФИ и контрольными элементами

Fig. 24. Substrate view with thick film FOE and control elements

Измерения ФЧХ импеданса ЭФИ выполнялись с помощью анализатора импеданса WayneKerr 6550B с рабочим диапазоном частот 20 Гц ... 50 МГц. Результат измерения образца ЭФИ с постоянством фазы ФЧХ импеданса -20° в сравнении с ФЧХ импеданса синтезированной модели (рис. 22, b) приведен на рис. 25

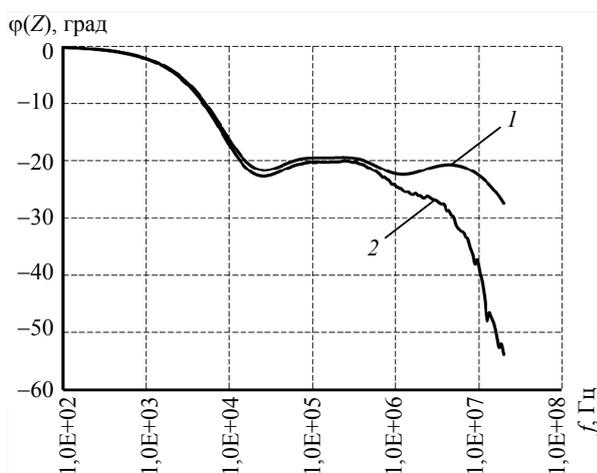


Рис. 25. Графики ФЧХ импеданса ЭФИ с постоянством фазы -20° (1 – ФЧХ синтезированной модели, 2 – измеренная ФЧХ)

Fig. 25. Phase response FOE Impedance chart with constant phase -20° (1 - phase response of synthesized model, 2 - measured phase response)

Сравнение графиков ФЧХ импеданса синтезированной модели ЭФИ и изготовленного образца показывает, что используемые модели ЭФИ, алгоритмы и программа синтеза позволяют проектировать и изготавливать образцы ЭФИ, характеристики которых хорошо совпадают с результатами синтеза в широком диапа-

зоне частот. Однако на высоких частотах наблюдается резкий спад ФЧХ по сравнению с моделью. Дело в том, что используемая модель ЭФИ не учитывает конструктивное исполнение образца, при котором могут возникать паразитные емкости между контактными площадками к разным резистивным слоям, расположенными друг над другом или между контактной площадкой к верхнему (нижнему) резистивному слою и противоположающему ему нижнему (верхнему) резистивному слою. В используемых моделях также не учитывается наличие паразитной индуктивности длинных резистивных полосок и соединительных проводящих дорожек. Уточнение моделей ЭФИ и более тщательное проектирование, на наш взгляд, могут расширить частотный диапазон постоянства фазы ФЧХ импеданса ЭФИ.

Диапазон реализуемых значений показателя α импеданса ЭФИ с помощью разработанной программы был исследован в работе [31]. При этом были получены ЭФИ с уровнем постоянства фазы ФЧХ входного импеданса от -5° ($\alpha \approx 0,06$) до -85° ($\alpha \approx 0,94$).

Полученные результаты проектирования и изготовления ЭФИ на основе комбинации ОО R-C-NR ЭРП делают этот вид ЭФИ пригодным для реализации в промышленных масштабах по следующим причинам.

1. Наличие математических моделей ОО R-C-NR ЭРП.
2. Наличие разработанных численных методов анализа и синтеза ЭФИ.
2. Наличие проверенного на практике программного обеспечения синтеза ЭФИ.
3. Простота конструкции ЭФИ.

4. Возможность реализации как в виде отдельных электронных компонентов, так и в составе полупроводниковых микросхем.

5. Широкий диапазон значений реализуемых показателей α .

Применение ЭФИ для моделирования динамических систем дробного порядка

Поскольку в настоящее время нет промышленно изготавливаемых ЭФИ, то невозможно показать примеры устройств (назовем их фрактальными устройствами), использующих ЭФИ, которые бы в каких-то объемах использовались в науке и технике. Однако наличие даже экспериментальных образцов ЭФИ позволяет оценивать потенциальные достоинства их применения, возможные ограничения, методики проектирования с учетом тех особенностей, которые отличают ЭФИ от традиционных пассивных элементов, используемых в схемотехнике и аналоговом моделировании.

Все описанные в предыдущих разделах образцы ЭФИ представляют собой так называемые фрактальные емкости в силу своей физической природы. Они имеют отрицательный фазовый угол импеданса. Учитывая это обстоятельство, выражение для импеданса фрактальной емкости можно записать как

$$Z_{C_\alpha}(p) = \frac{1}{p^\alpha C_\alpha},$$

где C_α – псевдоемкость (фрактальная емкость), имеющая размерность $\Phi \cdot c^{(1-\alpha)}$; $p = \sigma + j\omega$ – комплексная частота; α – положительное вещественное число $|0 < \alpha < 1|$.

Для получения ЭФИ с индуктивным характером импеданса, выражение для которого можно записать как

$$Z_{L_\beta}(p) = p^\beta L_\beta,$$

где L_β – псевдоиндуктивность (фрактальная индуктивность), имеющая размерность $\Gamma \cdot c^{(\beta-1)}$; β – положительное вещественное число $|0 < \beta < 1|$, используют обобщенный преобразователь импеданса (GIC), нагружая его на Z_{C_α} . Тогда входной импеданс GIC будет иметь характер фрактальной индуктивности [32].

Интеграторы и дифференциаторы дробного порядка

Наиболее распространенным видом преобразования аналоговых сигналов являются операции интегрирования и дифференцирования (ИД), выполняемые в настоящее время с помощью RC-ЭСП и операционных усилителей (ОУ).

Схемы дифференциаторов и интеграторов дробного порядка (ДИД) отличаются от классических только тем, что место обычного конденсатора занимает ЭФИ с $Z_F = Z_{C_\alpha}$, как показано на рис. 26.

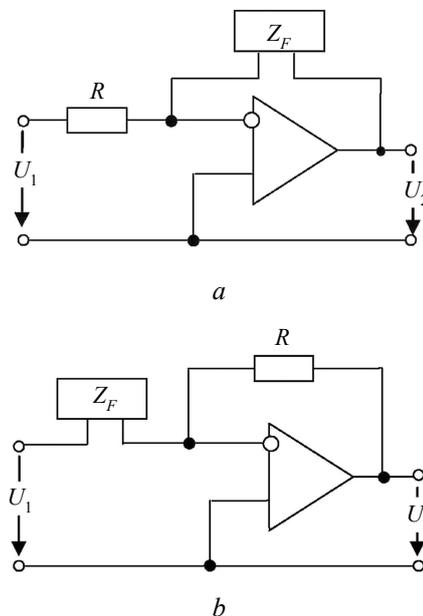


Рис.26. Схемы интегратора (а) и дифференциатора (b) дробного порядка на основе ОУ

Fig. 26. Integrated circuits (a) and differentiator (b) of fractional order based on an operational amplifier

Рассмотрим результаты ДИД на конкретном примере, используя в качестве Z_F толсто пленочный ЭФИ на основе ОО R-C-NR ЭРП [33], общий вид которого и схемотехническая модель показаны на рис. 27.

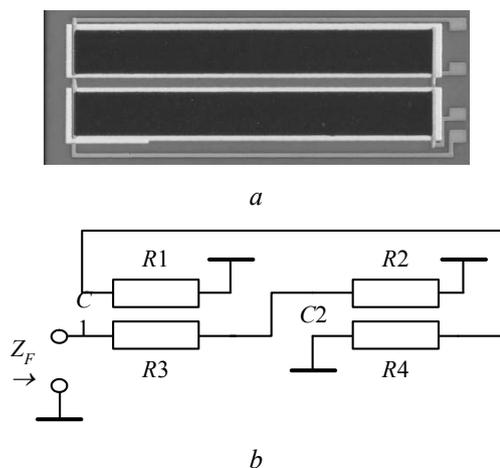
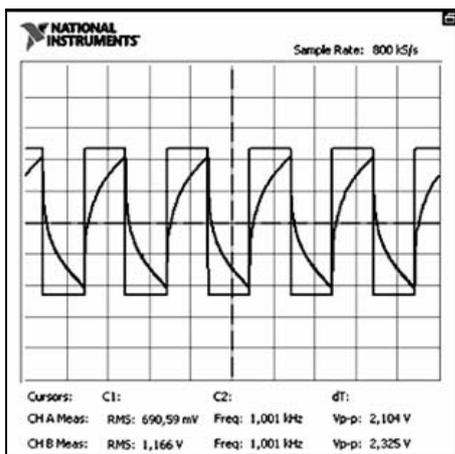


Рис. 27. ЭФИ на основе ОО R-C-NR ЭРП: а – фото толсто пленочного образца; б – схемотехническая модель

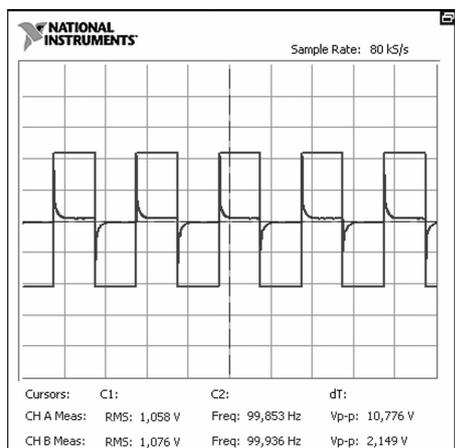
Fig. 27. FOE based on a one-dimensional homogeneous R-C-NR EDP: a - photo of a thick-film sample; b - circuit model

Работа интегратора и дифференциатора была проверена с помощью измерительной системы на базе станции NI ELVIS, временные диаграммы сигналов на выходе устройств ДИД изображены на рис. 28.

Полученные результаты хорошо согласуются с результатами аналитического решения [34] и с результатами работы устройств ДИД на других типах ЭФИ, описанных в предыдущих разделах.



a



b

Рис. 28. Временные диаграммы выходных сигналов устройств ДИД на действие сигналов в виде периодической импульсной последовательности: a – интегратора; b – дифференциатора

Fig. 28. Device output timing charts fractional integration / differentiation on the action of signals in the form of a periodic pulse sequence: a - integrator; b - differentiator

Решение уравнений дробного порядка с помощью аналоговых операций ДИД

Возможность выполнения аналоговых операций ДИД можно использовать для построения аналоговых решателей дифференциальных урав-

нений дробного порядка, которые могут найти применение в создании гибридных аналоговых вычислительных машин нового класса. Пример такого подхода продемонстрирован в работе [35].

Пусть поведение некоторой системы характеризуется дифференциальным уравнением вида

$$80 \cdot 10^{-6} \cdot D^{1,2}[y(t)] + 260 \cdot 10^{-6} \cdot D^{0,1}[y(t)] = 10^{-12} \cdot D^{2,2}[u(t)] + 10^{-8} \cdot D^{0,8}[u(t)], \quad (5)$$

где $u(t) = 40e^{-100000t} \cdot \sin(2\pi \cdot 100000t)$ – возбуждающая функция.

Необходимо найти реакцию системы на указанное воздействие. Для получения решения с помощью аналоговых операторов интегрирования и дифференцирования составляется структурная схема алгоритма, изображенная на рис. 29.

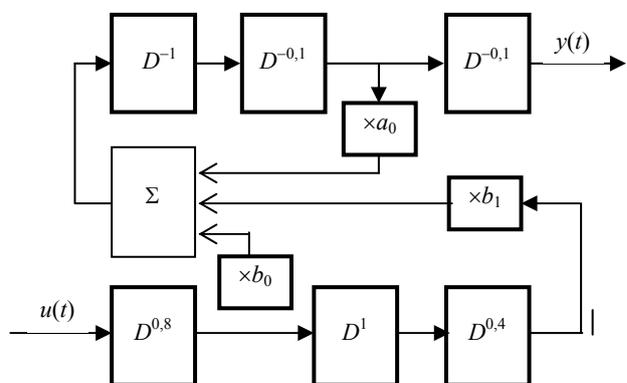


Рис. 29. Структурная схема для решения уравнения (5)

Fig. 29. Block diagram for solving equation (5)

Здесь $a_0 = -3,25$; $b_0 = 1,25 \cdot 10^{-8}$; $b_1 = 1,25 \cdot 10^{-4}$. Отрицательный знак порядка оператора дифференцирования D обозначает интегрирование, а положительный – дифференцирование (см. (1)), знак \times обозначает, что результат соответствующей операции умножается на некоторый коэффициент.

Решение было выполнено в программе схемотехнического моделирования OrCAD, в которой устройства ДИД были реализованы по схемам рис. 26, а в качестве Z_F были использованы схемотехнические модели ЭФИ на основе ОО R-C-NR ЭРП, имеющие соответствующие показатели дробно-степенной зависимости импеданса от частоты α . Вид полученной реакции системы дробного порядка, описываемой уравнением (5), на возбуждение $u(t)$ показан на рис. 30.

Решение уравнения (5) было выполнено также численным методом Грюнвальда – Летникова в программе Matlab и с точностью до посто-

янного множителя совпало с решением, полученным с помощью аналогового решателя. Таким образом, имея набор операционных блоков дробного порядка и стандартные блоки АВМ, можно в режиме реального времени исследовать поведение динамических систем дробного порядка, предсказывать поведение системы при изменении как параметров системы, так и входных воздействий.

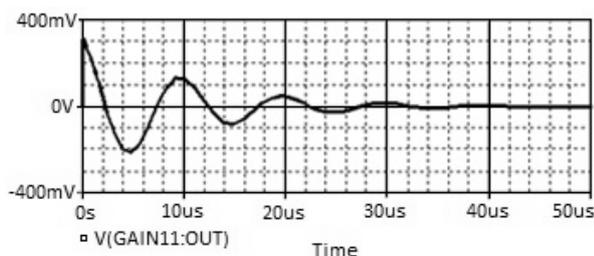


Рис. 30. Результат решения уравнения (5) в программе OrCAD

Fig. 30. The result of solving equation (5) in the OrCAD program

ПИД-регуляторы дробного порядка

Наибольшее число работ по применению ЭФИ связано с исследованием и созданием нового класса аналоговых пропорционально-интегрально-дифференцирующих регуляторов (ПИД-регуляторов), имеющих исключительно широкое применение в системах автоматического управления. Этот класс регуляторов называется в зарубежной литературе сокращенно как $PI^\lambda D^\delta$ controller (введем русское обозначение ФПИД – фрактальный ПИД-регулятор). Здесь I^λ – интегрирование порядка λ , D^δ – дифференцирование порядка δ , а λ и δ – положительные вещественные дробные числа в пределах от 0 до 1 [36].

ФПИД был предложен как обобщение ПИД-контроллера с интегратором дробного вещественного порядка λ и дифференциатором дробного вещественного порядка δ . Передаточная функция такого контроллера в плоскости комплексной частоты p имеет вид

$$C(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K_p + T_i p^{-\lambda} + T_d p^\delta, \quad (\lambda, \delta > 0),$$

где K_p – константа пропорциональности; T_i – константа интегрирования; T_d – константа дифференцирования.

Внутренняя структура ФПИД-регулятора дробного порядка похожа на структуру классического ПИД-регулятора и также содержит па-

раллельное соединение трех звеньев – пропорционального, интегрирующего и дифференцирующего (рис. 31).

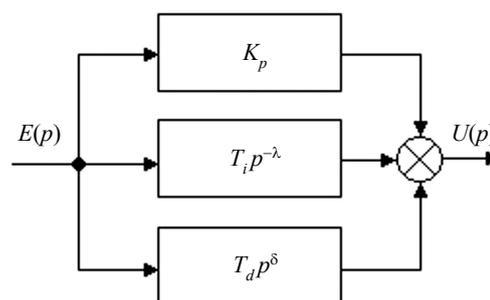


Рис. 31. Внутренняя структура ПИД-контроллера дробного порядка

Fig. 31. The internal structure of the fractional order PID controller

Передаточная функция ФПИД-регулятора во временной области соответствует дифференциальному уравнению дробного порядка вида

$$u(t) = K_p e(t) + T_{i0} D_t^{-\lambda} e(t) + T_{d0} D_t^\delta e(t).$$

При $\lambda = 1$ и $\delta = 1$ мы получим классический ПИД-контроллер. Если $\lambda = 0$ и $T_i = 0$, мы получим ПД-контроллер, и т. д. Все эти типы контроллеров – частные случаи контроллера дробного порядка, который является более гибким и дает возможность лучше приспособиваться к динамическим свойствам управляемых систем [37, 38].

ПИД-контроллер дробного порядка по сравнению с классическим ПИД-контроллером имеет пять настраиваемых параметров вместо трех. Такое увеличение числа степеней свободы обеспечивает более точную настройку контроллера для решения различных задач управления. Иллюстрацией этого являются диаграммы, изображенные на рис. 32.

Основной задачей проектирования ПИД-регуляторов (в том числе и ФПИД-регуляторов) является определение коэффициентов уравнения регулятора K_p , T_i , T_d , а также порядков интегратора и дифференциатора λ и δ , т. е. настройка регулятора по заданному критерию качества и известным временным или частотным характеристикам объекта регулирования. В рамках данной работы невозможно перечислить все предложенные методики настройки для совершенно различных объектов управления. Поэтому в качестве примера ограничимся работой [39], в которой спроектирован ФПИД-регулятор для системы управления стабилизации антенно-

поворотного устройства. Для настройки параметров регулятора разработаны алгоритм и программа на основе генетического алгоритма. Для проверки возможности реализации системы

управления, использующей ФПИД, была создана схемотехническая модель системы управления в программе схемотехнического моделирования LTSpice, изображенная на рис. 33.

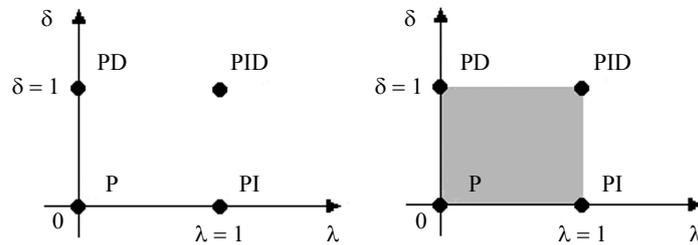


Рис. 32. ПИД-контроллер: от точек к плоскости

Fig. 32. PID controller: from points to plane

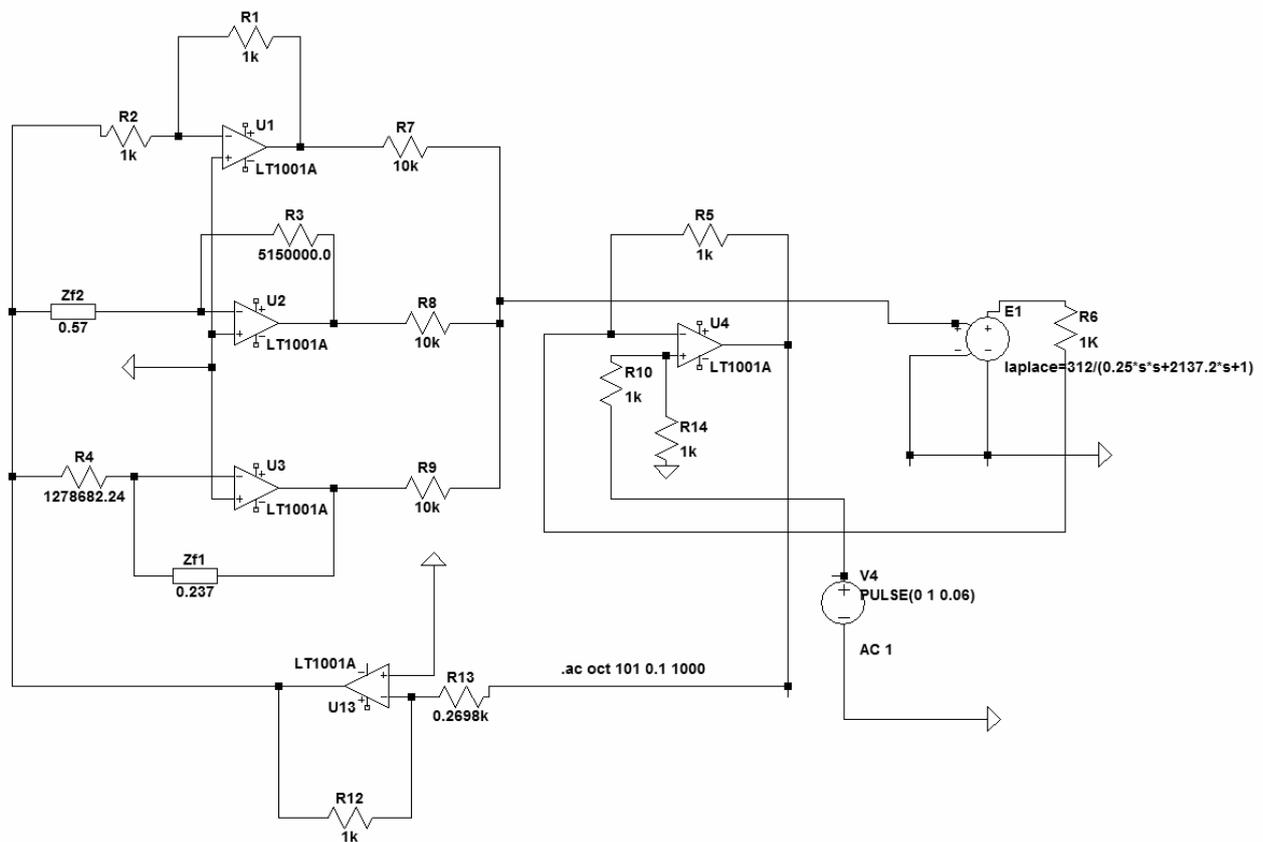


Рис. 33. Схемотехническая модель САУ с ФПИД-регулятором

Fig. 33. Circuit model of an automatic control system with a FPID controller

Здесь схема на ОУ $U4$ – параллельный сумматор; схема на ОУ $U1$ – П-звено; схема на ОУ $U2$ – Д-звено с ЭФИ $Zf2$ с $\alpha = 0,57$; схема на ОУ $U3$ – И-звено с ЭФИ $Zf1$ с $\alpha = 0,238$; схема на ОУ $U13$ – инвертор; $E1$ – лапласовская модель объекта управления; $V4$ – источник питания, имитирующий появление уставки (функция Хевисайда). В качестве ЭФИ использовались

схемотехнические модели на основе ОО $R-C-NR$ ЭРП.

Переходная характеристика системы управления с ФПИД-регулятором, полученная на схемотехнической модели в сравнении с переходной характеристикой системы управления тем же объектом, но с классическими ПИД-регулятором (вставка в поле графика), изображена на рис. 34.

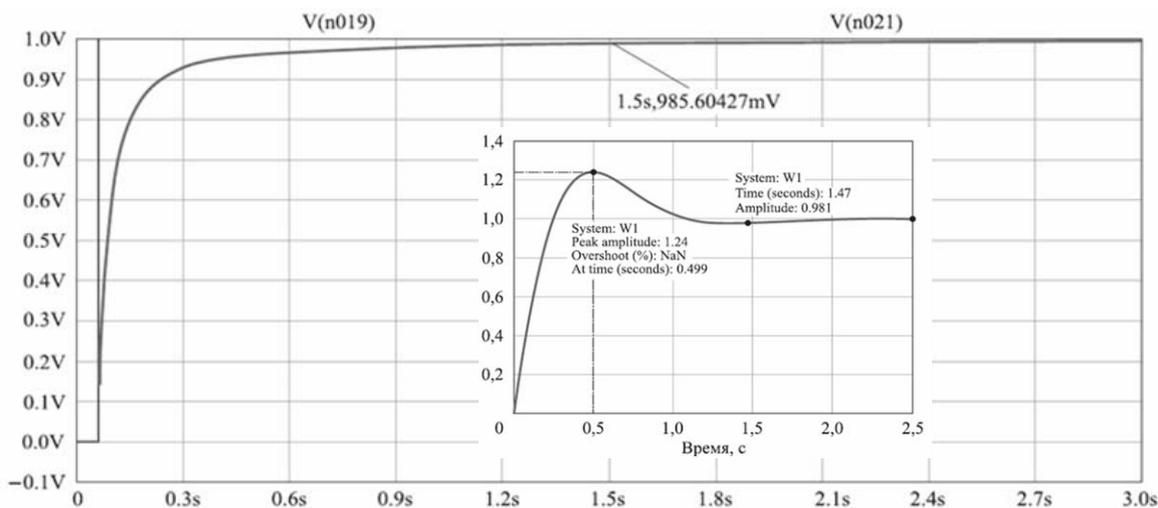


Рис. 34. Переходная характеристика системы управления с ФПИД-регулятором, полученная моделированием в LTSpice; вставка в поле графика – переходная характеристика той же системы управления с классическим ПИД-регулятором, полученная в программе Matlab

Fig. 34. Transient response of the control system with FPID controller modeling in LTSpice; the inset in the graph field is a transient response of the same control system with a classic PID controller obtained in the Matlab program

Из сравнения графиков можно видеть, что использование ФПИД-регулятора позволило спроектировать систему управления без перерегулирования при более высокой скорости нарастания характеристики и одинаковом времени установления.

Генераторы хаотических сигналов дробного порядка

Еще одной областью науки и техники, в которой можно с успехом использовать ЭФИ, является детерминированный хаос (ДХ). В настоящее время концепция ДХ оказывает большое влияние как на науку, так и на технику. Поскольку большинство природных и технических объектов характеризуются фрактальной динамикой, то вполне понятен большой интерес исследователей к фрактальным хаотическим системам. Можно указать на работы [40–42], в которых дана обширная библиография по теоретическим вопросам и применению хаотической динамики в различных областях науки и техники.

Кроме общенаучного и мировоззренческого интереса динамический хаос представляет большой интерес и обладает большими потенциальными возможностями в сфере прикладных исследований и разработок, прежде всего в радиофизике, электронике, системах передачи и защиты информации [43–46]. Поэтому одним из приоритетных направлений использования ДХ является создание генераторов хаотических колебаний (ГХК), в том числе ГХК дробного порядка.

Для примера возьмем известную систему Нозе – Гувера [47] и настроим на ее основе систе-

му дробного порядка. Чтобы эту хаотическую систему можно было характеризовать как систему дробного порядка, достаточно одно из дифференциальных уравнений, описывающих систему, сделать уравнением дробного порядка α [48]. При этом система уравнений Нозе – Гувера принимает вид

$$\begin{cases} \frac{d^\alpha x}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = yz - x, \\ \frac{dz}{dt} = 1 - y^2. \end{cases}$$

Исследование модели ГХК было выполнено в программе Simulink. Структура модели представлена на рис. 35.

Для простоты анализа генератора система рассматривается с одним дробным интегратором (*integrator X*). На рис. 36 изображены фазовые портреты колебаний при различных значениях порядка интегратора α . Видим, что при изменении α изменяется вид аттрактора. Таким образом, имеющаяся дополнительная степень свободы в ГХК позволяет менять динамический режим работы генератора, не меняя начальные условия или систему формирования хаоса, причем в отличие от генератора хаоса с целочисленным интегратором ($\alpha = 1$) сигнал на выходе генератора становится более хаотичным.

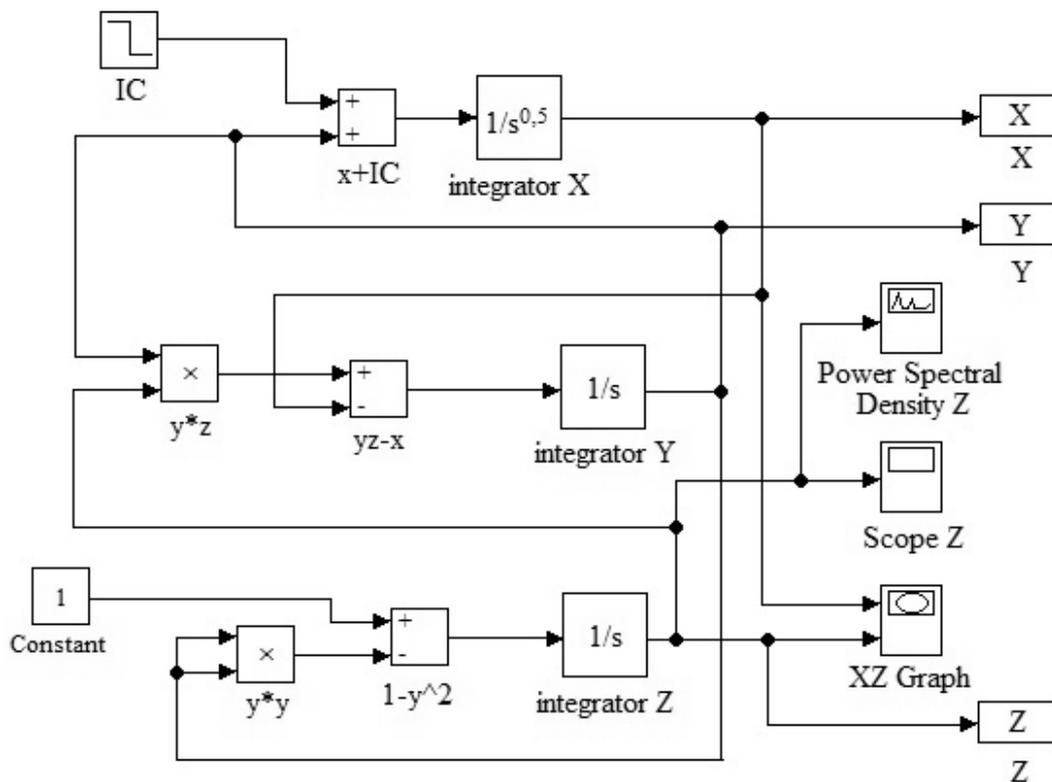


Рис. 35. Математическая модель генератора хаоса по системе Нозе – Гувера с интегратором дробного порядка

Fig. 35. The mathematical model of a chaos generator according to the Nose - Hoover system with a fractional order integrator

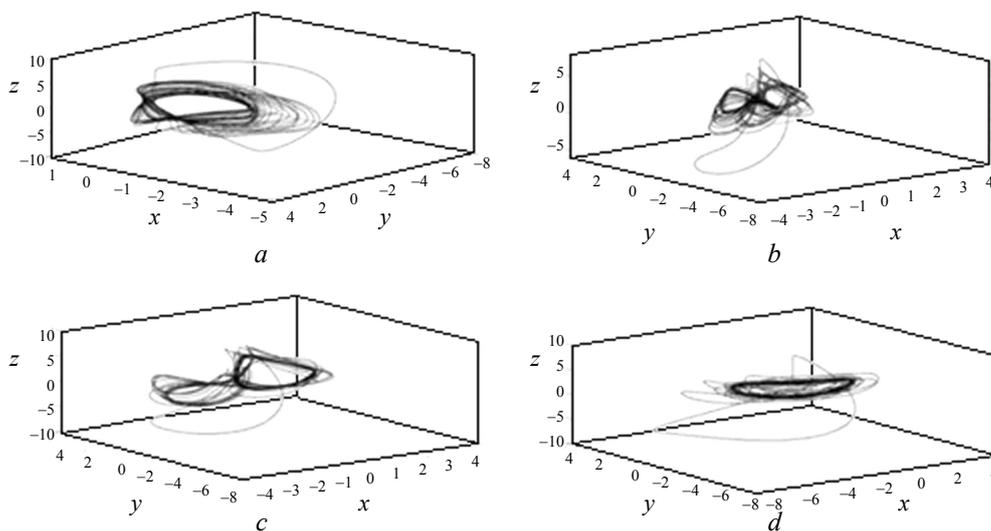


Рис. 36. Фазовый портрет аттрактора Нозе – Гувера при порядке интегрирования α : a – 1; b – 0,5; c – 0,8; d – 1,2

Fig. 36. Phase portrait of the Nose - Hoover attractor with the integration order α : a - 1; b - 0.5; c - 0.8; d - 1.2

В этой же работе была создана схемотехническая модель генератора хаоса на основе системы Нозе – Гувера, в которой в схеме интегратора дробного порядка была использована схемотехническая модель ЭФИ на основе ОО R-C-NR ЭРП.

Частотно-избирательные фильтры дробного порядка

Наряду с устройствами интегрирования и дифференцирования в радиоэлектронике для обработки аналоговой информации широко используют аналоговые частотно избирательные

фильтры (ЧИФ), которые в классическом варианте имеют целочисленный порядок: фильтры 1-го, 2-го или n -го порядка. При этом за пределами полосы пропускания фильтра ослабление сигнала составляет $20n$ дБ/дек. При проектировании фильтров обычно нецелый порядок фильтра округляют до целого.

С появлением ЭФИ стало возможным создавать фильтры, у которых в полосе затухания ослабление сигнала составляет $20n\alpha$ Дб/дек. Такие фильтры получили название частотно-избирательных фильтров дробного порядка (ДЧИФ). Исследованию особенностей и потенциальных возможностей ДЧИФ по сравнению с их аналогами целочисленного порядка посвящено большое число научных работ [49–54].

Общая идея построения ДЧИФ заключается в замене конденсаторов и индуктивностей в схемах классических пассивных и активных фильтров на ЭФИ, которые обладают дополнительной степенью свободы, – дробным показателем зависимости импеданса от частоты α (4). Изменением показателя α можно плавно (или ступенчато) изменять скорость затухания сигнала в полосе заграждения, частоту среза, добротность фильтра. На рис. 37, *a* приведен пример преобразования обычного фильтра нижних частот по схеме Tow – Thomas biquad в аналогичный фильтр дробного порядка путем замены конденсатора C_2 на ЭФИ, а на рис. 37, *b* – АЧХ фильтра при различных показателях α [55].

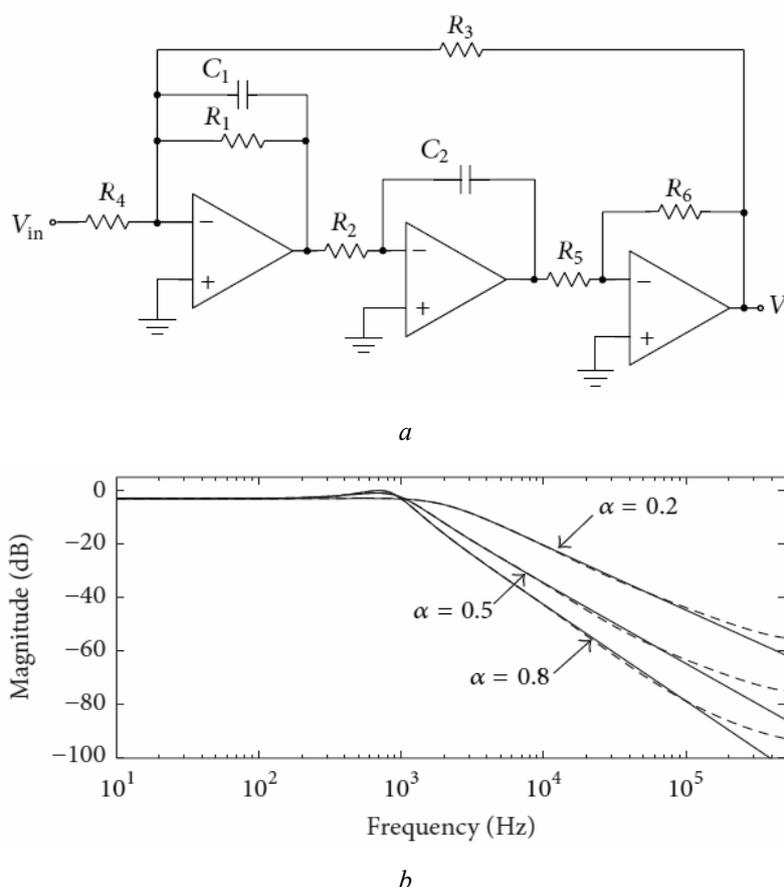


Рис. 37. Фильтр дробного порядка: *a* – схема; *b* – АЧХ при различных показателях α ЭФИ

Fig. 37. Filter of fractional order: *a* - circuit; *b* - frequency response for various indicators α FOE

В работах [56, 57] приведены примеры построения активных RC -фильтров, в которых заменяется на ЭФИ не один, а несколько конденсаторов классической схемы с одинаковыми или различными показателями α . При этом появляется возможность оптимизировать АЧХ и ФЧХ фильтров выбором не только значений показателей α , но и их соотношений для разных ЭФИ.

Полосовые фильтры дробного порядка, аналоги классических колебательных LC -контуров строятся на основе фрактальной емкости в виде ЭФИ и фрактальной индуктивности, использующей обобщенный преобразователь импеданса (GIC) [58]. Меняя показатели α и β , соответственно, фрактальной емкости и фрактальной индуктивности, можно изменять частоту на-

стройки контура и его добротность. Например, в работе [59] приведены результаты моделирования параллельного колебательного контура дробного порядка ($L_\beta C_\alpha$) при данных, приведенных в таблице. На рис. 38 изображены измеренные АЧХ входного сопротивления контура при этих данных, которые подтверждают возможность реализации колебательной системы дробного порядка и возможность изменения параметров контура за счет изменения показателей

дробно-степенной зависимости α и β импеданса ЭФИ от частоты.

Данные моделирования параллельного $L_\beta C_\alpha$ колебательного контура

Simulation data of parallel $L_\beta C_\alpha$ oscillation circuit

$C_\alpha, \text{с}^\alpha/\text{Ом}$	$L_\beta, \text{с}^\beta \cdot \text{Ом}$	α	β	$f_0, \text{Гц}$	Q
$159 \cdot 10^{-9}$	0,34	1,4	0,55	855,3	12,2
	0,22	1,4	0,59	884,1	55,3
	0,2	1,4	0,597	893,2	178,6

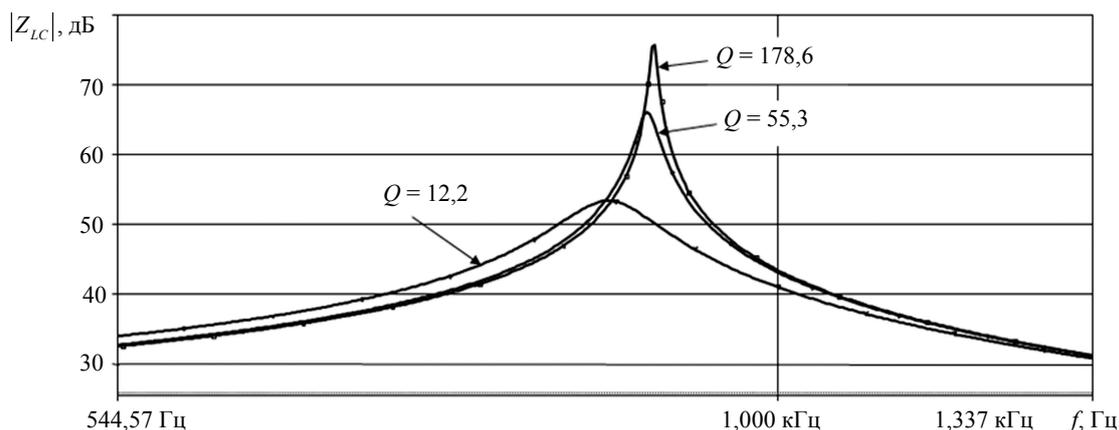


Рис. 38. АЧХ входного параллельного сопротивления

Fig. 38. Frequency response of input parallel resistance

Автогенераторы дробного порядка

Другим широко распространенным классом устройств, используемым в радиоэлектронике, связи, измерительной технике, моделировании систем, являются автогенераторы электрических колебаний, поэтому вопросы построения этих устройств с использованием ЭФИ также не были обделены вниманием исследователей [60, 61]. В основном схемы генераторов дробного порядка (ГДП), как и ранее рассмотренных ДЧИФ, повторяют схемы классических автогенераторов, в которых реактивные элементы замещаются ЭФИ. Однако существует отличительная особенность ГДП от их классических аналогов. Она заключается в том, что при одинаковых постоянных времени фазирующих цепей частоты генерации ГДП в зависимости от значения показателя α ЭФИ превышают на несколько порядков частоты генерации обычных генераторов. В качестве примера на рис. 39 приведена схема ГДП, аналогом которой является схема генератора с автотрансформаторной связью (генератор Хартли) и график зависимости частоты генерации от α [62]. В качестве C_α использована конструкция ЭФИ на основе сегнетоэлектрика с $\alpha = 0,63$.

Из графика видно, что частота генерации ГДП при изменении α от 1 до 0,63 изменится почти в 20 раз. Причем эта зависимость является нелинейной, и при дальнейшем уменьшении α частота может увеличиться почти на 3 порядка. Такую нелинейную зависимость частоты генерации от величины α фрактальной емкости можно объяснить тем, что переходные процессы в ЭФИ происходят не по экспоненциальному закону, а по степенному закону.

В работах [63–66] исследованы возможности создания мультифазных ГДП, в которых на одной несущей частоте можно сформировать сигналы с разными фазами. Такие сигналы используются при квадратурной модуляции и фазовой манипуляции (ФМн) высокого порядка в системах связи. Эта возможность основана на том, что при прохождении гармонического колебания через RC_α -цепь происходит сдвиг фазы сигнала на угол $-\alpha\pi/2$. Таким образом, при последовательном соединении восьми таких цепочек с $\alpha = 0,5$ можно построить восьмипозиционную систему ФМн.

В том случае, если ГДП содержит не один, а несколько ЭФИ, то появляется возможность независимого управления частотой и фазой сигнала [67].

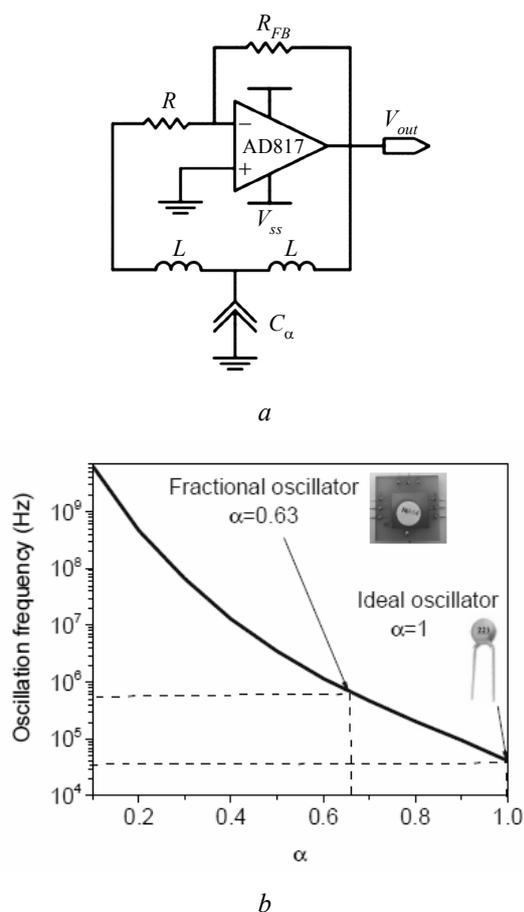


Рис. 39. Схема ГДП (а);

график зависимости частоты генерации от α (b)

Fig. 39. Fractional generator diagram (a);
generation frequency dependence diagram on α (b)

Кроме исследования возможностей ГДП гармонического сигнала проведены исследования ГДП импульсных периодических сигналов по схемам мультивибраторов на ОУ [68, 69]. В качестве их особенностей отмечается более высокая (на несколько порядков) частота генерации и возможность независимого изменения периода и длительности импульсов последовательности.

Заключение

Представленный обзор показывает возможности применения математического аппарата дробных исчислений в науке и технике, в частности в радиотехнике, в системах управления динамических систем дробного порядка. Применение метода аналогового моделирования поведения систем, который давно и успешно используется учеными, в случае динамических систем дробного порядка требует наличия двухполюсных пассивных элементов, имеющих фрактальный (дробный) импеданс. Он характеризуется дробно-степенной зависимостью от

частоты в отличие от импеданса обычных емкостных и индуктивных элементов. Большое количество различных конструктивно-технологических реализаций элементов с фрактальным импедансом (ЭФИ), появившихся в последние 20 лет, показывает насущную необходимость создания таких элементов на промышленной основе. Однако реальным претендентом на роль такого элемента, на наш взгляд, является ЭФИ на основе резистивно-емкостных элементов с распределенными параметрами. Приведенные в работе примеры использования ЭФИ в различных устройствах обработки сигналов, в системах управления и связи показывают большие потенциальные возможности использования этих элементов для совершенствования функциональных устройств обработки сигналов, систем управления и идентификации параметров объектов и явлений, характеризующихся фрактальной структурой и дробной динамикой.

Библиографические ссылки

1. Потапов А. А. Фракталы в радиофизике и радиолокации : Топология выборки. М. : Университетская книга, 2005. 848 с.
2. Потапов А. А., Гильмутдинов А. Х., Ушаков П. А. Фрактальные радиоэлементы и радиосистемы : Физический аспект : монография / под ред. А. А. Потапова. М. : Радиотехника, 2009. 200 с.
3. Учайкин В. В. Метод дробных производных. Ульяновск : Артишок, 2008. 512 с.
4. Tenreiro Machado J., Kiryakova V., Mainardi F. Recent history of fractional calculus. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations*, 2011, no. 3, pp. 1140-1153. DOI: 10.1016/j.cnsns.2010.05.027.
5. Hilfer R. *Applications of Fractional Calculus in Physics*. Singapore, World Scientific Publ. Company, 2000. ISBN: 978-981-02-3457-7.
6. Magin R. *Fractional Calculus in Bioengineering*. Redding, Begell House Publ., 2006. ISBN: 978-1567002157.
7. Mainardi F. *Fractional Calculus and Waves in Linear Viscoelasticity: An Introduction to Mathematical Models*. London, Imperial College Press, 2010. ISBN: 978-1-84816-329-4.
8. Monje C., Chen Y., Vinagre B., Xue D., Feliu V. *Fractional Order Systems and Controls: Fundamentals and Applications*. London, Springer, 2010. ISBN: 978-1849963343.
9. Zaslavsky G. *Hamiltonian Chaos and Fractional Dynamics*. New York, Oxford University Press, 2005. ISBN: 978-0198526049.
10. Podlubny I. *Fractional Differential Equations: An Introduction to Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, to Methods of Their Solution and Some of Their Applications*, *Mathematics in Science and Engineering*, vol. 198, New York, London, Sydney, Tokyo and Toronto, Academic Press, 1999.

11. Caponetto R., Dongola G., Fortuna L., Petráš I. Fractional Order Systems: Modeling and Control Applications, World Scientific Publ. Co. Pt. Ltd., 2010, 195 p.
12. Podlubny I. Fractional Differential Equations. San Diego, Academic Press, 1999.
13. Тетельбаум И. М., Шнейдер Ю. Р. Практика аналогового моделирования динамических систем : справочное пособие. М. : Энергоатомиздат, 1987. 383 с.
14. Кампе-Немм А. А. Решение инженерных задач на электронных моделирующих машинах. М. : Энергия, 1970. 96 с.
15. Dingyu Xue, Yang Quan Chen. Dingyu Solving applied mathematical problems with MATLAB, Chapman & Hall/CRC, Taylor & Francis Group, 2009. 433 p.
16. Нугматуллин Р. III. Общее уравнение и электрический аналог электролитической ячейки со сферическим стационарным микроэлектродом // Докл. АН СССР. 1963. N. 151, № 6. С. 1383–1388.
17. Карамов Ф. А. Суперионные проводники. Гетероструктуры и элементы функциональной электроники на их основе. М. : Наука, 2002. 303 с.
18. Biswas K., Sen S., Dutta P. K. Realization of a constant phase element and its performance study in a differentiator circuit. *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, 2006, vol. 53, pp. 802-806.
19. Riccardo Caponetto, Salvatore Graziani, Fulvio L. Pappalardo, Francesca Sapuppo. Experimental Characterization of Ionic Polymer Metal Composite as a Novel Fractional Order Element, Corporation Advances in Mathematical Physics, Hindawi Publ., 2013, Article ID 953695, 10 p.
20. Agambayev A., Patole S.P., Farhat M., Elwakil A., Bagci H., Salama K.N. Ferroelectric Fractional-Order Capacitors. *Chem. Electro Chem*, 2017, vol. 4, pp. 2807-2813.
21. Haba T., Loum G., Zoueu J., Ablart G. Use of a component with fractional impedance in the realization of an analogical regulator of order $\frac{1}{2}$. *J. Appl. Sciences*, 2008, vol. 8, no. 1, pp. 59-67.
22. Biswas K. Fractional-Order Devices. Springer, 2017, 111 p. DOI: 10.1007/978-3-319-54460-1.
23. Gil'mutdinov A.Kh., Ushakov P.A., El-Khazali R. Fractal Elements and their Application. Springer, 2017, 252 p. DOI: 10.1007/978-3-319-45249-4.
24. Кайзер Г., Кастро Р., Николс А. Схемы с распределенными параметрами на тонких пленках // Зарубежная радиоэлектроника. 1967. Т. 9, № 4. С. 112–123.
25. Колесов Л. Н. Введение в инженерную микроэлектронику. М. : Советское радио, 1974. 280 с.
26. Гильмутдинов А. Х., Ушаков П. А. Неоднородные резистивно-емкостные элементы с распределенными параметрами. Классы и анализ // Методы моделирования : тр. Казанского науч. семинара / под ред. В. А. Райлина. Вып. 3. С. 233–252. Казань : Изд-во КГТУ, 2007.
27. Гильмутдинов А. Х. Резистивно-емкостные элементы с распределенными параметрами : Анализ, синтез и применение. Казань : Изд-во КГТУ, 2005. 350 с.
28. Гильмутдинов А. Х., Потанов А. А., Ушаков П. А. Математические и алгоритмические основы синтеза фрактальных элементов на основе ОЧН RC-ЭРП // Фракталы и дробные операторы / предисл. акад. Ю. В. Гуляева, чл.-кор. РАН С. А. Никитова ; под общ. ред. А. Х. Гильмутдинова. Казань : Изд-во Академии наук РТ, 2010. 488 с. ISBN 978-59690-0123-4.
29. Ушаков П. А., Максимов К. О. Разработка генетического алгоритма для синтеза конструкций фрактальных элементов на основе резистивно-емкостной среды со структурой слоев вида R-C-NR // Вестник ИжГТУ. 2012. № 3 (55). С. 104–108.
30. Happ W.W., Castro P.S., Fuller W.D. Synthesis of Solid-state distributed parameters functions. *IRE Int. Conv. Rec.*, 1962, vol. 10, pt. 6, pp. 262-278.
31. Максимов К. О. Решение задачи обеспечения заданных параметров фрактальных радиоэлементов на основе резистивно-емкостной среды : автореф. дис. канд. техн. наук, Ижевск, 2013. 28 с.
32. Adhikary A., Sen S., Biswas K. Practical Realization of Tunable Fractional Order Parallel Resonator and Fractional Order Filters. *IEEE Trans. on Circuit and Systems*, August 2016, vol. 63, no. 8, pp. 1142-1151.
33. Гильмутдинов А. Х., Ушаков П. А. Физическая реализация элементов с фрактальным импедансом: Состояние и перспективы // Радиотехника и электроника. 2017. Т. 52, № 5. С. 1–14.
34. Krishna B.T. Studies on fractional order differentiators and integrators: A survey. *Signal Processing*, 2011, vol. 91, pp. 386-426. DOI: 10.1016/j.sigpro.2010.06.022.
35. Ушаков П. А., Шадрин А. В. Схемотехническое моделирование аналогового процессора для решения дифференциальных уравнений дробного порядка // Интеллектуальные системы в производстве. 2013. № 1. С. 56–58.
36. Podlubny I., Petras B., Vinagre B.M., Leary O., Dorcak L. Analogue realizations of fractional order controllers. *Nonlinear Dynam.*, 2002, vol. 29, pp. 281-296.
37. Monje A. Fractional-order Systems and Controls: Fundamentals and Applications. Springer, 2010, 414 p. DOI: 10.1007/978-1-84996-335-0.
38. Tepljakov A. Fractional-order modeling and control of dynamic systems. Springer, 2017, 184 p. DOI: 10.1007/978-3-319-52950-9.
39. Ушаков П. А., Бабошкин Г. Д. Моделирование системы управления дробного порядка с высокоинерционным объектом управления на примере системы стабилизации антенно-поворотного устройства // Вестник концерна ВКО «Алмаз-Антей». 2019. № 3. С. 41–51.
40. Tarasov V.E. Fractional Dynamics: Applications of Fractional Calculus to Dynamics of Particles, Fields and Media. Beijing, Higher Education Press, 2010, 522 p.
41. Petráš I. Fractional-Order Nonlinear Systems: Modeling, Analysis and Simulation. Beijing, Higher Education Press, 2010, 235 p.
42. Mekkaoui T., Hammouch Z., B.M. Belgacem F.B.M., Abbassi A.E. Fractional-order Nonlinear Sys-

- tems: Chaotic Dynamics, Numerical Simulation and Circuits Design. Degruyter Publ., 2016, pp. 343-356. DOI: 10.13140/RG.2.1.3974.4082.
43. Азуреев К. И. Применение детерминированного хаоса для передачи информации // Изв. Тульского гос. ун-та. 2014. Вып. 4. С. 1281–1310.
44. Леонов К. Н., Потанов А. А., Ушаков П. А. Использование инвариантных свойств хаотических сигналов в синтезе систем передачи информации // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59, № 12. С. 1209–1229.
45. Леонов К. Н., Потанов А. А., Ушаков П. А. Математическое моделирование системы передачи данных на основе хаотических сигналов с фрактальной размерностью // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2010. Т. 13, № 3. С. 47–53.
46. Ушаков П. А., Леонов К. Н. Инвариантный способ передачи информации в системах с хаотическими сигналами // Вестник Ижевского государственного технического университета. 2010. № 4. С. 92–96.
47. Спротт Д. К. Элегантный хаос: алгебраические простые хаотические потоки. М. ; Ижевск : Ижевский ин-т компьютерных исследований, 2012. 328 с.
48. Белослудцев В. Н., Ушаков П. А. Исследование генератора хаоса дробного порядка, построенного на системе Нозе – Гувера // Приборостроение в XXI веке – 2017 : Интеграция науки, образования и производства : материалы XIII Междунар. науч.-техн. конф. (Ижевск, 22–24 ноября 2017 г.). Ижевск : Изд-во ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, 2018. С. 17–23.
49. Elwakil A.S. Fractional-order circuits and systems: an emerging interdisciplinary research area. *IEEE Circuits and Systems Magazine*, 2010, vol. 10, no. 4, pp. 40-50.
50. Tsirimokou G., Psychalinos C., Elwakil A. Design of CMOS Analog Integrated Fractional-Order Circuits, Applications in Medicine and Biology. Springer, 2017, 114 p.
51. Radwan A.G., Elwakil A.S., Soliman A.M. On the generalization of second-order filters to the fractional-order domain. *J. Circuits Syst. Comput.*, 2009, vol. 18, pp. 361-386.
52. Lahiri A., Rawat T. Noise analysis of single stage fractional-order low-pass filter using stochastic and fractional calculus. *ECTI Trans. Elect Eng., Electron. Commun.*, 2009, vol. 7, pp. 136-143.
53. Maundy B., Elwakil A.S., Freeborn T.J. On the practical realization of higher-order filters with fractional stepping. *Signal Processing*, 2011, vol. 91, pp. 484-491.
54. Tripathy M.C., Mondal D., Biswas K., Sen S. Design and performance study of phase-locked loop using fractional-order loop filter. *International J. of Circuit Theory and Applications*, 2015, vol. 43, is. 6, pp. 776-792.
55. Freeborn T., Maundy B., Elwakil A.S. Approximated Fractional Order Chebyshev Lowpass Filters. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, vol. 2015, pp. 1-7. DOI: 10.1155/2015/S3246S.
56. Tripathy M.C., Biswas K., Sen S. A design example of a fractional-order Kerwin-Huelsman-Newcomb biquad filter with two fractional capacitors of different order. *Circuits, Systems, and Signal Proc.*, 2013, vol. 32, no. 4, pp. 1523-1536.
57. Soltan A., Radwan A.G., Soliman A.M. Measurement Fractional Order Sallen-Key Filters. *International J. of Electrical, Electronics, Communication, Energy Science and Engineering*, 2013, vol. 7, no.12, pp. 1088-1092.
58. Adhikary A., Sen S., Biswas K. Practical Realization of Tunable Fractional Order Parallel Resonator and Fractional Order Filters. *Regular Papers*, August 2016, vol. 63, no 8, pp. 1142-1151.
59. Князев А. В., Ушаков П. А. Сравнительный анализ характеристик фрактального параллельного колебательного контура // Молодые ученые – ускорению научно-технического прогресса в XXI веке : сб. тр. II Всерос. науч.-техн. конф. аспирантов, магистрантов и молодых ученых с междунар. участием. Ижевск : Изд-во ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, 2013. С. 337–341.
60. Radwan A.G., Elwakil A.S., Soliman A.M. Fractional-order sinusoidal oscillators: design procedure and practical examples. *IEEE Trans, on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2008, vol. 55, pp. 2051-2063.
61. Elwakil A.S., Agambayev A., Allagui A., Salama K.N. Experimental demonstration of fractional-order oscillators of orders 2.6 and 2.7. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2017, vol. 96, pp. 160-164.
62. Agambayev A. Fractional-Order Hartley Oscillator. *Proc. 14th Conference on Ph.D. Research in Microelectronics and Electronics (2-5 July 2018)*. DOI: 10.1109/PRIME.2018.8430336.
63. Fouda M.E., Soltan A., Radwan A.G., Soliman A.M. Fractional-order multi-phase oscillators design and analysis suitable for higher-order PSK applications. *Analog Integrated Circuits and Signal Proc.*, 2016, vol. 87, pp. 301-312.
64. Maundy B., Elwakil A., Gift S. On the realization of multiphase oscillators using fractional-order allpass filters. *Circuits, Systems and Signal Processing*, 2012, vol. 31, pp. 3-17.
65. Lahiri A. Low-frequency quadrature sinusoidal oscillators using current differencing buffered amplifiers. *Indian Journal of Pure & Applied Physics*, 2011, vol. 49, no. 6, pp. 423-428.
66. Pittala C.S., Srinivasulu A. Quadrature oscillator using operational transresistance amplifier. *Applied Electronics*, 2014, pp. 117-120.
67. Lobna S.A., Madian A.H., Radwan A.G., Soliman A.M. Fractional order oscillator with independent control of phase and frequency. *Proc. 2nd International Conf. on Electronic Design (ICED) 19-21 Aug. 2014*. DOI: 10.1109/ICED.2014.7015803.
68. Maundy B., Elwakil A., Gift S. On a multivibrator that employs a fractional capacitor. *Analog Integr Circ Sig Proc.*, 2009, 62. DOI: 10.1007/s 10470-009-9329-3.
69. Sacu I.E., Alcy M. Electronically Controllable Fractional Multivibrator. *IETE Journal of Research*, 06 Dec 2018. DOI: 10.1080/03772063.2018.1548909.

References

1. Potapov A.A. *Fraktaly v radiofizike i radiolokacii: Topologiya vyborki* [Fractals in radiophysics and radio-location: Sampling Topology]. Moscow, Universitetskaya kniga Publ., 2005, 848 p. (in Russ.).
2. Potapov A.A., Gil'mutdinov A.H., Ushakov P.A. *Fraktal'nye radioelementy i radiosistemy: Fizicheskij aspekt* [Fractal radioelements and radio systems: Physical aspect]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2009, 200 p. (in Russ.).
3. Uchajkin V.V. *Metod drobnnykh proizvodnykh* [Fractional derivative method]. Ul'yanovsk, Artishok Publ., 2008. 512 p. (in Russ.).
4. Tenreiro Machado J., Kiryakova V., Mainardi F. [Recent history of fractional calculus]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations*, 2011, no. 3, pp. 1140-1153. DOI: 10.1016/j.cnsns.2010.05.027.
5. Hilfer R. *Applications of Fractional Calculus in Physics*. Singapore, World Scientific Publ. Company, 2000. ISBN: 978-981-02-3457-7.
6. Magin R. *Fractional Calculus in Bioengineering*. Redding, Begell House Publ., 2006. ISBN: 978-1567002157.
7. Mainardi F. *Fractional Calculus and Waves in Linear Viscoelasticity: An Introduction to Mathematical Models*. London, Imperial College Press, 2010. ISBN: 978-1-84816-329-4.
8. Monje C., Chen Y., Vinagre B., Xue D., Feliu V. *Fractional Order Systems and Controls: Fundamentals and Applications*. London, Springer, 2010. ISBN: 978-1849963343.
9. Zaslavsky G. *Hamiltonian Chaos and Fractional Dynamics*. New York, Oxford University Press, 2005. ISBN: 978-0198526049.
10. Podlubny I. *Fractional Differential Equations: An Introduction to Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, to Methods of Their Solution and Some of Their Applications, Mathematics in Science and Engineering*, vol. 198, New York, London, Sydney, Tokyo and Toronto, Academic Press, 1999.
11. Caponetto R., Dongola G., Fortuna L., Petráš I. *Fractional Order Systems: Modeling and Control Applications*, World Scientific Publ. Co. Pt. Ltd., 2010, 195 p.
12. Podlubny I. *Fractional Differential Equations*. San Diego, Academic Press, 1999.
13. Tetel'baum I.M., Shnejder Yu.R. *Praktika analogovogo modelirovaniya dinamicheskikh sistem* [The practice of analog modeling of dynamic systems]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1987, 383 p. (in Russ.).
14. Kampe-Nemm A.A. *Reshenie inzhenernykh zadach na elektronnykh modeliruyushchih mashinah* [Solving engineering problems on electronic modeling machines]. Leningrad, Energiya Publ., 1970, 96 p. (in Russ.).
15. Dingyu Xue, Yang Quan Chen. *Dingyu Solving applied mathematical problems with MATLAB*, Chapman & Hall/CRC, Taylor & Francis Group, 2009. 433 p.
16. Nigmatullin R.Sh. *Obshcheye uravneniye i elektricheskij analog elektroliticheskoy yacheyki so sfericheskim stacionarnym mikroelektrodom* [General equation and electrical analogue of an electrolytic cell with a spherical stationary microelectrode]. *Dokl. AN SSSR*, 1963, vol. 151, no. 6, pp. 1383-1388. (in Russ.).
17. Karamov F.A. *Superionnye provodniki. Geterostruktury i elementy funkcional'noj elektroniki na ih osnove* [Superionic conductors. Heterostructures and elements of functional electronics based on them]. Moscow, Nauka Publ., 2002, 303 p. (in Russ.).
18. Biswas K., Sen S., Dutta P. K. Realization of a constant phase element and its performance study in a differentiator circuit. *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, 2006, vol. 53, pp. 802-806.
19. Riccardo Caponetto, Salvatore Graziani, Fulvio L. Pappalardo, Francesca Sapuppo. Experimental Characterization of Ionic Polymer Metal Composite as a Novel Fractional Order Element, *Corporation Advances in Mathematical Physics*, Hindawi Publ., 2013, Article ID 953695, 10 p.
20. Agambayev A., Patole S.P., Farhat M., Elwakil A., Bagci H., Salama K.N. Ferroelectric Fractional-Order Capacitors. *Chem. Electro Chem*, 2017, vol. 4, pp. 2807-2813.
21. Haba T., Loum G., Zoueu J., Ablart G. Use of a component with fractional impedance in the realization of an analogical regulator of order $\frac{1}{2}$. *J. Appl. Sciences*, 2008, vol. 8, no. 1, pp. 59-67.
22. Biswas K. *Fractional-Order Devices*. Springer, 2017, 111 p. DOI: 10.1007/978-3-319-54460-1.
23. Gil'mutdinov A.Kh., Ushakov P.A., El-Khazali R. *Fractal Elements and their Application*. Springer, 2017, 252 p. DOI: 10.1007/978-3-319-45249-4.
24. Kajzer G., Kastro R., Nikols A. [Skhemy s raspredelennymi parametrami na tonkih plenkah] [Circuits with distributed parameters on thin films]. *Zarubezhnaya radioelektronika*, 1967, vol. 9, no. 4, pp. 112-123 (in Russ.).
25. Kolesov L.N. *Vvedenie v inzhenernuyu mikroelektroniku* [Introduction to engineering microelectronics]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1974, 280 p. (in Russ.).
26. Gil'mutdinov A.H., Ushakov P.A. *Neodnorodnye rezistivno-emkostnye elementy s raspredelennymi parametrami: Klassy i analiz* [Inhomogeneous resistive-capacitive elements with distributed parameters: Classes and analysis]. *Modelirovanie processov: Proc. Kazanskogo nauchnogo seminara "Metody modelirovaniya"*, 2007, vol. 3, pp. 233-252 (in Russ.).
27. Gil'mutdinov A.H. *Rezistivno-emkostnye elementy s raspredelennymi parametrami: Analiz, sintez i primeneniye* [Resistive-capacitive elements with distributed parameters: Analysis, synthesis and application]. KGTU Publ., 2005, 350 p. (in Russ.).
28. Gil'mutdinov A.Kh., Potapov A.A., Ushakov P.A. *Fraktaly i drobnnyye operatory* [Fractals and fractional operators]. Kazan', Fən Publ., 2010, 488 p. (in Russ.). ISBN 978-59690-0123-4.
29. Ushakov P.A., Maksimov K.O. [Development of a genetic algorithm for the synthesis of fractal element structures based on a resistive-capacitive medium with a layer structure of the form R-C-NR]. *Vestnik IzhGTU imeni M. T. Kalashnikova*, 2012, no. 3, pp. 104-108 (in Russ.).

30. Happ W.W., Castro P.S., Fuller W.D. Synthesis of Solid-state distributed parameters functions. *IRE Int. Conv. Rec.*, 1962, vol. 10, pt. 6, pp. 262-278.
31. Maksimov K.O. *Reshenie zadachi obespecheniya zadannyh parametrov fraktal'nyh radioelementov na osnove rezistivno-emkostnoj sredy* [The solution to the problem of providing the specified parameters of fractal radioelements based on a resistive-capacitive medium]: PhD thesis. Izhevsk, IzhGTU Publ., 2013, 28 p. (in Russ.).
32. Adhikary A., Sen S., Biswas K. Practical Realization of Tunable Fractional Order Parallel Resonator and Fractional Order Filters. *IEEE Trans. on Circuit and Systems*, August 2016, vol. 63, no. 8, pp. 1142-1151.
33. Gil'mutdinov A.Kh., Ushakov P.A. [Physical implementation of elements with fractal impedance: State and prospects]. *Radiotekhnika i elektronika*, 2017, vol. 52, no. 5, pp. 1-14 (in Russ.).
34. Krishna B.T. Studies on fractional order differentiators and integrators: A survey. *Signal Processing*, 2011, vol. 91, pp. 386-426. DOI: 10.1016/j.sigpro.2010.06.022.
35. Ushakov P.A., SHadrin A.V. [Circuit simulation of an analog processor for solving fractional differential equations]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2013, no. 1, pp. 56-58 (in Russ.).
36. Podlubny I., Petras B., Vinagre B.M., Leary O., Dorcak L. Analogue realizations of fractional order controllers. *Nonlinear Dynam.*, 2002, vol. 29, pp. 281-296.
37. Monje A. *Fractional-order Systems and Controls: Fundamentals and Applications*. Springer, 2010, 414 p. DOI: 10.1007/978-1-84996-335-0.
38. Tepljakov A. *rational-order modeling and control of dynamic systems*. Springer, 2017, 184 p. DOI: 10.1007/978-3-319-52950-9.
39. Ushakov P.A., Baboshkin G.D. [Modeling a fractional-order control system with a high-inertia control object using the example of an antenna-rotary device stabilization system]. *Vestnik Koncerna VKO "Almaz-Antej"*, 2019, no. 3, pp. 41-51 (in Russ.).
40. Tarasov V.E. *Fractional Dynamics: Applications of Fractional Calculus to Dynamics of Particles, Fields and Media*. Beijing, Higher Education Press, 2010, 522 p.
41. Petráš I. *Fractional-Order Nonlinear Systems: Modeling, Analysis and Simulation*. Beijing, Higher Education Press, 2010, 235 p.
42. Mekkaoui T., Hammouch Z., B.M. Belgacem F.B.M., Abbassi A.E. *Fractional-order Nonlinear Systems: Chaotic Dynamics, Numerical Simulation and Circuits Design*. Degruyter Publ., 2016, pp. 343-356. DOI: 10.13140/RG.2.1.3974.4082.
43. Agureev K.I. [The use of deterministic chaos for the transmission of information]. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta*, 2014, vol. 4, pp. 1281-1310 (in Russ.).
44. Leonov K.N., Potapov A.A., Ushakov P.A. [The use of invariant properties of chaotic signals in the synthesis of information transfer systems]. *Radiotekhnika i elektronika*, 2014, vol. 59, no. 12, pp. 1209-1229 (in Russ.).
45. Leonov K.N., Potapov A.A., Ushakov P.A. [Mathematical modeling of a data transmission system based on chaotic signals with fractal dimension]. *Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy*, 2010, vol. 13, no. 3, pp. 47-53 (in Russ.).
46. Ushakov P.A., Leonov K.N. [An invariant method of transmitting information in systems with chaotic signals]. *Vestnik Izhevskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2010, no. 4, pp. 92-96 (in Russ.).
47. Sprott D.J. *Elegantnyy khaos: algebraicheskiye prostyye khaoticheskiye potoki* [Elegant chaos: algebraic simple chaotic flows]. Moscow – Izhevsk, Izhevskiy institut komp'yuternykh issledovaniy, 2012, 328 p. (in Russ.).
48. Belosludcev V.N., Ushakov P.A. *Issledovanie generatora haosa drobnogo poryadka, postroennogo na sisteme Noze-Guvera* [Investigation of the fractional-order chaos generator built on the Nose-Hoover system]. *Materialy XIII Mezhdunarodnoj nauchno-tekhnicheskoy konferencii "Priborostroenie v XXI veke - 2017. Integraciya nauki, obrazovaniya i proizvodstva" (Izhevsk, 22-24 noyabrya 2017 g.)*. [Proc. XIII International Scientific and Technical Conference "Instrument-Making in the KSHI Century - 2017. Integration of Science, Education and Production" (Izhevsk, November 22-24, 2017)]. Izhevsk, IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova Publ., 2018, pp. 17-23 (in Russ.).
49. Elwakil A.S. Fractional-order circuits and systems: an emerging interdisciplinary research area. *IEEE Circuits and Systems Magazine*, 2010, vol. 10, no. 4, pp. 40-50.
50. Tsirimokou G., Psychalinos C., Elwakil A. *Design of CMOS Analog Integrated Fractional-Order Circuits, Applications in Medicine and Biology*. Springer, 2017, 114 p.
51. Radwan A.G., Elwakil A.S., Soliman A.M. On the generalization of second-order filters to the fractional-order domain. *J. Circuits Syst. Comput*, 2009, vol. 18, pp. 361-386.
52. Lahiri A., Rawat T. Noise analysis of single stage fractional-order low-pass filter using stochastic and fractional calculus. *ECTI Trans. Elect Eng., Electron. Commun.*, 2009, vol. 7, pp. 136-143.
53. Maundy B., Elwakil A.S., Freeborn T.J. On the practical realization of higher-order filters with fractional stepping. *Signal Processing*, 2011, vol. 91, pp. 484-491.
54. Tripathy M.C., Mondal D., Biswas K., Sen S. Design and performance study of phase-locked loop using fractional-order loop filter. *International J. of Circuit Theory and Applications*, 2015, vol. 43, is. 6, pp. 776-792.
55. Freeborn T., Maundy B., Elwakil A.S. Approximated Fractional Order Chebyshev Lowpass Filters. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, vol. 2015, pp. 1-7. DOI: 10.1155/2015/S3246S.
56. Tripathy M.C., Biswas K., Sen S. A design example of a fractional-order Kerwin-Huelsman-Newcomb biquad filter with two fractional capacitors of different order. *Circuits, Systems, and Signal Proc.*, 2013, vol. 32, no. 4, pp. 1523-1536.

57. Soltan A., Radwan A.G., Soliman A.M. Measurement Fractional Order Sallen-Key Filters. *International J. of Electrical, Electronics, Communication, Energy Science and Engineering*, 2013, vol. 7, no.12, pp. 1088-1092.
58. Adhikary A., Sen S., Biswas K. Practical Realization of Tunable Fractional Order Parallel Resonator and Fractional Order Filters. *Regular Papers*, August 2016, vol. 63, no 8, pp. 1142-1151.
59. Knyazev A.V., Ushakov P.A. *Sravnitel'nyy analiz harakteristik fraktal'nogo parallel'nogo kolebatel'nogo kontura* [Comparative analysis of fractal parallel oscillatory circuit characteristics]. *Materialy II Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferencii aspirantov, magistrantov i molodyh uchenykh s mezhdunarodnym uchastiem "Molodye uchenye - uskoreniyu nauchno-tekhnicheskogo progressa v XXI veke"* [Proc. II Vseros. scientific and technical conf. graduate students, undergraduates and young scientists from the international participation "Young scientists - accelerate scientific and technological progress in the XXI century"]. IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova, 2013, pp. 337-341 (in Russ.).
60. Radwan A.G., Elwakil A.S., Soliman A.M. Fractional-order sinusoidal oscillators: design procedure and practical examples. *IEEE Trans, on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2008, vol. 55, pp. 2051-2063.
61. Elwakil A.S., Agambayev A., Allagui A., Salama K.N. Experimental demonstration of fractional-order oscillators of orders 2.6 and 2.7. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2017, vol. 96, pp. 160-164.
62. Agambayev A. Fractional-Order Hartley Oscillator. *Proc. 14th Conference on Ph.D. Research in Microelectronics and Electronics (2-5 July 2018)*. DOI: 10.1109/PRIME.2018.8430336.
63. Fouda M.E., Soltan A., Radwan A.G., Soliman A.M. Fractional-order multi-phase oscillators design and analysis suitable for higher-order PSK applications. *Analog Integrated Circuits and Signal Proc.*, 2016, vol. 87, pp. 301-312.
64. Maundy B., Elwakil A., Gift S. On the realization of multiphase oscillators using fractional-order allpass filters. *Circuits, Systems and Signal Processing*, 2012, vol. 31, pp. 3-17.
65. Lahiri A. Low-frequency quadrature sinusoidal oscillators using current differencing buffered amplifiers. *Indian Journal of Pure & Applied Physics*, 2011, vol. 49, no. 6, pp. 423-428.
66. Pittala C.S., Srinivasulu A. Quadrature oscillator using operational transresistance amplifier. *Applied Electronics*, 2014, pp. 117-120.
67. Lobna S.A., Madian A.H., Radwan A.G., Soliman A.M. Fractional order oscillator with independent control of phase and frequency. *Proc. 2nd International Conf. on Electronic Design (ICED) 19-21 Aug. 2014*. DOI: 10.1109/ICED.2014.7015803.
68. Maundy B., Elwakil A., Gift S. On a multivibrator that employs a fractional capacitor. *Analog Integr Circ Sig Proc.*, 2009, 62. DOI: 10.1007/s 10470-009-9329-3.
69. Sacu I.E., Alcy M. Electronically Controllable Fractional Multivibrator. *IETE Journal of Research*, 06 Dec 2018. DOI: 10.1080/03772063.2018.1548909.

Bipolar Elements with Fractal Impedance and Their Application in Radio Engineering and Communications

P.A. Ushakov, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

G.D. Baboshkin, Post-graduate, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

S.V. Stoichev, Post-graduate, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

V.G. Gravshin, Post-graduate, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

Modern radio engineering also includes the fractals theory, the theory of fractional integro-differentiation operators, and fractal interpretation of various problems arising in different fields of science and technology. New terms "fractal radiophysics", "fractal radar", and "fractal radioelectronics" reflect a brand new approach to representing the components of electrical signals and the electromagnetic field.

This review also includes the definition of fractional calculus main operators: the derivative and integral of fractional orders, which are necessary for description and study fractal systems and processes.

Analog circuit simulation is practiced on a wide scale to solve practical problem when it has difficult mathematical formulation or when its analytical solution is not required, but when you need to know only a dynamic system reaction to a certain effect. However, in the case of fractional-order systems, the implementation of such simulation requires the presence of specific bipolar passive elements which relationship between current and voltage is described by a fractional-order differential equation. The impedance of such elements is different from the impedance of conventional capacitive or inductive elements. The frequency on which it depends has a fractional power α ($0 < \alpha < 1$). Therefore, we called them elements with fractal impedance (FOE).

The objective of this work is to bridge the gaps in informing about FOE, because information about FOE, their characteristics, design options and principles for implementing fractal impedance, also about using FOE to improve the functional devices of radio engineering and communications is practically unknown to Russian researchers, engineers, young scientists, etc.

This paper also includes the classification of FOE, some existing design and technological options for FOE and their characteristics. According to a comparative analysis of the characteristics of different FOEs, most of them are currently not suitable for manufacture on an industrial scale to satisfy the needs of scientists and engineers. However, FOEs based on a multilayer resistive-capacitive medium with controlled geometric and electrophysical parameters of the medium are quite promising. These elements are constructed in the form of integrated structures manufactured using standard technologies as well as for creating film or semiconductor microcircuits. Mathematical models, algo-

rithms, and programs have been developed for its analysis and synthesis. This allows to design the FOE constructions with a given α in a given limited frequency band. Samples of FOE that were industrially manufactured and a comparison of the characteristics realized in practice with those synthesized at the design stage are also demonstrated in this work.

Physical FOE samples allow for evaluating the potential advantages of their application, possible limitations and design methods, taking into account those features that distinguish FOE from traditional passive elements used in circuitry and analog modeling.

The work considers the principles of building integrators and differentiators of fractional order and the results of integration and differentiation of signals with devices using FOE based on a resistive-capacitive medium (FOE based on one-dimensional homogeneous resistive-capacitive elements with a layer structure of R-C-NR). There is an example that shows the possibility of creating an analog processor using analog integrators and fractional order differentiators to solve fractional differential equations.

There is also an example of the fractional-order PID control implementation for constructing an automatic control system for an antenna-rotary device. The results of the designed device were checked using circuit modeling, in which their mathematical models were used as FOEs. It was shown that a fractional order regulator allows to create a control system with better control characteristics than the classical control system.

It is described how using FOE in creating chaos generators (which are the basis of systems characterized by deterministic chaos) allows to change the nature of chaotic signals and the shape of attractors without changing the initial conditions or switching chaos formation systems.

The work also includes a description of constructing fractional-order frequency-selective filters principles and features of the frequency characteristics of various types of filters. Besides that, the possibilities are presented for controlling filter parameters and characteristics by using an additional degree of freedom in the form of the parameter α as an FOE parameter.

Since frequency-selective filters are an integral part of oscillators of electrical oscillations, using fractional filters also introduces serious differences in the parameters of fractional oscillators in comparison with the parameters of their classic prototypes. The main difference is that the generation frequencies are several orders of magnitude higher than the generation frequencies of prototypes with the same time constants of phasing circuits. Beyond that an additional degree of freedom allows you to independently control the frequency and phase of the signal at the output of the generator and build multiphase generators.

Keywords: fractional calculus, elements with fractal impedance, RC-elements with distributed parameters, devices for fractional differentiation and integration, fractional order PID controllers, fractional order generators, fractional order filters.

Получено 10.02.2020

Образец цитирования

Двухполюсные элементы с фрактальным импедансом и их применение в радиотехнике и связи / П. А. Ушаков, Г. Д. Бабоскин, С. В. Стойчев, В. Г. Гравшин // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2020. Т. 23, № 1. С. 75–105. DOI: 10.22213/2413-1172-2020-1-75-105.

For Citation

Ushakov P.A., Baboshkin G.D., Stoichev S.V., Gravshin V.G. [Bipolar Elements with Fractal Impedance and Their Application in Radio Engineering and Communications]. *Vestnik IzhGTU imeni M. T. Kalashnikova*, 2020, vol. 23, no. 1, pp. 75-105 (in Russ.). DOI: 10.22213/2413-1172-2020-1-75-105.