

УДК 621.65.03

DOI: 10.22213/2413-1172-2021-2-40-45

## Методика геометрического проектирования некруглых зубчатых звеньев планетарной роторной гидромашины\*

Д. В. Фадюшин, магистрант, Курганский государственный университет, Курган, Россия

Г. Ю. Волков, доктор технических наук, доцент, Курганский государственный университет, Курган, Россия

*Планетарные роторные гидромашины с плавающими сателлитами до настоящего времени почти не производились и оставались малоизученными. Одна из проблем состояла в отсутствии простого и доступного способа геометрического проектирования некруглых зубчатых звеньев. Ранее нами была предложена достаточно простая инженерная методика проектирования некруглых колес планетарных гидромашин, однако в некоторых задачах ее применение дает небольшую погрешность.*

*В статье изложена уточненная методика проектирования зубчатых звеньев планетарной роторной гидромашины.*

*Проектирование начинается с выбора геометрических параметров круглозвенного планетарного механизма – прототипа проектируемой гидромашины. Далее выбираются числа волн центральных зубчатых колес и вид циклической функции, характеризующей траектории центра сателлита в системах координат, связанных с солнечной шестерней и эпициклом. На следующем этапе выполняется предварительный расчет угла поворота сателлита для множества положений его центра на траектории движения относительно каждого центрального колеса. При этом положения сателлита относительно профилируемого колеса соответствуют его качению по расчетной центроиде данного колеса при постоянной угловой скорости мнимого водила. Далее вычисляется разность полученных углов поворота сателлита, но в системе координат, связанной с мнимым водилом. Эта разность делится пополам и распределяется в качестве корректирующей добавки между углами поворота сателлита относительно солнечной шестерни и эпицикла. Профиль зубчатого венца каждого некруглого центрального колеса получается графически как огибающая семейства кривых-профилей сателлита во множестве его положений.*

*Уточненная методика проектирования, почти не усложняя процесс профилирования колес планетарных гидромашин, устраняет получавшуюся ранее погрешность и обеспечивает точное решение поставленной задачи.*

**Ключевые слова:** планетарные роторные гидромашины, плавающие сателлиты, некруглые зубчатые колеса, геометрический синтез.

### Введение

**П**ланетарные роторные гидромашины с плавающими сателлитами (см. например, рис. 1) до настоящего времени, главным образом в силу трудностей изготовления некруглых зубчатых звеньев, почти не производились и оставались малоизученными. Сложности возникают уже в процессе геометрического проектирования звеньев таких машин.

Основы теории синтеза некруглых зубчатых колес заложены Ф. Л. Литвиным [1]. В более поздних работах других авторов [2–9] рассмотрены вопросы профилирования некруглых колес зубчатых передач с помощью систем (станков) с ЧПУ. При проектировании планетарных механизмов с некруглыми центральными колесами присутствует ряд дополнительных усло-

вий и появляются дополнительные сложности [10–13].

Задача геометрического синтеза рабочего механизма планетарно-роторной гидромашины ранее была решена в работе Ан И-Кана [14]; согласно этому решению на первом этапе выполняется синтез центроид. При этом сначала задается центроида одного из центральных колес и две центроиды сателлита. Задаются зависимости, обеспечивающие выполнение необходимых кинематических соотношений и условий замкнутости центроид. В итоге получается центроида второго центрального колеса как огибающая второй центроиды сателлита. Затем на эти центроиды накладываются профили зубьев с использованием методов теории зацеплений. Недостатком такого метода является сложность его реализации.

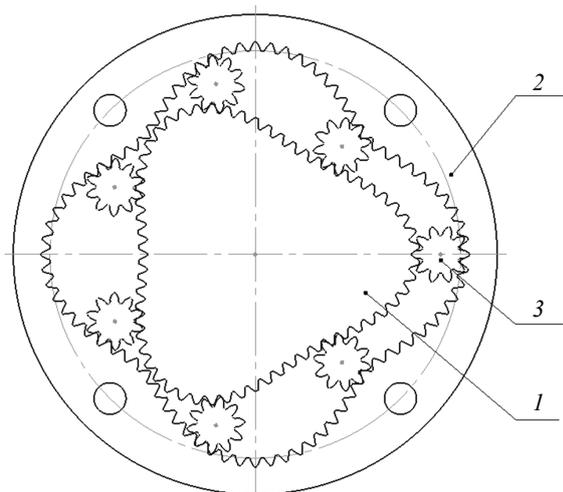


Рис. 1. Схема гидромашины 3×4: 1 – солнечная шестерня (с числом волн  $M = 3$ ); 2 – эпицикл (с числом волн  $N = 4$ ); 3 – спутник

Fig. 1. Diagram of the hydraulic machine 3×4: 1 - solar gear (with the number of waves  $M = 3$ ); 2 - epicycle (with the number of waves  $N = 4$ ); 3 - satellite

В статье Geometric Synthesis of the Planetary Mechanism for a Rotary Hydraulic Machine (Volkov G.Yu., Kurasov D.A., Gorbunov M.V.) была предложена инженерная методика геометрического синтеза планетарно-роторной гидромашины, которая существенно проще, чем метод Ан И-Кана. Данная методика доступна для широкого круга пользователей и вполне работоспособна в большинстве практических случаев. Однако в некоторых схемах гидромашин в определенных критических фазах поворота ротора между рассчитанными по этой методике зубьями возникает уменьшение боковых зазоров (вплоть до подклинивания).

Критическими точками являются точки пересечения траекторий центров спутника в системах координат, связанных с каждым из центральных колес (точка  $O_c$  на рис. 2).

Причина отмеченного явления состоит в том, что спутник не может прийти в расчетную точку  $O_c$  так, чтобы угол его поворота в точности соответствовал обоим зацеплениям. В таком механизме вблизи этой критической точки центр  $X$  спутника смещен относительно этой точки в окружном направлении на расстояние  $\delta^T$ . При этом спутник оказывается зажатым между венцами 1 и 2 (см. рис. 1). Величина радиального натяга – отклонения  $\delta^r$  – приблизительно равна  $\delta^r \approx \delta^T \lambda$ , где  $\lambda$  – угол удержания спутника.

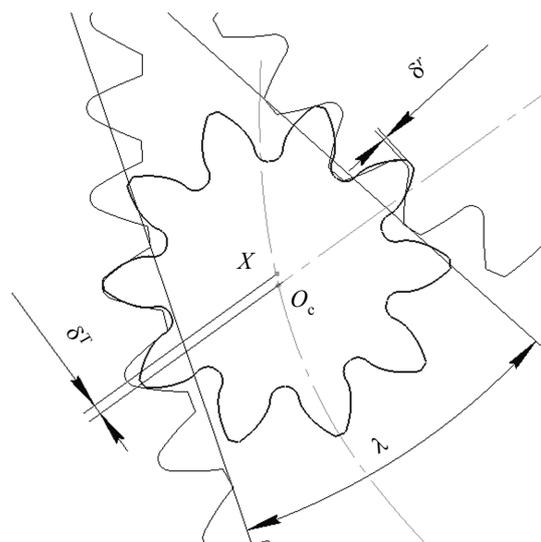


Рис. 2. Положение спутника в критической фазе движения:  $O_c$  – расчетное положение центра спутника;  $X$  – фактическое положение центра спутника;  $\delta^T$  – ошибка положения спутника в окружном направлении;  $\delta^r$  – радиальный натяг;  $\lambda$  – угол удержания спутника

Fig. 2. Position of the planetary gear in the critical phase of movement:  $O_c$  - calculated position of the satellite center;  $X$  - actual position of the satellite center;  $\delta^T$  - satellite position error in the circumferential direction;  $\delta^r$  - radial tension;  $\lambda$  - satellite holding angle

**Цель исследования** – разработка уточненной методики геометрического проектирования некруглых звеньев планетарно-роторных гидромашин, в которой указанный выше недостаток устранен.

**Предлагаемая методика геометрического проектирования некруглых звеньев планетарно-роторных гидромашин**

На первом этапе проектирования выбирают параметры прототипа проектируемого рабочего механизма гидромашины – исходного расчетного круглозвенного механизма. Расчет ведется по стандартной методике [15]. На выходе имеем: все числа зубьев  $Z_1, Z_2, Z_3$  и коэффициенты смещения  $X_1, X_2, X_3$ , а также модуль  $m$  и межосевое расстояние  $a_w$ . В примере, приведенном на рисунке 1:  $Z_1 = 60; Z_2 = 80; Z_3 = 10; X_1 = 1; X_2 = 0,6; X_3 = 0,3; m = 1; a_w = 35,291$ .

На втором этапе задаются числа волн центральных колес  $M$  и  $N$  (в примере  $M = 3; N = 4$ ) и взаимозависимые (однотипные) циклические функции  $F$ , характеризующие траектории центра спутника в системах координат, связанных с каждым из центральных зубчатых колес 1 и 2. В общем случае уравнения этих траекторий в полярных системах координат, связанных с каждым из центральных зубчатых колес 1 и 2, имеют вид

$$r_1(\varphi_1) = r_0(1 + kF(M\varphi_1)); \quad (1)$$

$$r_2(\varphi_2) = r_0(1 + kF(N\varphi_2)), \quad (2)$$

где  $r_1(\varphi_1)$  и  $r_2(\varphi_2)$  – радиусы-векторы траекторий центра спутника;  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – текущие углы поворота мнимого водила в полярных координатах, связанных с соответствующими звеньями;  $k$  – коэффициент некруглости траекторий;  $r_0 = a_w$  – радиус окружности (в которую вырождаются обе траектории при  $k = 0$ ).

В простейших случаях используется циклическая функция  $F(\varphi) = \cos(\varphi)$ , при этом выражения (1) и (2) преобразуются к виду

$$r_1 = r_0(1 + k \cos(M\varphi_1)); \quad (3)$$

$$r_2 = r_0(1 + k \cos(N \cdot \varphi_2)). \quad (4)$$

В рассматриваемом примере траектории центра спутника соответствуют уравнениям (3) и (4) с коэффициентом  $k = 0,15$ .

На третьем этапе рассчитываются полярные координаты  $\varphi_{1(2)}$  и  $r_{1(2)}$  центра спутника во множестве положений на траектории, заданной уравнением (3) (или (4)), а также предварительные величины углов  $\varphi_{c1(2)}$  поворота спутника относительно данного центрального колеса. Для вычисления этих углов используются формулы методики, изложенной в статье «Методика геометрического расчета и профилирования зубчатых венцов планетарной роторной гидромашины» (Волков Г. Ю., Смирнов В. В., Горбунов М. В.).

Угол  $\varphi_{c1(2)}$  поворота спутника относительно колеса  $I$  (или 2):

$$\varphi_{c1(2)} = \left(1 \pm \frac{Z_{1(2)}}{Z_3}\right) \xi_{1(2)} \times \int_0^{\varphi} \sqrt{(r_1(\varphi_{1(2)}))^2 + (r_1'(\varphi_{1(2)}))^2} d\varphi, \quad (5)$$

где  $r_1'(\varphi_{1(2)})$  – производная соответствующей функции  $r_1(\varphi_1)$  или  $r_2(\varphi_2)$ ;  $\xi_{1(2)}$  – коэффициент, учитывающий изменение длины соответствующей центральной траектории по сравнению с длиной центральной окружности исходного круглозвенного механизма,

$$\xi_{1(2)} = \frac{2\pi}{\int_0^{\varphi} \sqrt{(r_1(\varphi_{1(2)}))^2 + (r_1'(\varphi_{1(2)}))^2} d\varphi}. \quad (6)$$

В частном случае, когда циклическая функция  $F(\varphi) = \cos(\varphi)$ , формулы (5) и (6) принимают следующий вид:

$$\varphi_{c1} = \left(1 + \frac{Z_1}{Z_3}\right) \xi_1 \times \int_0^{\varphi} \sqrt{(1 + k \cos(M\varphi_1))^2 + (Mk \sin(M\varphi_1))^2} d\varphi; \quad (7)$$

$$\varphi_{c2} = \left(1 - \frac{Z_2}{Z_3}\right) \xi_2 \times \int_0^{\varphi} \sqrt{(1 + k \cos(N\varphi_2))^2 + (Nk \sin(N\varphi_2))^2} d\varphi; \quad (8)$$

$$\xi_1 = \frac{2\pi}{\int_0^{2\pi} \sqrt{(1 + k \cos(M\varphi_1))^2 + (Mk \sin(M\varphi_1))^2} d\varphi};$$

$$\xi_2 = \frac{2\pi}{\int_0^{2\pi} \sqrt{(1 + k \cos(N\varphi_2))^2 + (Nk \sin(N\varphi_2))^2} d\varphi}.$$

В примере (см. рис. 1) коэффициенты  $\xi_1 = 0,9532$ ;  $\xi_2 = 0,9216$ .

Результаты расчетов по формулам (7) и (8) сводятся в таблицу. В новой методике параметры  $\varphi_{c1}$  и  $\varphi_{c2}$  – это промежуточные значения углов поворота спутника, подлежащие уточнению. Таблицу целесообразно составлять только для первой половины волны циклической функции  $F$ .

На четвертом этапе осуществляется корректировка значений углов поворота спутника. Для выполнения этого действия нужно перейти от углов поворота спутника  $\varphi_{c1}$ ,  $\varphi_{c2}$  относительно обоих центральных колес к углам их поворота относительно мнимого водила  $\varphi_{c1,h} = (\varphi_{c1} - \varphi_1)$ ;  $\varphi_{c2,h} = (\varphi_{c2} - \varphi_2)$  и в соответствующих положениях центра спутника найти разницу  $\Delta_i$  этих углов:

$$\Delta_i = (\varphi_{c1} - \varphi_1) - (\varphi_{c2} - \varphi_2).$$

Заметим, что максимального значения эта разность достигает (см. таблицу) в критических фазах, соответствующая  $1/4$  волны циклической функции.

Разность углов  $\Delta_i$  предлагается распределить между солнечной шестерней и эпициклом поровну и использовать при назначении искомой корректирующей добавки к углам  $\varphi_{c1}$  и  $\varphi_{c2}$ .

В итоге новые, скорректированные, значения  $\varphi_{c1}^{nev}$  и  $\varphi_{c2}^{nev}$  углов поворота сателлита относительно соответствующего профилируемого центрального колеса:

$$\varphi_{c2}^{nev} = -\varphi_{c2} + \frac{\Delta}{2};$$

$$\varphi_{c1}^{nev} = \varphi_{c1} - \frac{\Delta}{2}.$$

На заключительном этапе проектирования используются графические программы (например, КОМПАС). Сателлит строится во множестве положений, а профиль соответствующего некруглого зубчатого венца находится как огибающая семейства кривых – профилей сателлита. Участки венцов, не представленные в таблице, получаются путем графического копирования.

**Параметры, характеризующие закон движения сателлита относительно центральных зубчатых колес**  
**Parameters characterizing the law of motion of the satellite relative to the central gear wheels**

Общий параметр	Солнечная шестерня		Эпицикл		Разность углов $\Delta_i = (\varphi_{c1} - \varphi_{c2}) - (\varphi_1 + \varphi_2)$	Окончательно	
	$\varphi_1$	$\varphi_{c1}$ (предв.)	$\varphi_2 = \varphi_1 M/N$	$\varphi_{c2}$ (предв.)		$\varphi_{c1}^{nev}$	$\varphi_{c2}^{nev}$
$r_1$	$0^\circ$	$0^\circ$	$0^\circ$	$0^\circ$	$0^\circ$	$0^\circ$	$0^\circ$
40,584	$0,4^\circ$	$3,069^\circ$	0,3	-2,226	$0,144^\circ$	$2,997^\circ$	$-2,297^\circ$
40,580	$0,8$	$6,139^\circ$	0,6	-4,451	$0,287^\circ$	$5,995^\circ$	$-4,595^\circ$
...	...	...	...	...	...	...	...
35,291	30	$228,518^\circ$	22,5	-170,635	$5,382$	$225,826^\circ$	$-173,326^\circ$
...	...	...	...	...	...	...	...
26,012	$60^\circ$	$420^\circ$	$45^\circ$	$-315^\circ$	$0^\circ$	$420^\circ$	$-315^\circ$

**Выводы**

Предложенная методика проектирования, почти не усложняя процесс профилирования этих колес, устраняет получавшееся ранее незначительное, но негативное явление сближения их венцов в критических фазах вращения ротора. Методика проектирования достаточно проста и доступна широкому кругу инженеров промышленных предприятий.

**Библиографические ссылки**

1. Литвин Ф. Л. Некруглые зубчатые колеса. М.- Л. : МАШГИЗ, 1956. 218 с.
2. Mircea Niculescu, Laurenția Andrei. Meshing analysis in case of noncircular gears designed for the nails forming kinematics optimization. The Annals of “Dunărea de jos” university of Galați fascicle v, technologies in machine building, 2016, pp. 51-58.
3. García-Hernández C., Gella-Marin R.M., Huertas-Talón J.L., Efkolidis N. and Kyratsis P. WEDM Manufacturing Method for Noncircular Gears, Using CAD/CAM Software. Stroj. Vestn.-J. Mech. Eng., 2016, vol. 62, no. 2.
4. Gao T., Han J., Tian X. and Xia L. Machining method with evenly distributed allowance based on the normal linkage model of non-circular gear shaping. INMATECH-Agric. Eng., 2017, vol. 53, pp. 113-122.
5. Zheng F., Hua L., Hua L., Han X., Li B. and Chen D. Synthesis of Shaped Noncircular Gear Using a Three-Linkage Computer Numerical Control Shaping Machine. J. Manuf. Sci. Eng., 2017, vol. 139.
6. Liu Y., Liao F., Dong C. Research on Tooth Profile Error of Non-Circular Gears Based on Complex Surface Theory. Springer Nature Singapore Pte Ltd., Singapore, 2020.

7. Salacinski T., Chmielewski T. and Przesmycki A. Technological Aspects in Manufacturing of Non-Circular Gears. Applied Sciences, 2020, vol. 10, pp. 2-12.
8. Zheng F., Han X., Lin H. Design and manufacture of new type of non-circular cylindrical gear generated by face-milling method. Mech Mach Theory, 2018, vol. 122, pp. 326-346.
9. Addomine M., Figliolini G. and Pennestrì E. A landmark in the history of non-circular gears design: the mechanical masterpiece of Dondi’s astrarium. Mech Mach Theory, 2018, vol. 122, pp. 219-232.
10. Chao Lin, Xiguang Xia and Peilu Li. Geometric design and kinematics analysis of coplanar double internal meshing non-circular planetary gear train. Advances in Mechanical Engineering, 2018, vol. 10, no. 12, pp. 1-12.
11. Prikhodko A. Design and investigation of intermittent motion planetary mechanisms with elliptical gears. J. Mech. Cont. & Math. Sci., 2019, vol. 14, no. 6, pp. 354-368.
12. Приходько А. А., Смелягин А. И. Создание и исследование планетарных механизмов прерывистого движения с эллиптическими зубчатыми колесами // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2019. № 6. С. 77–88.
13. Prikhodko A.A., Smelyagin A.I. and Tsybin A.D. Kinematics of planetary mechanisms with intermittent motion. Procedia Engineer, 2017, 206, pp. 380-385.
14. Ан И-Кан. Геометрический расчет роторной гидромашины с некруглыми солнечными колесами и плавающими сателлитами // Вестник машиностроения. 2000. № 9. С. 22–24.
15. Болотовский И. А. Справочник по геометрическому проектированию эвольвентных и червячных передач. М. : Машиностроение, 1986. 448 с.

## References

1. Litvin F.L. *Nekruglye zubchatye koleasa* [Non-circular gear wheels]. Moscow-Leningrad, Mashgiz Publ., 1956, 218 p. (in Russ.).
2. Mircea Niculescu, Laurenția Andrei. Meshing analysis in case of noncircular gears designed for the nails forming kinematics optimization *The Annals of "Dunărea de jos" university of Galați fascicle v, technologies in machine building* 2016, pp. 51-58.
3. García-Hernández C., Gella-Marín R.M., Huertas-Talón J.L., Efklodis N. and Kyratsis P. WEDM Manufacturing Method for Noncircular Gears, Using CAD/CAM Software. *Stroj. Vestn.-J. Mech. Eng.*, 2016, vol. 62, no. 2.
4. Gao T., Han J., Tian X. and Xia L. Machining method with evenly distributed allowance based on the normal linkage model of non-circular gear shaping. *INMATECH-Agric. Eng.*, 2017, vol. 53, pp. 113-122.
5. Zheng F., Hua L., Hua L., Han X., Li B. and Chen D. Synthesis of Shaped Noncircular Gear Using a Three-Linkage Computer Numerical Control Shaping Machine. *J. Manuf. Sci. Eng.*, 2017, vol. 139.
6. Liu Y., Liao F., Dong C. Research on Tooth Profile Error of Non-Circular Gears Based on Complex Surface Theory. *Springer Nature Singapore Pte Ltd.*, Singapore, 2020.
7. Salacinski T., Chmielewski T. and Przesmycki A. Technological Aspects in Manufacturing of Non-Circular Gears. *Applied Sciences*, 2020, vol. 10, pp. 2-12.
8. Zheng F., Han X., Lin H. Design and manufacture of new type of non-circular cylindrical gear generated by face-milling method. *Mech Mach Theory*, 2018, vol. 122, pp. 326-346.
9. Addomine M., Figliolini G. and Pennestrì E. A landmark in the history of non-circular gears design: the mechanical masterpiece of Dondi's astrarium. *Mech Mach Theory*, 2018, vol. 122, pp. 219-232.
10. Chao Lin, Xiguang Xia and Peilu Li. Geometric design and kinematics analysis of coplanar double internal meshing non-circular planetary gear train. *Advances in Mechanical Engineering*, 2018, vol. 10, no. 12, pp. 1-12.
11. Prikhodko A. Design and investigation of intermittent motion planetary mechanisms with elliptical gears. *J. Mech. Cont. & Math. Sci.*, 2019, vol. 14, no. 6, pp. 354-368.
12. Prikhodko A.A., Smelyagin A.I. [Creation and research of planetary mechanisms of intermittent motion with elliptical gears]. *Vestnik MGTU im. N. E. Bauman. Ser. Mashinostroenie*, 2019, no. 6, pp. 77-88 (in Russ.).
13. Prikhodko A.A., Smelyagin A.I. and Tsybin A.D. Kinematics of planetary mechanisms with intermittent motion. *Procedia Engineer*, 2017, 206, pp. 380-385.
14. An I-Kan. [Geometric calculation of a rotary hydraulic machine with non-circular sun wheels and floating satellites]. *Vestnik mashinostroeniya*, 2000, no. 9, pp. 22-24 (in Russ.).
15. Bolotovskiy I.A. *Spravochnik po geometricheskomu proektirovaniyu u evol'ventnykh i chervyachnykh peredach* [Handbook on geometric design of involute gear and worm gears]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1986, 448 p. (in Russ.).

## Method of Geometric Design of Non-Circular Gear Wheels of a Planetary Rotary Hydraulic Machine

D.V. Fadyushin, Master's Degree Student, Kurgan State University, Kurgan, Russia

G.Yu. Volkov, DSc in Engineering, Associate Professor, Kurgan State University, Kurgan, Russia

*Until now, planetary rotary hydraulic machines with floating planetary gears were rarely produced and remained poorly studied. One of the main problems was the lack of a simple and affordable method for geometric design of non-circular gear rims. Previously, we proposed a fairly simple engineering method for designing non-circular wheels of planetary hydraulic machines, but in some problems, its application gives a small error.*

*The paper discusses a refined method for profiling non-circular gear rims of volumetric planetary rotary hydraulic machines. The proposed method begins with the choice of the geometric parameters of the round-link planetary mechanism - the prototype of the designed hydraulic machine. Next, the number of waves of the sun gears and the form of the cyclic function characterizing the paths of the planetary gear center in the coordinates associated with the sun gear and the epicycle are selected. The preliminary calculation of the angle of rotation of the planetary gear and the polar coordinates of its center on the path relative to the given sun gear in the variety of the planetary gear positions is performed at the next stage. In this case, the positions of the planetary gear relative to one of the sun gears correspond to its rolling along the calculated centroid of this gear at a constant angular velocity of the imaginary carrier. Next, the difference between the obtained angles of rotation of the planetary gear is calculated in the coordinates associated with the imaginary carrier. This difference is halved and distributed as a correction between the rotation angles of the planetary gear relative to the sun gear and the epicycle. In conclusion, the profile of the rim of each non-circular sun gear is obtained graphically as an envelope of the family of profile curves of the planetary gear in a variety of its positions.*

*The refined design technique, almost without complicating the process of profiling the wheels of planetary hydraulic machines, eliminates the previously obtained error and provides an accurate solution to the problem.*

**Keywords:** planetary rotary hydraulic machines; floating satellites; non-circular gears; geometric synthesis.

Получено 13.03.2021

**Образец цитирования**

Фадюшин Д. В., Волков Г. Ю. Методика геометрического проектирования некруглых зубчатых звеньев планетарной роторной гидромашины // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2021. Т. 24, № 2. С. 40–45. DOI: 10.22213/2413-1172-2021-2-40-45.

**For Citation**

Fadyushin D.V., Volkov G.Yu. [Method of Geometric Design of Non-Circular Gear Wheels of a Planetary Rotary Hydraulic Machine]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, 2021, vol. 24, no. 2, pp. 40-45 (in Russ.). DOI: 10.22213/2413-1172-2021-2-40-45.