

УДК 531.36

DOI: 10.22213/2413-1172-2023-1-48-54

## Исследование и обоснование применения упругодеформируемых тягово-цепных устройств массивных буксируемых объектов

**И. П. Попов**, кандидат технических наук, Курганский государственный университет, Курган, Россия

**Н. М. Филькин**, доктор технических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

**О. Ю. Моисеев**, Курган, Россия

**В. В. Харин**, кандидат технических наук, Курган, Россия

*Наиболее тяжелым этапом работы тягача с массивными буксируемыми объектами является режим трогания с места. Это связано с необходимостью преодоления силы трения покоя, которая существенно превышает силу трения движения. В качестве варианта решения проблемы можно рассматривать использование начальной кинетической энергии тягача, которая может развиваться при использовании ограничено упругодеформируемых тягово-цепных устройств. Для оптимизации математической модели далее принимаются допущения: тяговое усилие  $F$  на крюке тягача – величина неизменная; инертные массы тягача и буксируемых объектов одинаковы и равны  $m$ . Средствами теоретической механики описывается динамика тягача и массивных буксируемых объектов с учетом упругой деформации тягово-цепных устройств. Составленные системы линейных однородных дифференциальных уравнений с правыми частями решаются методом исключения функций с повышением степени, в результате чего образуются дифференциальные уравнения четвертой и шестой степени. Начальные условия при  $t = 0$ :  $d^2x_2/dt^2 = z = 0$ , поскольку тягово-цепное устройство не деформировано и к буксируемому объекту сила не приложена. Определяются периоды  $\tau_2$  и  $\tau_3$ , за которые тягово-цепные устройства подвергнутся максимальной деформации. Для оценки эффективности применения упругодеформируемых тягово-цепных устройств полученные результаты следует сопоставить с аналогичными результатами, соответствующими абсолютно жестким тягово-цепным устройствам. Сопоставление перемещений, скоростей и энергий свидетельствует о высокой эффективности применения упругодеформируемого тягово-цепного устройства. Использование упругодеформируемых тягово-цепных устройств дает возможность накопления начальной кинетической энергии аэродромного тягача, что позволяет преодолеть силу трения покоя и обеспечить трогание с места тяжелых буксируемых объектов. Сопоставление кинематических и динамических параметров тягача с буксируемыми объектами для вариантов с абсолютно жесткими и упругодеформируемыми тягово-цепными устройствами показывает, что эффективность использования последних возрастает с увеличением числа буксируемых объектов. Упругодеформируемые тягово-цепные устройства могут вызывать колебания системы «тягач – буксируемые объекты». Для их предотвращения тягово-цепные устройства надлежит блокировать в момент их наибольшей деформации.*

**Ключевые слова:** буксировка, трение, энергия, тягово-цепное устройство, жесткость, блокировка, перемещение, скорость, ускорение.

### Введение

**Н**аиболее тяжелым этапом работы тягача с массивными буксируемыми объектами является режим трогания с места [1–3]. Это связано с необходимостью преодоления силы трения покоя [4, 5], которая существенно превышает силу трения движения [6–8]. В соответствии с ГОСТ Р 59483–2021 тягач (автомобиль-тягач) – это механическое транспортное средство, способное буксировать прицеп и оборудованное для этого цепным устройством и специальными соединительными элементами для обеспечения связи электрооборудования и тормозных систем прицепа и тягача.

В качестве варианта решения проблемы тяжелого режима трогания составного транспортно-технологического средства можно рассматривать использование начальной кинетической энергии тягача [9–11], которая может развиваться при использовании тягово-цепных устройств [12–14].

**Целью** работы является теоретическое обоснование технического решения указанной проблемы, основанного на применении упругодеформируемых тягово-цепных устройств в двух- и трехзвенных транспортно-технологических машинах, что позволит снизить энергозатраты при трогании с места.

**Методы исследования**

Для оптимизации математической модели далее принимаются допущения: тяговое усилие  $F$  на крюке тягача [15, 16] – величина неизменная; инертные массы тягача и буксируемых объектов одинаковы и равны  $m$ .

Средствами теоретической механики описывается динамика тягача и массивных буксируемых объектов [17–19] с учетом упругой деформации тягово-сцепных устройств. Составленные системы линейных однородных дифференциальных уравнений с правыми частями решаются методом исключения функций с повышением степени, в результате чего образуются дифференциальные уравнения четвертой и шестой степени.

**Тягач и один буксируемый объект**

Динамика тягача описывается выражением

$$F = m \frac{d^2 x_1}{dt^2} + k(x_1 - x_2),$$

где  $F$  – сила, приложенная к тягачу;  $m$  – инертная масса тягача;  $x_1, x_2$  – пути, пройденные, соответственно, тягачом и буксируемым объектом;  $k$  – коэффициент упругости тягово-сцепного устройства.

Динамика буксируемого объекта описывается выражением

$$0 = m \frac{d^2 x_2}{dt^2} - k(x_1 - x_2),$$

где  $m$  – инертная масса буксируемого объекта, равная инертной массе тягача в соответствии с принятыми допущениями.

Совместное решение обоих уравнений дает следующие значения для перемещений, скоростей и ускорений тягача и буксируемого объекта:

$$\begin{aligned} x_1 &= -\frac{F}{4k} \cos \sqrt{\frac{2k}{m}} t + \frac{F}{4m} t^2 + \frac{F}{4k}; \\ x_2 &= \frac{F}{4k} \cos \sqrt{\frac{2k}{m}} t + \frac{F}{4m} t^2 - \frac{F}{4k}; \\ v_1 &= \frac{F}{2\sqrt{2km}} \sin \sqrt{\frac{2k}{m}} t + \frac{F}{2m} t; \\ v_2 &= -\frac{F}{2\sqrt{2km}} \sin \sqrt{\frac{2k}{m}} t + \frac{F}{2m} t; \\ a_1 &= \frac{F}{2m} \cos \sqrt{\frac{2k}{m}} t + \frac{F}{2m}; \\ a_2 &= -\frac{F}{2m} \cos \sqrt{\frac{2k}{m}} t + \frac{F}{2m}. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь  $v_1, v_2$  – скорости,  $a_1, a_2$  – ускорения, соответственно, тягача и буксируемого объекта.

Период  $\tau_2$ , за который тягово-сцепное устройство подвергнется максимальной деформации, определяется следующим образом (индекс 2 равен числу массивных элементов – тягач и буксируемый объект):

$$a_1(\tau_2) - \frac{F}{2m} = 0.$$

С учетом (1)

$$\frac{F}{2m} \cos \sqrt{\frac{2k}{m}} \tau_2 = 0,$$

Отсюда

$$\tau_2 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}}.$$

За период  $\tau_2$  тягач переместится на величину

$$\begin{aligned} x_1(\tau_2) &= -\frac{F}{4k} \cos \sqrt{\frac{2k}{m}} \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}} + \frac{F}{4m} \frac{\pi^2}{4} \frac{m}{2k} + \frac{F}{4k} = \\ &= \frac{F\pi^2}{32k} + \frac{F}{4k}. \end{aligned}$$

При этом его скорость

$$\begin{aligned} v_1(\tau_2) &= \frac{F}{2\sqrt{2km}} \sin \sqrt{\frac{2k}{m}} \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}} + \frac{F}{2m} \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}} = \\ &= \frac{F}{2\sqrt{2km}} + \frac{F\pi}{4\sqrt{2km}}. \end{aligned}$$

Для оценки эффективности применения упругодеформируемого тягово-сцепного устройства полученные результаты следует сопоставить с аналогичными результатами, соответствующими абсолютно жесткому тягово-сцепному устройству.

$$a = \frac{F}{2m}, \quad v = \frac{F}{2m} t, \quad x = \frac{F}{4m} t^2.$$

$$x(\tau_2) = \frac{F}{4m} \frac{\pi^2}{4} \frac{m}{2k} = \frac{F\pi^2}{32k};$$

$$v(\tau_2) = \frac{F}{2m} \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}} = \frac{F\pi}{4\sqrt{2km}}.$$

$$\frac{x_1(\tau_2)}{x(\tau_2)} = \frac{F\pi^2/(32k) + F/(4k)}{F\pi^2/(32k)} = 1 + \frac{32}{4\pi^2} \approx 1,81.$$

$$\frac{v_1(\tau_2)}{v(\tau_2)} = \frac{F/(2\sqrt{2km}) + F\pi/(4\sqrt{2km})}{F\pi/(4\sqrt{2km})} = 1 + \frac{2}{\pi} \approx 1,64.$$

$$\frac{E_1(\tau_2)}{E(\tau_2)} = 2,69.$$

Здесь  $E_1(\tau_2), E(\tau_2)$  – кинетические энергии тягача.

В числителях представленных соотношений расположены теоретически полученные результаты, соответствующие использованию упругодеформируемого тягово-цепного устройства, а в знаменателях – величины, соответствующие практике.

Сопоставление перемещений, скоростей и энергий свидетельствует о высокой эффективности применения упругодеформируемого тягово-цепного устройства.

### Тягач и два буксируемых объекта

Динамика тягача и буксируемых объектов описывается выражениями

$$F = m \frac{d^2 x_1}{dt^2} + k(x_1 - x_2),$$

$$k(x_1 - x_2) = m \frac{d^2 x_2}{dt^2} + k(x_2 - x_3),$$

$$k(x_2 - x_3) = m \frac{d^2 x_3}{dt^2}.$$

Совместное решение этих уравнений дает следующие значения для перемещений, скоростей и ускорений тягача и буксируемых объектов:

$$x_1 = -\frac{F}{18k} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t - \frac{F}{2k} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{F}{6m} t^2 + \frac{5F}{9k};$$

$$x_2 = \frac{F}{9k} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \frac{F}{6m} t^2 - \frac{F}{9k};$$

$$x_3 = -\frac{F}{18k} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \frac{F}{2k} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{F}{6m} t^2 - \frac{4F}{9k};$$

$$v_1 = \frac{F}{6\sqrt{3km}} \sin \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \frac{F}{2\sqrt{km}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{F}{3m} t; \quad (2)$$

$$v_2 = -\frac{F}{3\sqrt{3km}} \sin \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \frac{F}{3m} t;$$

$$v_3 = \frac{F}{6\sqrt{3km}} \sin \sqrt{\frac{3k}{m}} t - \frac{F}{2\sqrt{km}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{F}{3m} t;$$

$$a_1 = \frac{F}{6m} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \frac{F}{2m} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{F}{3m};$$

$$a_2 = -\frac{F}{3m} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t + \frac{F}{3m};$$

$$a_3 = \frac{F}{6m} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} t - \frac{F}{2m} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + \frac{F}{3m}.$$

Период  $\tau_3$ , за который тягово-цепное устройство подвергнется максимальной деформации, определяется следующим образом:

$$a_1(\tau_3) - \frac{F}{3m} = 0.$$

С учетом (2)

$$\frac{F}{6m} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} \tau_3 + \frac{F}{2m} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} \tau_3 = 0.$$

Это уравнение имеет решение

$$\sqrt{\frac{k}{m}} \tau_3 = 0,427\pi,$$

$$\tau_3 = 0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

За период  $\tau_3$  тягач переместится на величину

$$\begin{aligned} x_1(\tau_3) = & -\frac{F}{18k} \cos \sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot 0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}} - \\ & - \frac{F}{2k} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot 0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}} + \\ & + \frac{F}{6m} \left( 0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \right)^2 + \frac{5F}{9k} = 0,78 \frac{F}{k}. \end{aligned}$$

При этом его скорость

$$\begin{aligned} v_1(\tau_3) = & \frac{F}{6\sqrt{3km}} \sin \sqrt{\frac{3k}{m}} \cdot 0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}} + \\ & + \frac{F}{2\sqrt{km}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot 0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}} + \\ & + \frac{F}{3m} 0,427\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{F}{\sqrt{km}}. \end{aligned}$$

Для оценки эффективности применения упругодеформируемых тягово-цепных устройств полученные результаты следует сопоставить с аналогичными результатами, соответствующими абсолютно жестким тягово-цепным устройствам:

$$a = \frac{F}{3m}, \quad v = \frac{F}{3m} t, \quad x = \frac{F}{6m} t^2.$$

$$x(\tau_3) = \frac{F}{6m} \left( 0,427\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \right)^2 = 0,3 \frac{F}{k};$$

$$v(\tau_3) = \frac{F}{3m} \cdot 0,427\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0,45 \frac{F}{\sqrt{mk}}.$$

$$\frac{x_1(\tau_3)}{x(\tau_3)} = 2,6;$$

$$\frac{v_1(\tau_3)}{v(\tau_3)} = 2,22;$$

$$\frac{E_1(\tau_3)}{E(\tau_3)} = 4,93.$$

Сопоставление кинематических и динамических параметров тягача с буксируемыми объектами для вариантов с абсолютно жесткими и упругодеформируемыми тягово-цепными устройствами показывает, что эффективность использования последних возрастает с увеличением числа буксиремых объектов (см. таблицу).

**Сопоставление кинематических и динамических параметров**

Число массивных элементов	$\frac{x_1(\tau)}{x(\tau)}$	$\frac{v_1(\tau)}{v(\tau)}$	$\frac{E_1(\tau)}{E(\tau)}$
2	1,81	1,64	2,69
3	2,6	2,22	4,93

Упругодеформируемые тягово-цепные устройства могут вызывать пространственные резонансные колебания системы «тягач – буксиремые объекты» [20]. Для их предотвращения тягово-цепные устройства надлежит блокировать в момент их наибольшей деформации, что обеспечит максимальную кинетическую энергию в упругодеформируемом устройстве и повысит вероятность трогания массивных объектов с места.

Анализ полученных результатов аналитических исследований показывает эффективность применения упруго-деформируемых тягово-цепных устройств массивных буксиремых объектов, что облегчит управление тягачом, повысит массу буксиремых объектов (прицепов), позволит для буксирования прицепов заданной массы использовать тягачи менее мощными энергосиловыми установками.

Данное направление совершенствования конструкций сцепления тягача с массивными буксиремыми объектами, включая многозвенные автопоезда, требует комплекс экспериментальных исследований, базирующихся на мето-

дах научного планирования эксперимента. Проведение этих экспериментов запланировано в качестве следующего этапа исследований.

**Выводы**

Теоретически обосновано техническое решение проблемы тяжелого режима трогания составного транспортно-технологического средства, основанное на применении ограниченно упругодеформируемых тягово-цепных устройств в двух- и трехзвенных транспортно-технологических машинах, что позволит уменьшить усилие, развиваемое тягачом при трогании с места.

Использование таких тягово-цепных устройств дает возможность реализовать наиболее тяжелый этап работы тягача с массивными буксиремыми объектами, которым является режим трогания с места, за счет накопления начальной кинетической энергии, что позволяет преодолеть силу трения покоя.

**Библиографические ссылки**

1. *Посметьев В. И., Никонов В. О., Посметьев В. В.* Перспективная конструкция рекуперативного седельно-цепного устройства лесовозного тягача с полуприцепом // Лесотехнический журнал. 2019. Т. 9, № 3 (35). С. 180–192. DOI: 10.34220/issn.2222-7962/2019.3/17.
2. *Ширинян К. С., Сиротенко А. Н.* Модернизация ходовой части тягача повышенной проходимости // Молодой исследователь Дона. 2018. № 5 (14). С. 131–136.
3. *Никонов В. О., Посметьев В. И., Фомин Т. Н.* Анализ конструктивных особенностей седельно-цепных устройств тягачей с полуприцепами // Воронежский научно-технический Вестник. 2019. Т. 1, № 1 (27). С. 20–32.
4. *Обобщенная математическая модель динамики изменения силы трения при покое и начале скольжения / А. Д. Бреки, С. Е. Александров, А. С. Биль, С. Г. Чулкин, В. А. Яхимович, А. Е. Гвоздев, А. Г. Колмаков, Е. А. Протопопов // Чебышевский сборник. 2022. Т. 23, № 2 (83). С. 179–190. DOI: 10.22405/2226-8383-2022-23-2-179-190.*
5. *Расчет силы трения покоя в соединении деталей близкой твердости, собранных с натягом / М. М. Матлин, А. И. Мозгунова, Е. Н. Казанкина, В. А. Казанкин // Трение и износ. 2019. Т. 40, № 3. С. 309–316.*
6. *Брусков А. Л.* Движение платформы под действием сил инерции и трения // Культура. Наука. Производство. 2019. № 4. С. 5–8.
7. *Каранетян А. В., Шамин А. Ю.* О движении саней Чаплыгина по горизонтальной плоскости с сухим трением // Прикладная математика и механика. 2019. Т. 83, № 2. С. 228–233. DOI: 10.1134/S0032823519020097.
8. *Кузусев Е. И., Попова Т. В.* О движении шайбы по горизонтальной плоскости в модели вязкого тре-

ния с переменным коэффициентом // Нелинейная динамика. 2018. Т. 14, № 1. С. 145–153.

9. Совершенствование системы рекуперации энергии лесовозного тягача с прицепом-роспуском / В. И. Посметьев, В. О. Никонов, В. В. Посметьев, А. Е. Матяшов // Лесотехнический журнал. 2021. Т. 11, № 2 (42). С. 149–165. DOI: 10.34220/issn.2222-7962/2021.2/14.

10. Логачев В. Г., Исаев И. А. Моделирование динамического воздействия большегрузного автомобильного транспорта на дорожную конструкцию // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и технические науки. 2019. № 6. С. 105–110.

11. Сливинский Е. В., Елецких С. В. К вопросу повышения устойчивости движения автотракторных прицепов // Строительные и дорожные машины. 2020. № 1. С. 23–26.

12. Гамаюнов П. П., Игитов Ш. М., Балберов Р. В. Повышение эффективности использования автомобильных поездов за счет совершенствования элементов сцепного устройства // Техническое регулирование в транспортном строительстве. 2018. № 1 (27). С. 99–103.

13. Сливинский Е. В. Перспективное тягово-сцепное устройство для легковесных автопоездов // Автомобильная промышленность. 2021. № 2. С. 14–17.

14. Шалупина П. И., Рагулина Ю. В. Моделирование нагруженности тягово-сцепного устройства для буксирования тяжелого прицепа // Научно-технический вестник Брянского государственного университета. 2021. № 2. С. 176–182.

15. Картошкин А. П., Фомичев А. И., Долгушин В. А. Результаты тягово-динамических и топливно-экономических испытаний трактора «МИТРАКС Т-10» // Известия Санкт-Петербургского государственного аграрного университета. 2020. № 59. С. 115–123. DOI: 10.24411/2078-1318-2020-12115.

16. Картошкин А. П., Фомичев А. И., Долгушин В. А. Результаты лабораторных тягово-динамических и топливно-экономических испытаний трактора «Скаут Т-25» // Известия Международной академии аграрного образования. 2021. № 55. С. 20–27.

17. Математическая модель динамики разгона тягача с прицепным звеном (полуприцеп/прицеп) и алгоритм превентивной передачи момента колесам прицепного звена / В. А. Ким, А. Т. Скойбеда, И. С. Сазонов, С. Ю. Билык, Е. А. Моисеев, М. Л. Петренко, А. В. Юшкевич, С. Ф. Шашенко // Актуальные вопросы машиноведения. 2019. Т. 8. С. 34–40.

18. Моделирование некоторых динамических характеристик технологических машин дорожно-строительного комплекса / В. К. Маршаков, А. Д. Кононов, А. А. Кононов, В. И. Гильмутдинов // Жилищное хозяйство и коммунальная инфраструктура. 2021. № 4 (19). С. 85–92. DOI: 10.36622/VSTU.2021.19.4.009.

19. Евсеев К. Б. Математическая модель движения гусеничного поезда для внедорожных контейнерных перевозок // Тракторы и сельхозмашины.

2021. Т. 88, № 5. С. 18–29. DOI: 10.31992/0321-4443-2021-5-18-29.

20. Сливинский Е. В., Радин С. Ю., Гридчина И. Н. Исследование пространственных колебаний двухзвенного автопоезда // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2018. № 2 (328). С. 83–92.

## References

1. Posmetiev V.I., Nikonov V.O., Posmetiev V.V. (2019) [Perspective design of a recuperative fifth wheel coupling device for a timber tractor with a semi-trailer]. *Lesotekhnicheskij zhurnal*, 2019, vol. 9, no. 3 (35), pp. 180-192 (in Russ.). DOI: 10.34220/issn.2222-7962/2019.3/17.

2. Shirinyan K.S., Sirotenko A.N. (2018) [Modernization of the undercarriage of a cross-country tractor]. *Molodoy issledovatel' Dona*, 2018, no. 5 (14), pp. 131-136 (in Russ.).

3. Nikonov V.O., Posmetiev V.I., Fomin T.N. (2019) [Analysis of design features of fifth wheel couplings of tractors with semi-trailers]. *Voronezhskiy nauchno-tekhnicheskij Vestnik*, 2019, vol. 1, no. 1 (27), pp. 20-32 (in Russ.).

4. Breki A.D., Alexandrov S.E., Bil A.S., Chulkin S.G., Yakhimovich V.A., Gvozdev A.E., Kolmakov A.G., Protopopov E.A. (2022) [Generalized mathematical model of the dynamics of changes in the friction force at rest and the beginning of slip]. *Chebyshevskiy sbornik*, 2022, vol. 23, no. 2 (83), pp. 179-190 (in Russ.). DOI: 10.22405/2226-8383-2022-23-2-179-190.

5. Matlin M.M., Mozgunova A.I., Kazankina E.N., Kazankin V.A. (2019) [Calculation of the force of static friction in the connection of parts of similar hardness, assembled with an interference fit]. *Treniye i iznos*, 2019, vol. 40, no. 3, pp. 309-316 (in Russ.).

6. Bruskov A.L. (2019) [Platform movement under the action of inertia and friction forces]. *Kul'tura. Nauka. Proizvodstvo*, 2019, no. 4, pp. 5-8 (in Russ.).

7. Karapetyan A.V., Shamin A.Yu. (2019) [On the movement of Chaplygin's sleigh along a horizontal plane with dry friction]. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 2019, vol. 83, no. 2, pp. 228-233 (in Russ.). DOI: 10.1134/S0032823519020097.

8. Kugushev E.I., Popova T.V. (2018) [On the movement of a washer along a horizontal plane in a model of viscous friction with a variable coefficient]. *Nelineynaya dinamika*, 2018, vol. 14, no. 1, pp. 145-153 (in Russ.).

9. Posmetiev V.I., Nikonov V.O., Posmetiev V.V., Matyashov A.E. (2021) [Improving the energy recovery system of a timber tractor with a trailer-dissolution]. *Lesotekhnicheskij zhurnal*, 2021, vol. 11, no. 2 (42), pp. 149-165 (in Russ.). DOI: 10.34220/issn.2222-7962/2021.2/14.

10. Logachev V.G., Isaev I.A. (2019) [Modeling the dynamic impact of heavy vehicles on the road structure]. *Sovremennaya nauka: aktual'nyye problemy teorii i praktiki. Seriya: Yestestvennyye i tekhnicheskiye nauki*, 2019, no. 6, pp. 105-110 (in Russ.).

11. Slivinsky E.V., Eletsikh S.V. (2020) [On the issue of increasing the stability of the movement of auto-tractor trailers]. *Stroitel'nyye i dorozhnyye mashiny*, 2020, no. 1, pp. 23-26 (in Russ.).
12. Gamayunov P.P., Igitov Sh.M., Balberov R.V. (2018) [Improving the efficiency of using road trains by improving the elements of the coupling device]. *Tekhnicheskoye regulirovaniye v transportnom stroitel'stve*, 2018, no. 1 (27), pp. 99-103 (in Russ.).
13. Slivinsky E.V. (2021) [A promising traction coupling device for lightweight road trains]. *Avtomobil'naya promyshlennost'*, 2021, no. 2, pp. 14-17 (in Russ.).
14. Shalupina P.I., Ragulina Yu.V. (2021) [Modeling the loading of a towing device for towing a heavy trailer]. *Nauchno-tekhnicheskyy vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2021, no. 2, pp. 176-182 (in Russ.).
15. Kartoshkin A.P., Fomichev A.I., Dolgushin V.A. (2020) [The results of traction-dynamic and fuel-economic tests of the tractor "MITRAKS T-10"]. *Izvestiya Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta*, 2020, no. 59, pp. 115-123 (in Russ.). DOI: 10.24411/2078-1318-2020-12115.
16. Kartoshkin A.P., Fomichev A.I., Dolgushin V.A. (2021) [The results of laboratory traction-dynamic and fuel-economic tests of the Scout T-25 tractor]. *Izvestiya Mezhdunarodnoy akademii agrarnogo obrazovaniya*, 2021, no. 55, pp. 20-27 (in Russ.).
17. Kim V.A., Skoybeda A.T., Sazonov I.S., Bilyk S.Yu., Moiseev E.A., Petrenko M.L., Yushkevich A.V., Shashenko S.F. (2019) [Mathematical model of the acceleration dynamics of a tractor with a trailer link (semi-trailer/trailer) and an algorithm for the preventive transmission of torque to the wheels of the trailer link]. *Aktual'nyye voprosy mashinovedeniya*, 2019, vol. 8, pp. 34-40 (in Russ.).
18. Marshakov V.K., Kononov A.D., Kononov A.A., Gilmutdinov V.I. (2021) [Modeling of some dynamic characteristics of technological machines of the road-building complex]. *Zhilishchnoye khozyaystvo i kommunal'naya infrastruktura*, 2021, no. 4 (19), pp. 85-92 (in Russ.). DOI: 10.36622/VSTU.2021.19.4.009.
19. Evseev K.B. (2021) [Mathematical model of caterpillar train movement for off-road container transportation]. *Traktory i sel'khoz mashiny*, 2021, vol. 88, no. 5, pp. 18-29 (in Russ.). DOI: 10.31992/0321-4443-2021-5-18-29.
20. Slivinsky E.V., Radin S.Yu., Gridchina I.N. (2018) [Study of spatial oscillations of a two-link road train]. *Fundamental'nyye i prikladnyye problemy tekhniki i tekhnologii*, 2018, no. 2 (328), pp. 83-92 (in Russ.).

### Analysis and Rationale of Tow Units for Tractors with Massive Towed Objects

*I.P. Popov*, PhD in Engineering, Kurgan State University, Kurgan, Russia  
*N.M. Filkin*, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia  
*O.Yu. Moiseev*, Kurgan, Russia  
*V.V. Kharin*, PhD in Engineering, Kurgan, Russia

*The most difficult stage in the operation of a tractor with massive towed objects is the starting mode. This is due to the need to overcome the static friction force, which significantly exceeds the motion friction force. As a solution to this problem, we can consider the use of the initial kinetic energy of the tractor, which can be developed when using limited elastically deformable tow units. To optimize the mathematical model, the following assumptions are made: traction force  $F$  on the hook of the tractor is a constant value; the inertial masses of the tractor and towed objects are the same and equal  $m$ . The dynamics of a tractor and massive towed objects is described by means of theoretical mechanics, taking into account the elastic deformation of tow units. The composed systems of linear homogeneous differential equations with right-hand sides are solved by the method of elimination of functions with increasing of exponential order, as a result of which differential equations of the fourth and sixth power are formed. Initial conditions at  $t = 0$ :  $d^2x_2/dt^2 = z = 0$ , since the tow unit is not deformed and no force is applied to the towed object. The periods  $\tau_2$  and  $\tau_3$  are determined, during which the tow units will undergo maximum deformation. To assess the effectiveness of the use of elastically deformable tow units, the results obtained should be compared with similar results corresponding to absolutely rigid tow units. Comparison of displacements, speeds and energy testifies to the high efficiency of the elastically deformable tow units. The use of elastically deformable tow units makes it possible to accumulate the initial kinetic energy of an aircraft tow tractor, which makes it possible to overcome the static friction force and ensure the starting of heavy towed objects. Comparison of the kinematic and dynamic parameters of the tractor with towed objects for options with absolutely rigid and elastically deformable tow units shows that the efficiency of using the latter increases with an increase in the number of towed objects. Elastically deformable tow units can cause oscillations of the tractor-towed objects system. To prevent them, the tow units must be blocked at the moment of their maximum deformation.*

**Keywords:** towing, friction, energy, tow unit, stiffness, blocking, movement, speed, acceleration.

Получено 09.12.2022

**Образец цитирования**

Исследование и обоснование применения упругодеформируемых тягово-сцепных устройств массивных буксируемых объектов / И. П. Попов, Н. М. Филькин, О. Ю. Моисеев, В. В. Харин // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2023. Т. 26, № 1. С. 48–54. DOI: 10.22213/2413-1172-2023-1-48-54.

**For Citation**

Popov I.P., Filkin N.M., Moiseev O.Yu., Kharin V.V. (2023) [Analysis and Rationale of Tow Units for Tractors with Massive Towed Objects]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, 2023, vol. 26, no. 1, pp. 48-54 (in Russ.). DOI: 10.22213/2413-1172-2023-1-48-54.