

УДК 620.179.118:539.374

DOI: 10.22213/2413-1172-2023-3-4-15

**Анизотропия шероховатости поверхности и анизотропное трение при пластическом деформировании****Н. С. Сивцев**, доктор технических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия**В. В. Тарасов**, доктор технических наук, профессор, УдмФИЦ УрО РАН, Ижевск, Россия**Н. Ю. Михайлова**, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

*Изотропность трения, обычно предполагаемая при рассмотрении вопросов классической механики тел и решении инженерных задач, по существу является частным случаем анизотропного трения, доминирующего в природе. Объясняется это объективно существующим различием свойств самоорганизующейся среды фрикционного взаимодействия тел в различных направлениях. В числе этих свойств – анизотропия физико-механических характеристик материала и его износа, кинематики скольжения в паре трения, структуры приповерхностного слоя. Не менее важным свойством среды, генерирующим анизотропное трение, является анизотропия шероховатости контактирующих поверхностей. Изучению анизотропного трения посвящено большое количество работ. В них исследуются фрикционные характеристики конкретных материалов и пар трения, износостойкость поверхностей, модели динамики тел по шероховатой поверхности. Наиболее часто эти работы носят экспериментальный характер.*

*В настоящей статье на феноменологическом уровне рассматривается влияние анизотропии шероховатости на анизотропное трение в процессах пластического деформирования металлов. Предложена детерминированная модель анизотропного (ортотропного) трения, позволяющая определять величину силы трения и направление скольжения деформируемого металла на контактной поверхности по отношению к вектору внешней сдвигающей силы в зависимости от количественных и качественных параметров шероховатости поверхности инструмента.*

*Шероховатость контактирующих поверхностей в паре трения заготовка – инструмент аппроксимируется набором упорядоченных клиновидных выступов. Контактное взаимодействие рассматривается как процесс деформирования клиновидных выступов заготовки абсолютно жесткими клиновидными выступами инструмента. В процессе пластического деформирования происходит асимптотическое приближение шероховатости поверхности заготовки к шероховатости поверхности инструмента с полным заполнением пластической волной металла заготовки впадин неровностей инструмента.*

**Ключевые слова:** анизотропия, шероховатость, трение, модель, механика, пластическое деформирование.

**Введение**

**П**оверхность любого конструктивного элемента представляется частью гладкой поверхности какого-либо идеального геометрического тела – параллелепипеда, цилиндра, сферы и др. Вместе с тем формообразующая механическая обработка не может обеспечить идеально гладкой поверхности, номинальная форма которой задана чертежом или другим техническим документом. Реальная поверхность любой детали – это совокупность физически существующих неровностей (рис. 1) (см. Суслов А. Г. Назначение, обозначение и контроль параметров шероховатости поверхностей деталей машин. URL: <https://search.rsl.ru/ru/record/01004659218>), отделяющих деталь от

окружающей среды, по поверхностям которых осуществляется ее взаимодействие с этой средой.

Несмотря на исключительно малые размеры этих неровностей, составляющих шероховатость поверхности, они оказывают существенное влияние на самые разнообразные эксплуатационные свойства как самих деталей, так и соединений, образуемых из этих деталей. В их числе: контактная жесткость, коррозионная, эрозионная, радиационная и фреттингстойкость, износостойкость, статическая, усталостная и ударная прочность, вибрационная активность, нагрузочная способность, обтекаемость жидкостями и газами, герметичность соединений, прочность неподвижных прессовых соединений, запыляемость и прирабатываемость поверхностей, теп-

лопроводность, электропроводность, электроконтактное сопротивление, магнитная проницаемость, отражающая способность световых, акустических и электромагнитных волн, и др.

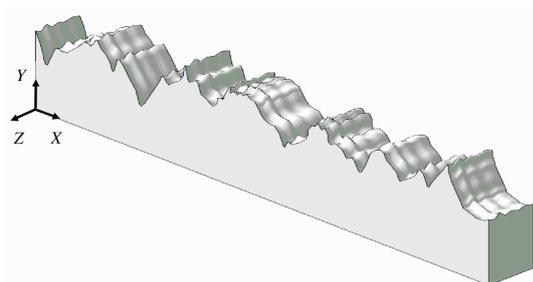


Рис. 1. Изометрическое изображение неровностей поверхности, полученное при различном горизонтальном и вертикальном увеличении

Fig. 1. Isometric image of surface irregularities obtained with different horizontal and vertical magnification

Шероховатость поверхности является трехмерной структурой, причем она анизотропна (от греч. anisos – неравный и tropos – направление), поскольку в силу физических особенностей способов механической обработки

форма и размеры неровностей в разных направлениях отличны. По этой причине для установления связей шероховатости поверхности с эксплуатационными свойствами деталей и соединений ГОСТ 2789–73 дополнительно к параметрам количественной оценки профиля неровностей вводит их качественную (визуальную) оценку, устанавливая требования к типам направлений неровностей поверхности (табл. 1).

Наиболее ярко отличие в размерах неровностей проявляется вдоль и поперек следов обработки (рис. 2) (URL: Уральское отделение российской академии наук. [http://elibrary.udsu.ru/xmlui/bitstream/handle/123456789/70/shurkin\\_ro.pdf?sequence=2](http://elibrary.udsu.ru/xmlui/bitstream/handle/123456789/70/shurkin_ro.pdf?sequence=2)). Высота неровностей, измеренная вдоль следов обработки (в направлении главного движения резания), характеризует продольную шероховатость поверхности. Высота неровностей, измеренная перпендикулярно следам обработки (по направлению подачи при точении, строгании, шлифовании и др.), характеризует поперечную шероховатость. Размеры поперечной шероховатости обычно в два-три раза превышают размеры продольной [1].

Таблица 1. Типы направлений неровностей поверхностей и их обозначение на чертежах

Table 1. Types of redirections of surface irregularities and their designation in drawings

Тип направлений неровностей	Схематическое изображение	Условное обозначение	Обозначение на чертеже
ГОСТ 2789–73		ГОСТ 2.309–73	
Параллельное		=	$\sqrt{= R_a 0,4}$
Перпендикулярное		⊥	$\sqrt{\perp R_a 0,8}$
Перекрещивающееся		×	$\sqrt{\times R_a 1,6}$
Произвольное		M	$\sqrt{MR_a 0,4}$
Кругообразное		C	$\sqrt{CR_a 0,4}$
Радиальное		R	$\sqrt{RR_a 0,8}$
Точечное		P	$\sqrt{PR_a 1,6}$

Примечание: последний тип направлений неровностей (точечный) регламентирован ГОСТ 2.309–73.

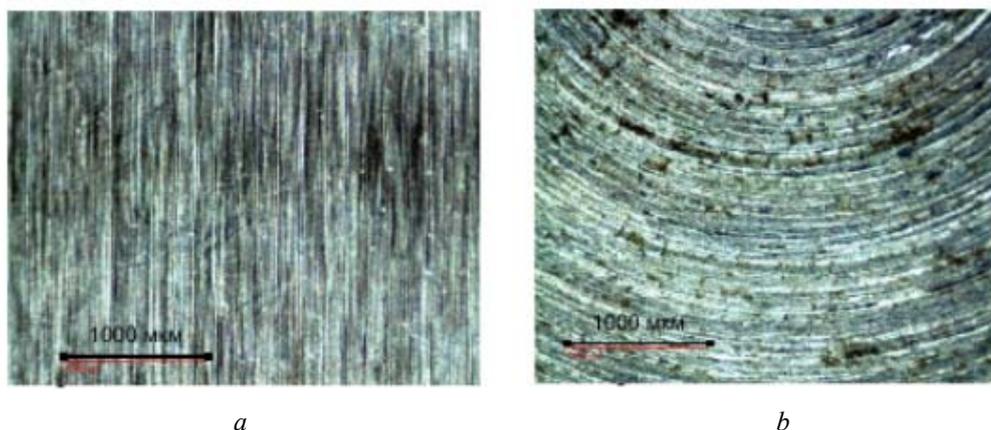


Рис. 2. Следы обработки поверхностей: *a* – плоским шлифованием; *b* – торцовым фрезерованием

Fig. 2. Traces of surface treatment treated with: *a* - flat grinding; *b* - face milling

Особую роль шероховатость играет в механизмах трения и износа контактирующих поверхностей [2]. Неровности поверхностей первыми вступают во взаимодействие, на них формируется фактическая площадь контакта и касательные напряжения гетерогенного трения, при котором каждой точке фактического контакта соответствует отдельный коэффициент трения.

Анизотропия шероховатости является одной из причин анизотропного трения, для которого величина силы трения различна в зависимости от направления скольжения.

Отметим, что анизотропное трение скольжения в кинематических парах существенно отличается от анизотропного трения при пластическом деформировании.

В кинематических парах анизотропное трение происходит в условиях упругой деформации ее элементов [3–5]. Анизотропное трение при пластическом деформировании проявляется как сопротивление скольжению в разных направлениях пластически деформируемого металла по поверхности контакта с инструментом [6–8]. И в первом, и во втором случае с анизотропным трением связано изнашивание контактирующих поверхностей (особенно в период приработки в кинематических парах) и диссипация энергии в контактной зоне.

**Цель** настоящей статьи – разработка детерминированной модели анизотропного трения в процессах пластического деформирования, позволяющая на феноменологическом уровне определять величину силы трения и направление скольжения деформируемого металла на контактной поверхности по отношению к вектору внешней сдвигающей силы в зависимости от количественных и качественных параметров шероховатости поверхности инструмента.

### Закономерности анизотропного внешнего трения

Трение в двух взаимно перпендикулярных направлениях – вдоль и поперек следов обработки (ортотропное трение) – является частным случаем анизотропного трения. Установлено, что сила трения поперек направления следов механической обработки выше, чем вдоль следов обработки [9].

В общем случае силу анизотропного трения можно характеризовать функцией угла  $\alpha$  между вектором этой силы и направлением следов механической обработки, которое принимается за отсчетное (нулевое) направление. В системе декартовых координат эта функция может быть представлена в виде замкнутой кривой (рис. 3), которую называют годографом силы (коэффициента) анизотропного трения [10–12].

При изотропном трении сила трения не зависит от угла  $\alpha$ , и годограф силы трения будет представлять собой окружность (рис. 3, *a*).

Годограф силы ортотропного трения имеет две оси симметрии и представляет собой контур поперечного сечения эллиптического параболоида плоскостью, параллельной плоскости сдвига (рис. 3, *b*).

Когда годограф силы трения имеет одну ось симметрии, можно говорить об одноосевом асимметричном анизотропном трении (рис. 3, *c*). Особенностью такого вида трения является различие сил трения в прямом и обратном направлениях. Такая асимметрия возникает при применении деталей из слоистого материала с особой внутренней архитектурой или деталей, контактная поверхность которых представляет собой оригинальную конструкцию, собираемую из отдельных элементов [13, 14]. Направленная анизотропия может возникать и в случаях, когда

вектор сдвигающей силы либо совпадает, либо не совпадает с направлением подачи режущего

инструмента при механической обработке контактных поверхностей.

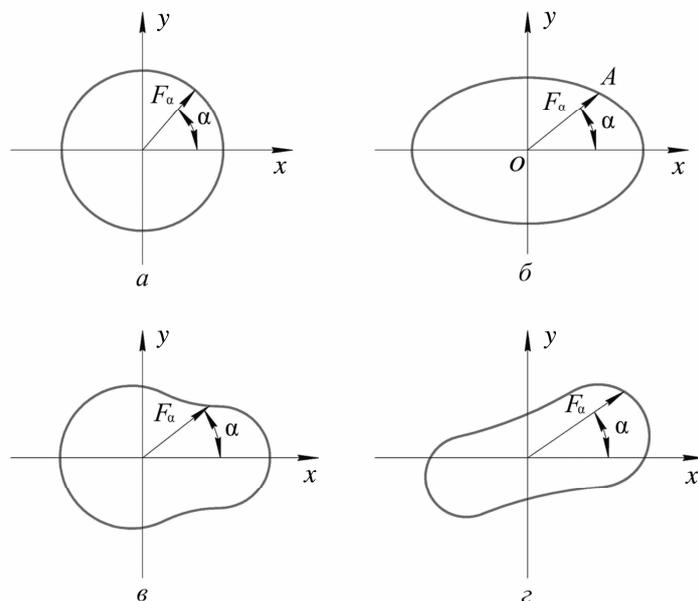


Рис. 3. Типовые годографы силы трения: *a* – изотропное трение; *b* – симметричное анизотропное (ортотропное) трение; *c* и *d* – одноосевое асимметричное и двухосевое асимметричное анизотропное трение;  $F_a$  – сила анизотропного трения

Fig. 3. Typical hodographs of the friction force: *a* - isotropic friction; *b* - symmetrical anisotropic (orthotropic) friction; *c* and *d* - single-axis asymmetric and two-axis asymmetric anisotropic friction;  $F_a$  - anisotropic friction force

Если годограф силы трения не имеет оси симметрии (рис. 3, *d*), то это двухосевое асимметричное трение. В парах трения с незначительным различием твердости поверхностей обоих элементов случай двухосевого асимметричного трения наиболее вероятен. Обусловлено это тем, что для одной и той же контактирующей пары сила трения зависит от схемы трения, которая определяется взаимной ориентацией следов обработки на поверхностях элементов этой пары и вектором внешней сдвигающей силы  $P$  (рис. 4). Количество этих схем, а значит, и годографов трения неограничено. По этой причине ответ на вопрос об оптимальной схеме двухосевого асимметричного анизотропного трения, по-видимому, получить нельзя.

При обработке металлов пластическим деформированием в паре трения инструмент – заготовка инструмент всегда имеет большую твердость. В первый же момент деформации неровности поверхности инструмента начнут сминать неровности поверхности заготовки, образуя на этой поверхности свой отпечаток. Вид годографа при этом не будет зависеть от ориентировки элементов пары трения заготовка – инструмент ( $\chi = 0$ , см. рис. 4), а при явно выраженной на поверхности инструмента продольной и поперечной шероховатости годограф

силы анизотропного трения определится как годограф силы ортотропного трения (см. рис. 3, *b*).

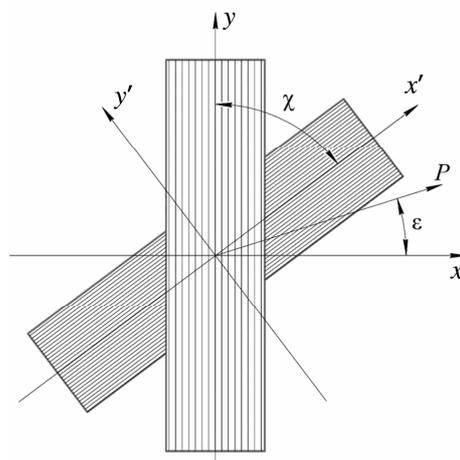


Рис. 4. Вариант схемы трения в контактирующей паре:  $\chi$  – угол между направлениями следов обработки поверхностей контактируемых тел;  $\epsilon$  – угол приложения внешней сдвигающей силы

Fig. 4. A variant of the friction scheme in the contacting pair:  $\chi$  - is the angle between the directions of the surface treatment traces of the contacting bodies;  $\epsilon$  - is the angle of application of the external shear force

Хотя и здесь схемы трения могут быть разными в зависимости от вектора внешней сдви-

гающей силы  $P$ , построение детерминированной модели ортотропного трения, устанавливающей соответствие между переменными, описывающими эти схемы, возможно.

### Построение детерминированной модели ортотропного трения при обработке пластическим деформированием

Геометрическое определение годографа сил ортотропного трения – кривая линия (см. рис. 3, *b*), описываемая каноническим уравнением эллипса, построенного на полуосях  $x(F_{\perp})$  и  $y(F_{\parallel})$ ,

$$\frac{x^2}{F_{\perp}^2} + \frac{y^2}{F_{\parallel}^2} = 1, \quad (1)$$

где  $F_{\perp}$  и  $F_{\parallel}$  – силы трения поперек и вдоль следов обработки соответственно.

Координаты любой точки на этой кривой в зависимости от угла  $\alpha$  (см. рис. 3, *b*) определяются как координаты точки пересечения кривой (1) с линией, представленной уравнением прямой

$$y = x \operatorname{tg} \alpha. \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), имеем

$$x^2 = \frac{F_{\perp}^2 F_{\parallel}^2}{F_{\parallel}^2 + F_{\perp}^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}; \quad y^2 = \frac{F_{\perp}^2 F_{\parallel}^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{F_{\parallel}^2 + F_{\perp}^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}. \quad (3)$$

Учитывая, что величина силы трения  $F_{\alpha}$ , направленная под углом  $\alpha$  к оси  $X$ , представлена длиной вектора  $OA$  (см. рис. 3, *b*), запишем

$$F_{\alpha} = |OA| = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (4)$$

Подставив уравнения (3) в (4), получим

$$F_{\alpha} = \sqrt{\frac{F_{\perp}^2 F_{\parallel}^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)}{F_{\parallel}^2 + F_{\perp}^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}. \quad (5)$$

После преобразований приведем выражение (5) к виду

$$F_{\alpha} = \frac{F_{\parallel}}{\sqrt{\Phi^2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}}, \quad (6)$$

где  $\Phi$  – фактор фрикционной анизотропии,

$$\Phi = \frac{F_{\parallel}}{F_{\perp}}. \quad (7)$$

Соответственно, для касательных напряжений на контакте выражения (6) и (7) переписутся как

$$\tau_{\alpha} = \frac{\tau_{\parallel}}{\sqrt{\Phi^2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}}; \quad (8)$$

$$\Phi = \frac{\tau_{\parallel}}{\tau_{\perp}}, \quad (9)$$

где  $\tau_{\parallel}$  и  $\tau_{\perp}$  – касательные напряжения вдоль и поперек следов механической обработки.

Здесь и ниже касательные напряжения отнесены к номинальной поверхности инструмента площадью  $S_{\text{ин}}$  ( $\tau_{\alpha} = F_{\alpha}'/S_{\text{ин}}$ ,  $\tau_{\parallel} = F_{\parallel}'/S_{\text{ин}}$ ,  $\tau_{\perp} = F_{\perp}'/S_{\text{ин}}$ ).

Для определения значений касательных напряжений вдоль и поперек следов механической обработки воспользуемся моделью сухого трения при пластическом деформировании неровностей поверхности заготовки неровностями поверхности жесткого инструмента [15]. Форма неровностей аппроксимируется регулярным клиновым профилем с углом при вершине и высотой, соответственно,  $2\theta_{\text{заг}}$  и  $R_{Z_{\text{заг}}}$  – для заготовки;  $2\theta$  и  $R_z$  – для инструмента (рис. 5). Процесс деформирования под действием нормальных напряжений рассматривается как процесс затекания пластически деформированного материала в смежные клиновые полости неровностей инструмента с последующим их полным заполнением.

Следуя работе [16], запишем выражения для определения касательных напряжений на площадке фактического контакта и в плоскости сдвига для случая, когда вершина пластической волны находится в пределах левого ската  $AC$ :

$$\tau'_k = k \cos 2\varphi; \quad (10)$$

$$\tau = 0,5k \frac{h}{R_z} \times \left[ \left( 1 + 2\theta + 2\varphi - \frac{\pi}{2} - 2\gamma + \sin 2\varphi \right) \operatorname{ctg} \theta + \cos 2\varphi \right], \quad (11)$$

где  $k$  – константа сдвига;  $\gamma = \arcsin \sqrt{\cos \theta / \sqrt{2}}$ .

Вследствие малости касательных напряжений на площадке фактического контакта  $\tau'_k$  [17] примем их равными нулю (нулевое трение). Тогда из (10) угол наклона линий скольжения к  $AB$   $\varphi = \pi/4$ , а выражение (11) упрощается и приводится к виду

$$\tau = k \frac{h}{R_z} (1 + \theta - \gamma) \operatorname{ctg} \theta. \quad (12)$$

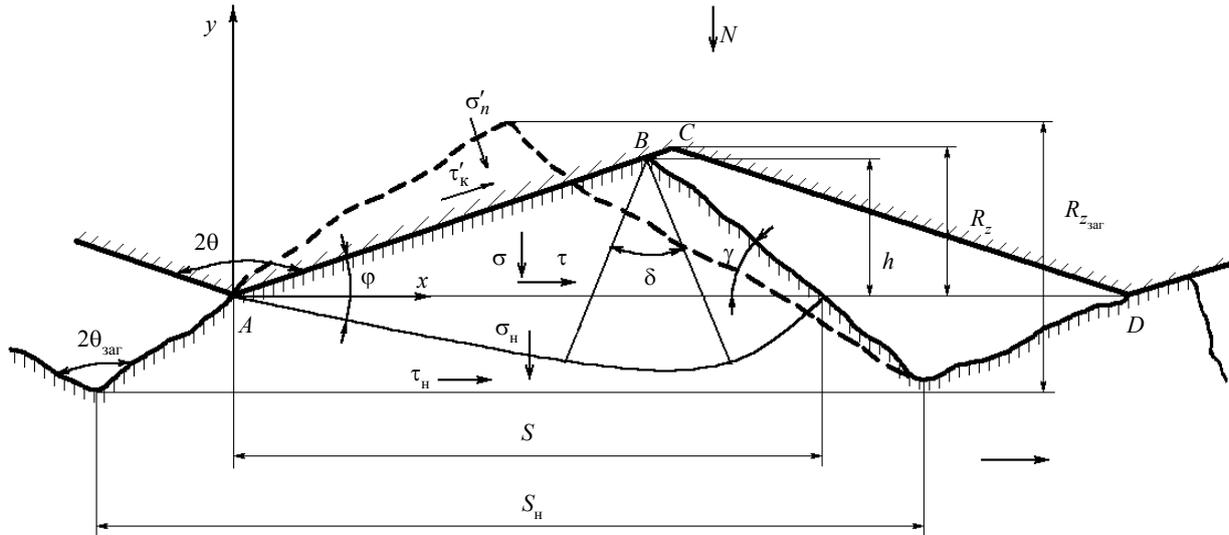


Рис. 5. Схема контактного взаимодействия инструмента с заготовкой и поле линий скольжения в локальном очаге деформации неровности заготовки [15]:  $N$  – нормальная сила;  $\tau'_k$ ,  $\tau$ ,  $\tau_n$  и  $\sigma'_n$ ,  $\sigma$ ,  $\sigma_n$  – касательные и нормальные напряжения соответственно на площадке фактического контакта, в плоскости сдвига площадью  $S$  и на номинальной поверхности заготовки площадью  $S_n$ ;  $h$  – высота пластической волны;  $\delta = \theta + \varphi - \pi/4 - \gamma$ , здесь  $\varphi$  – угол наклона линий скольжения к  $AB$ ,  $\gamma$  – угол наклона свободной поверхности неровности заготовки к плоскости сдвига  $AD$

Fig. 5. The Scheme of the contact interaction of the tool with the workpiece and the field of sliding lines in the local focus of deformation of the roughness of the workpiece [15]:  $N$  - is the normal force;  $\tau'_k$ ,  $\tau$ ,  $\tau_n$  and  $\sigma'_n$ ,  $\sigma$ ,  $\sigma_n$  - are tangential and normal stresses, respectively, at the site of the actual contact, in the shear plane with an area of  $S$  and on the nominal surface of the workpiece with an area of  $S_n$ ;  $h$  - is the height of the plastic wave;  $\delta = \theta + \varphi - \pi/4 - \gamma$ , here  $\varphi$  is the angle of inclination of the sliding lines to  $AB$ ;  $\gamma$  - the angle of inclination of the free surface of the roughness of the workpiece to the shear plane  $AD$

В работах [16, 18] показано, что выход пластической волны на скат неровности  $CD$  и дальнейшее полное заполнение пластической волной впадины неровности поверхности инструмента приводит к увеличению гидростатического давления и не влияет на касательные напряжения  $\tau$ .

Принимая, что в ходе деформации заготовки пластическая волна металла полностью заполняет впадины неровностей поверхности инструмента в продольном направлении ( $h_{\parallel} = R_{z\parallel}$ ), а затем и в поперечном ( $h_{\perp} = R_{z\perp}$ ), из выражения (12) для касательных напряжений вдоль  $\tau_{\parallel}$  и поперек  $\tau_{\perp}$  следов механической обработки можно записать:

$$\tau_{\parallel} = k(1 + \theta_{\parallel} - \gamma_{\parallel}) \operatorname{ctg} \theta_{\parallel}; \quad (13)$$

$$\tau_{\perp} = k(1 + \theta_{\perp} - \gamma_{\perp}) \operatorname{ctg} \theta_{\perp}; \quad (14)$$

$$\gamma_{\parallel} = \arcsin \sqrt{\cos \theta_{\parallel} / \sqrt{2}}, \quad \gamma_{\perp} = \arcsin \sqrt{\cos \theta_{\perp} / \sqrt{2}};$$

$$\theta_{\parallel} = \pi/2 - \beta_{\parallel}, \quad \theta_{\perp} = \pi/2 - \beta_{\perp},$$

где  $\beta_{\parallel}$  и  $\beta_{\perp}$  – углы наклона неровностей профиля вдоль и поперек следов механической обработки (табл. 2) [19, с. 98, табл. 4].

Подставляя (13) в (8) для касательных напряжений на номинальной поверхности инструмента имеем

$$\tau_{\alpha} = \frac{k(1 + \theta_{\parallel} - \gamma_{\parallel}) \operatorname{ctg} \theta_{\parallel}}{\sqrt{\Phi^2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}}. \quad (15)$$

Предложенная модель позволяет производить расчет касательных напряжений  $\tau_{\parallel}$ ,  $\tau_{\perp}$  (13), (14) и фактора трения  $\Phi$  (9) в зависимости от значений геометрических параметров шероховатости поверхности инструмента  $\beta_{\parallel}$  и  $\beta_{\perp}$ , формируемой различными методами механической обработки (табл. 2). По формуле (15) можно определять значения касательных напряжений на номинальной поверхности инструмента для любой схемы ортотропного трения в паре заготовка – инструмент (рис. 6). Ввиду двухосевой симметрии годографа ортотропного трения на рис. 6 представлены только фрагментами кривых в первом квадранте.

Таблица 2. Значения касательных напряжений  $\tau_{\pm}$ ,  $\tau_{\perp}$  и фактора трения  $\Phi$  в зависимости от значений геометрических параметров шероховатости поверхности инструмента, формируемой различными методами механической обработки

Table 2. Values of tangential stresses  $\tau_{\pm}$ ,  $\tau_{\perp}$  and the friction factor  $\Phi$  depending on the values of geometric parameters of the roughness of the tool surface formed by various methods mechanical processing

Метод обработки	$R_a$ , мкм	$\beta_{\perp}$	$\beta_{\pm}$	$\frac{\tau_{\pm}}{k}$	$\frac{\tau_{\perp}}{k}$	$\Phi$
Плоское шлифование	5	35°	2°	0,083	0,889	0,093
	2,5	25°	1°	0,043	0,726	0,059
	1,25	15°	30'	0,022	0,500	0,043
Торцовое фрезерование	5	20°	50'	0,036	0,322	0,057
	2,5	11°	30'	0,022	0,389	0,056
	1,25	5°	15'	0,011	0,195	0,056
Круглое шлифование	1,25	25°	10°	0,359	0,726	0,495
	0,63	16°	8°	0,297	0,526	0,564
	0,32	10°	7°	0,264	0,359	0,735
	0,16	5°	4°	0,159	0,195	0,815
Шабрение	0,63	9°	6°	0,230	0,329	0,701
Стругание	10	20°	2°30'	0,103	0,623	0,165
	5	15°	2°	0,083	0,500	0,166
	2,5	10°	1°30'	0,063	0,359	0,176
	1,25	6°	1°	0,043	0,230	0,185
Цилиндрическое фрезерование	10	25°	8°	0,297	0,726	0,409
	5	20°	7°	0,264	0,622	0,425
	2,5	15°	6°	0,230	0,500	0,460
	1,25	9°	4°	0,159	0,329	0,485
Точение	5	20°	10°	0,359	0,622	0,578
	2,5	15°	8°	0,297	0,500	0,593
	1,25	10°	7°	0,264	0,359	0,735
	0,63	5°	5°	0,195	0,195	1,000
Протягивание	1,25	10°	12'	0,088	0,359	0,025
	0,63	6°	10'	0,007	0,230	0,032
	0,32	3°	8'	0,006	0,122	0,048

*Примечание.* Для плоских поверхностей: при плосковершинной и отделочно-упрочняющей обработке  $R_z = 4,0R_a$ , фрезеровании, строгании и точении  $R_z = 5,0R_a$ , для остальных методов обработки  $R_z = 5,5R_a$ ; для наружных поверхностей вращения: при обтачивании  $R_z = 5,0R_a$ , шлифовании  $R_z = 5,5R_a$ ; для внутренних поверхностей вращения: при развертывании, протягивании  $R_z = 5,0R_a$ , шлифовании и хонинговании  $R_z = 5,5R_a$  [20]

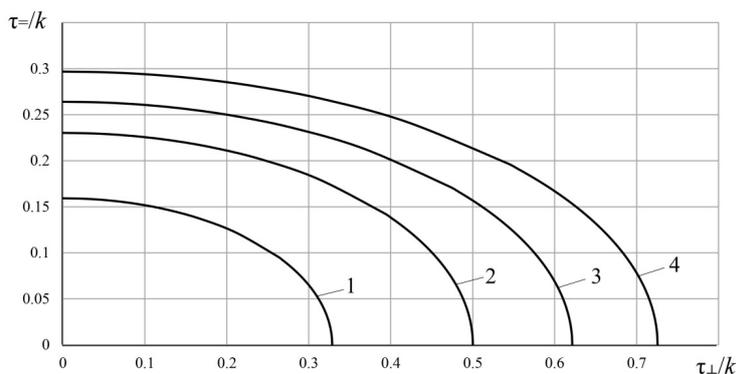


Рис. 6. Годографы касательных напряжений ортотропного трения на рабочей поверхности инструмента, обработанной цилиндрическим фрезерованием: 1 –  $R_a = 1,25$  мкм,  $\beta_{\perp} = 9^\circ$ ,  $\beta_{\pm} = 4^\circ$ ; 2 –  $R_a = 2,5$  мкм,  $\beta_{\perp} = 15^\circ$ ,  $\beta_{\pm} = 6^\circ$ ; 3 –  $R_a = 5$  мкм,  $\beta_{\perp} = 20^\circ$ ,  $\beta_{\pm} = 7^\circ$ ; 4 –  $R_a = 10$  мкм,  $\beta_{\perp} = 25^\circ$ ,  $\beta_{\pm} = 8^\circ$

Fig. 6. Hodographs of tangential stresses of orthotropic friction on the workingsurface of the tool processed by cylindrical milling: 1 –  $R_a = 1,25$  microns,  $\beta_{\perp} = 9^\circ$ ,  $\beta_{\pm} = 4^\circ$ ; 2 –  $R_a = 2.5$  microns,  $\beta_{\perp} = 15^\circ$ ,  $\beta_{\pm} = 6^\circ$ ; 3 –  $R_a = 5$  microns,  $\beta_{\perp} = 20^\circ$ ,  $\beta_{\pm} = 7^\circ$ ; 4 –  $R_a = 10$  microns,  $\beta_{\perp} = 25^\circ$ ,  $\beta_{\pm} = 8^\circ$

**Определение направления скольжения частиц деформируемого металла**

В случае изотропного трения скольжение в паре трения происходит по линии действия внешней сдвигающей силы  $P$  в направлении обратном вектору силы трения  $F_\alpha$ .

При скольжении в условиях анизотропного трения направление относительного скольжения элементов пары трения не совпадает с вектором внешней сдвигающей силы  $P$  [21–23], а вектор силы трения  $F_\alpha$  представляет собой геометрическую сумму двух векторов (рис. 7): вектора трения, направленного по линии скольжения

$$F_{\text{ск}} = F_\alpha \cos \lambda, \tag{16}$$

и вектора трения, направленного нормально к линии скольжения

$$F_{\text{норм}} = F_\alpha \sin \lambda,$$

где  $\lambda = |\omega - \varepsilon|$  – угол увода;  $\omega$  – текущее значение аргумента, определяющего направление скольжения.

Соответственно этому можно говорить о двух касательных напряжениях – по линии скольжения  $\tau_{\text{ск}}$  и нормально к линии скольжения  $\tau_{\text{норм}}$ :

$$\tau_{\text{ск}} = \tau_\alpha \cos \lambda; \quad \tau_{\text{норм}} = \tau_\alpha \sin \lambda.$$

Имея в виду, что  $\lambda = |\omega - \varepsilon|$ , функцию (16) можно переписать в виде

$$F_{\text{ск}} = f(\omega). \tag{17}$$

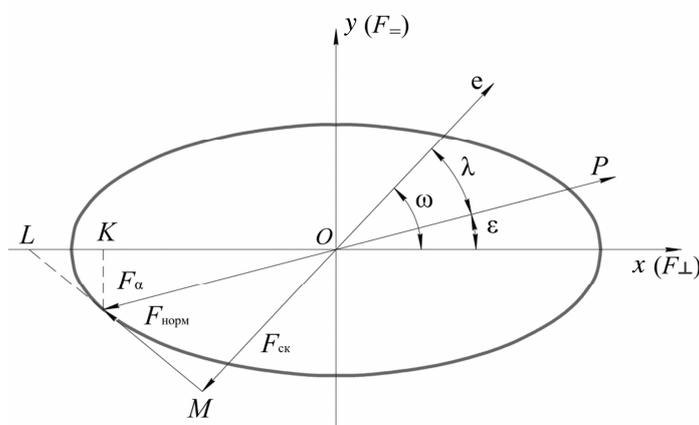


Рис. 7. Составляющие силы анизотропного трения

Fig. 7. Components of the anisotropic friction force

Функция (17) определяет силу трения, приведенную к линии скольжения, а ее график называется приведенным годографом силы (коэффициента) анизотропного трения.

Приближенное аналитическое выражение приведенного годографа ортотропного трения имеет вид [10]

$$F_{\text{ск}} = F_\perp + m \cos^2 \omega, \tag{18}$$

где  $m = F_\perp - F_\parallel$ .

Из треугольника  $OML$  (рис. 7)  $F_{\text{ск}} = (OK + KL) \cos \omega$ , откуда после преобразований имеем

$$F_{\text{ск}} = F_\alpha \cos(\omega - \varepsilon). \tag{19}$$

Приравнивая (18) и (19), получим зависимость, устанавливающую связь между углом  $\varepsilon$  вектора силы  $P$  и углом  $\omega$ , определяющим направление скольжения:

$$F_\perp + m \cos^2 \omega = F_\alpha \cos(\omega - \varepsilon). \tag{20}$$

Для касательных напряжений на контакте

$$\tau_\perp + m \cos^2 \omega = \tau_\alpha \cos(\omega - \varepsilon), \tag{21}$$

$$m = \tau_\perp - \tau_\parallel.$$

Анализ выражений (20), (21) показывает, что для частных значений аргумента  $\varepsilon = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$  соответствующие значения углов  $\omega$  равны  $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ , т. е. по осям симметрии годографа ортотропного трения направление скольжения совпадает с вектором внешней сдвигающей силы  $P$  и угол увода  $\lambda = 0^\circ$  (рис. 8).

**Выводы**

Трение при обработке металлов пластическим деформированием играет активную роль в формировании вида напряженного состояния заготовки, который в конечном итоге определяет условия протекания процесса и его выходные параметры.

При расчетах напряженного состояния пластически деформируемых заготовок в качестве

граничных условий, как правило, используются известные законы трения Амонтона – Кулона, Зибеля, Прандтля, сформулированные исходя из условия изотропного трения. Между тем учет анизотропии трения имеет большое значение

для анализа формообразования, поскольку интенсивность скольжения частиц пластически деформируемого металла в заданном направлении зависит от сопротивления скольжению в этом направлении.

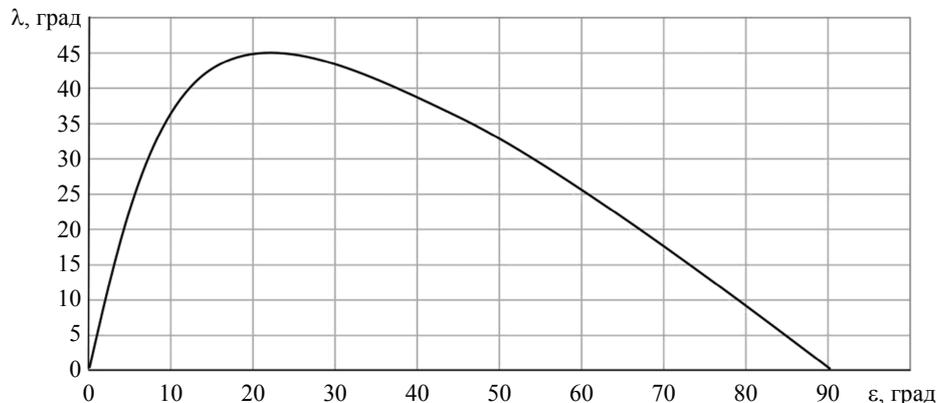


Рис. 8. Зависимость угла  $\lambda$  от угла  $\varepsilon$  ( $0^\circ \leq \varepsilon \leq 90^\circ$ ) при обработке рабочей поверхности инструмента строганием:  $R_a = 5$  мкм,  $\beta_\perp = 15^\circ$ ,  $\beta_- = 2^\circ$

Fig. 8. Dependence of the angle  $\lambda$  on the angle  $\varepsilon$  ( $0^\circ \leq \varepsilon \leq 90^\circ$ ) when processing the working surface of the tool by planing:  $R_a = 5$  microns,  $\beta_\perp = 15^\circ$ ,  $\beta_- = 2^\circ$

Предложенная детерминированная модель анизотропного (ортотропного) трения является новой и позволяет определять величины сил анизотропного трения и направление наиболее интенсивного истечения материала по контактной поверхности заготовки при различных схемах пластического деформирования с учетом значений количественных и качественных параметров шероховатости поверхности инструмента (углов наклона и высоты неровностей профиля вдоль и поперек следов обработки).

Это открывает дополнительную возможность управления размерной и геометрической точностью деталей а также энергосиловыми параметрами в процессах формообразующей обработки пластическим деформированием.

#### Библиографические ссылки

1. Маталин А. А. Технология механической обработки. Л. : Машиностроение (Ленингр. отд-е), 1977. 464 с.
2. Комбалов В. С. Влияние шероховатости твердых тел на трение и износ. М. : Наука, 1974. 112 с.
3. Плоскопараллельное движение робота-змеи при наличии анизотропного сухого трения и единственного управляющего сигнала / М. З. Досаев, Л. А. Климина, В. А. Самсонов, Ю. Д. Селютский // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2022. № 5. С. 152–161. DOI: 10.31857/S0002338822050067

4. Дмитриев Н. Н., Хан Х. Скольжение узкой прямоугольной пластины по горизонтальной плоскости с асимметричным ортотропным трением при равномерном распределении давления // Прикладная математика и механика. 2020. Т. 84, № 6. С. 790–802. DOI: 10.31857/S0032823520060041

5. Дмитриев Н. Н. О движении осесимметричного твердого тела, опирающегося на горизонтальную площадку, в условиях ортотропного динамически согласованного трения // Прикладная математика и механика. 2022. Т. 86, № 5. С. 666–684. DOI: 10.31857/S0032823522050083

6. Грязев М. В., Ларин С. Н., Пасынков А. А. Оценка влияния анизотропии материала на силу вытяжки с прижимом через радиальную матрицу // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2018. № 2. С. 244–248.

7. Ларин С. Н., Булычев В. А. Научно обоснованная технология обратного выдавливания изделий из анизотропных трубных заготовок // Научные технологии в машиностроении. 2019. № 10 (100) С. 12–18. DOI: [https://doi.org/10.30987/article\\_5d6518cd53cfc8.73541778](https://doi.org/10.30987/article_5d6518cd53cfc8.73541778)

8. Костюк Е. В., Шевчук Н. А., Денисова М. В. Компьютерное моделирование процесса глубокой вытяжки оболочек из анизотропных материалов // Globus: Технические науки. 2022. Т. 8, № 2 (43). С. 14–24.

9. Северденко В. П. Теория обработки металлов давлением. Минск : Высшая школа, 1966. 223 с.

10. Опейко Ф. А. Математическая теория трения. Минск : Академия сельскохозяйственных наук БССР, 1971. 149 с.

11. Носков Н. К., Трояновская И. П., Титов С. А. Математическая модель силового взаимодействия колеса с грунтом при повороте машины // Вестник ЮУрГУ. Серия: Машиностроение. 2017. Т. 17, № 3. С. 5–15. DOI: 10.14529/engin17030

12. Трояновская И. П., Жаков А. О. Модель неуправляемого сдвига на примере строительно-дорожной техники // Вестник СибАДИ. 2021. Т. 18, № 6 (82). С. 678–687. DOI: 10.26518/2071-7296-2021-18-6-678-687

13. Bafekrpour E., Dyskin A., Pasternak E. (2015) Internally architected materials with directionally asymmetric friction. *Scientific Reports*, 2015, vol. 5, pp. 1-14. DOI: 10.1038/srep10732

14. Cheng N., Ishigami G., Hawthorne S. (2010) Design and analysis of a soft mobile robot composed of multiple thermally activated joints driven by a single actuator. In *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2010*. May 3-8, 2010, Anchorage, Alaska, USA, pp. 5207-5212. DOI: 10.1109/robot.2010.5509247

15. Тарасов В. В., Сивцев Н. С. Моделирование трения в технологических процессах обработки металлов. Ижевск: ИПМ УрО РАН, 2006. 166 с.

16. Сегал В. М. Технологические задачи теории пластичности (методы исследования). Минск: Наука и техника, 1977. 256 с.

17. Покрас И. Б. Анализ контактного взаимодействия инструмента с заготовкой в процессах обработки металлов давлением // Кузнечно-штамповочное производство. 1987. № 4. С. 6–9.

18. Теория пластических деформаций металлов / Е. П. Унксов, У. Джонсон, В. Л. Колмогоров [и др.] ; под ред. Е. П. Унксова, А. Г. Овчинникова. М. : Машиностроение, 1983. 598 с.

19. Справочник технолога-машиностроителя: в 2 т. 4-е изд., перераб. и доп. Т. 1 /под ред. А. Г. Косиловой, Р. К. Мещерякова. М. : Машиностроение, 1986. 656 с.

20. Сулов А. Г. Качество поверхностного слоя деталей машин. М. : Машиностроение, 2000. 320 с.

21. Тарасов В. В. Анизотропия трения. Ижевск : Институт прикладной механики, 1998. 54 с.

22. Павлов В. В. Теоретические основы взаимодействия гусениц с грунтом при повороте машины // Вестник Московского автомобильно-дорожного института (государственного технического университета). 2005. № 5. С. 38–45.

22. Pavlov V.V. (2005) [Theoretical foundations of the interaction of tracks with the ground when turning the machine]. *Bulletin of the Moscow Automobile and Road Institute (State Technical University)*, 2005, no. 5, pp. 38-45 (in Russ.).

23. Tapia F., Le Tourneau D., Géminard J-C. (2016) Anisotropic friction: assessment off orcecomponents and resulting trajectories. *EPJ Techniques and Instrumentation*, 2016, vol. 3(1). DOI: 10.1140/epjti/s40485-016-0029-y

## References

1. Matalin A.A. (1977) *Tehnologija mehanicheskoj obrabotki* [Technology of mechanical processing]. Leningrad: Mechanical Engineering, 1977, 464 p. (in Russ.).

2. Kombalov V.S. (1974) *Vlijanie sherohovatosti tverdyh tel na trenie i iznos* [The influence of the roughness of solids on friction and wear]. Moscow: Nauka Publ., 1974, 112 p. (in Russ.).

3. Dosaev M.Z., Klimina L.A., Samsonov V.A., Se-lyutsky Yu.D. (2022) [Plane-parallel motion of a snake robot in the presence of anisotropic dry friction and a single control signal]. *Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Theory and control systems*, 2022, no. 5, pp. 152-161 (in Russ.). DOI: 10.31857/S0002338822050067

4. Dmitriev N.N., Khan H. (2020) [Sliding of a narrow rectangular plate along a horizontal plane with asymmetric orthotropic friction with uniform pressure spreading]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2020, vol. 84, no. 6, pp. 790-802 (in Russ.). DOI: 10.31857/S0032823520060041

5. Dmitriev N.N. (2022) [On the motion of an axisymmetric rigid body resting on a horizontal platform under conditions of orthotropic dynamically matched friction]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, vol. 86, no. 5, pp. 666-684 (in Russ.). DOI: 10.31857/S0032823522050083

6. Gryazev M.V., Larin S.N., Pasyukov A.A. (2018) [Assessment of the effect of anisotropy of the material on the drawing force with clamping through a radial matrix]. *Izvestiya Tula State University. Technical sciences*, 2018, no. 2, pp. 244-248 (in Russ.).

7. Larin S.N., Bulychev V.A. (2019) [Scientifically grounded technology of reverse extrusion of products from anisotropic pipe blanks]. *High-tech technologies in mechanical engineering*, 2019, no. 10 (100), pp. 12-18 (in Russ.). DOI: [https://doi.org/10.30987/article\\_5d6518cd53cfc8.73541778](https://doi.org/10.30987/article_5d6518cd53cfc8.73541778)

8. Kostyuk E.V., Shevchuk N.A., Denisova M.V. (2022) [Computer modeling of the process of deep drawing of shells from anisotropic materials]. *Globus: Technical Sciences*, 2022, vol. 8, no. 2 (43), pp. 14-24 (in Russ.).

9. Severdenko V.P. (1966) *Teoriya obrabotki metallov davleniem* [Theory of metal processing by pressure]. Minsk: Vysshaja Shkola Publ., 1966, 223 p. (in Russ.).

10. Opeyko F.A. (1971) *Matematicheskaja teorija trenija* [Mathematical theory of friction]. Minsk: Akademija sel'skohozjstvennyh nauk BSSR, 1971, 149 p. (in Russ.).

11. Noskov N.K., Troyanovskaya I.P., Titov S.A. (2017) [Mathematical model of the force interaction of the wheel with the ground when turning the car]. *Vestnik JuUrGU. Serija: Mashinostroenie*, 2017, vol. 17, no. 3, pp. 5-15 (in Russ.). DOI: 10.14529/engin17030

12. Troyanovskaya I.P., Zhakov A.O. (2021) [Model of uncontrolled shift on the example of road construction equipment]. *Vestnik Sib ADI*, 2021, vol. 18, no. 6, pp. 678-687 (in Russ.). DOI: 10.26518/2071-7296-2021-18-6-678-687
13. Bafekrpour E., Dyskin A., Pasternak E. (2015) Internally architected materials with directionally asymmetric friction. *Scientific Reports*, 2015, vol. 5, pp. 1-14. DOI: 10.1038/srep10732
14. Cheng N., Ishigami G., Hawthorne S. (2010) Design and analysis of a soft mobile robot composed of multiple thermally activated joints driven by a single actuator. In *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2010*. May 3-8, 2010, Anchorage, Alaska, USA, pp. 5207-5212. DOI: 10.1109/robot.2010.5509247
15. Tarasov V.V., Sivtsev N.S. (2006) [Modeling of friction in technological processes of metal processing]. Izhevsk: IPM UrO RAS, 2006, 166 p. (in Russ.).
16. Segal V.M. (1977) *Tehnologicheskie zadachi teorii plastichnosti (metody issledovaniya)* [Technological problems of the theory of plasticity (research methods)]. Minsk: Nauka i tehnika Publ., 1977, 256 p. (in Russ.).
17. Pokras I.B. (1987) [Analysis of the contact interaction of the tool with the workpiece in the processes of metalworking by pressure]. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo*, 1987, no. 4, pp. 6-9 (in Russ.).
18. Unksov E.P., Johnson U., Kolmogorov V.L. (1983) *Teoriya plasticheskikh deformacij metallov* [Theory of plastic deformations of metals]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1983, 598 p. (in Russ.).
19. Kosilova A.G., Meshcheryakova R.K. (eds.) (1986) *Spravochnik tehnologa-mashinostroitelja* [Handbook of a machine-building technologist]. Vol. 1. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1986, 656 p. (in Russ.).
20. Suslov A.G. (2000) *Kachestvo poverhnostnogo sloja detalej mashin* [The quality of the surface layer of machine parts]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 2000, 320 p. (in Russ.).
21. Tarasov V.V. (1998) *Anizotropiya treniya* [Anisotropy of friction]. Izhevsk: Institut prikladnoy mehaniki, 1998, 54 p. (in Russ.).
22. Pavlov V.V. (2005) [Theoretical foundations of the interaction of tracks with the ground when turning the machine]. *Bulletin of the Moscow Automobile and Road Institute (State Technical University)*, 2005, no. 5, pp. 38-45 (in Russ.).
23. Tapia F., Le Tourneau D., Géminard J-C. (2016) Anisotropic friction: assessment off orcecomponents and resulting trajectories. *EPJ Techniques and Instrumentation*, 2016, vol. 3(1). DOI: 10.1140/epjti/s40485-016-0029-y

### Surface Roughness Anisotropy and Anisotropic Friction during Plastic Deformation

N.S. Sivtsev, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

V.V. Tarasov, DSc in Engineering, Professor, Udmurt Federal Research Center of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Izhevsk, Russia

N.Y. Mikhailova, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

*The isotropy of friction, usually assumed when considering the issues of classical mechanics of bodies and solving engineering problems, is essentially a special case of anisotropic friction, which dominates the nature of friction. This is explained by the objectively existing difference in the properties of the self-organizing medium of the frictional interaction of bodies in different directions. Among these properties are the physical and mechanical characteristics of the material and its wear, the kinematics of sliding in a friction pair, and the structure of the near-surface layer. An equally important property of the medium generating anisotropic friction is the anisotropy of the roughness of the contacting surfaces.*

*A large number of papers have been devoted to the study of anisotropic friction. They study the friction characteristics of specific materials and friction pairs, the wear resistance of surfaces, models of the dynamics of bodies on a rough surface. Most often these works are experimental in nature.*

*In this article, the influence of roughness anisotropy on anisotropic friction in the processes of plastic deformation of metals is considered at the phenomenological level.*

*A deterministic model of anisotropic (orthotropic) friction is proposed, which makes it possible to determine the magnitude of the friction force and the direction of movement of the deformable metal on the contact surface by the ratio to the vector of the external shear force, depending on the quantitative and qualitative parameters of the roughness of the tool surface.*

*The roughness of the contacting surfaces in the workpiece-tool friction pair is approximated by a set of ordered wedge-shaped protrusions. Contact interaction is considered as the process of deformation of the wedge-shaped protrusions of the workpiece by absolutely rigid wedge-shaped protrusions of the tool. In the process of plastic deformation, an asymptotic approximation of the roughness of the surface of the workpiece to the roughness of the surface of the tool occurs with the full filling of the hollows of the tool irregularities with a plastic wave of the metal of the workpiece.*

**Keywords:** anisotropy, roughness, friction, model, mechanics, plastic deformation.

Получено 14.07.2023

**Образец цитирования**

Сивцев Н. С., Тарасов В. В., Михайлова Н. Ю. Анизотропия шероховатости поверхности и анизотропное трение при пластическом деформировании // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2023. Т. 26, № 3. С. 4–15. DOI: 10.22213/2413-1172-2023-3-4-15.

**For Citation**

Sivtsev N.S., Tarasov V.V., Mikhailova N.Y. (2023) [Surface Roughness Anisotropy and Anisotropic Friction during Plastic Deformation]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, 2023, vol. 26, no. 3, pp. 4-15 (in Russ.). DOI: 10.22213/2413-1172-2023-3-4-15.