

УДК 53.083.92

DOI: 10.22213/2413-1172-2024-3-4-15

Свертка непрерывного сигнала с использованием быстрого преобразования Фурье с перекрытием для определения координат транспортного робота

С. А. Трефилов, кандидат технических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия
Д. А. Пономарев, Ижевский радиозавод, Ижевск, Россия

Разработан алгоритм непрерывной дискретной свертки сигналов с использованием быстрого преобразования Фурье с перекрытием для более точного определения координат транспортного робота. Представлены два метода определения координат транспортного робота в двумерном пространстве, где используется операция свертки и может быть применен данный алгоритм. В основе алгоритма лежит метод, который позволяет выполнять быстрое преобразование Фурье на нескольких вычислительных блоках параллельно, например, на цифровом сигнальном процессоре TMS320F28377D, где доступны три вычислительных блока, работающих параллельно независимо друг от друга. Использование быстрого преобразования Фурье с перекрытием позволяет обрабатывать сигнал без потерь данных, что является критическим для непрерывной обработки сигналов. Проведено исследование влияния значения смещения окна быстрого преобразования Фурье на частоту получения спектра сигнала и, как выяснилось, уменьшение смещения окна быстрого преобразования Фурье приводит к увеличению частоты получения спектра сигнала, что, в свою очередь, позволяет более точно восстанавливать амплитуду исходного сигнала, то есть идет меньше потерь данных спектра. В качестве результатов приводятся иллюстрации исследования в виде трехмерных графиков, где представлены спектры сигнала во времени при быстром преобразовании Фурье с перекрытием, когда в качестве исходного сигнала используется синусоидальный сигнал, который с течением времени увеличивает свою частоту. Сравнение результатов работы алгоритма без перекрытия и с перекрытием при различных значениях смещения показало, что метод с перекрытием обеспечивает значительно более точное и частое получение данных спектра, избегая потерь данных. Представленные результаты полезны в робототехнике, когда требуется точное определение координат транспортного робота.

Ключевые слова: преобразование Фурье, спектральный анализ, свертка, обработка сигналов, робототехника.

Введение

В задачах анализа сигналов важнейшим является выполнение свертки двух сигналов для нахождения одного сигнала в другом.

Дискретная свертка сигналов представляет из себя умножение двух спектральных плотностей сигналов: один сигнал эталонный, по которому будет вестись поиск, второй – рабочий, в нем ведется поиск эталонного сигнала. Дискретная свертка помогает найти сходство двух сигналов и определить нахождение эталонного сигнала по времени в рабочем сигнале, поэтому дискретная свертка является очень важной в задачах анализа сигналов.

Для получения спектра сигнала используется преобразование Фурье. Для выполнения свертки нужно выполнить два преобразования Фурье –

по одному для каждого из сигналов, после чего произвести умножение получившихся спектров. После умножения нужно выполнить обратное преобразование Фурье для перехода от спектральной к временной области.

В задачах обработки сигналов иногда требуется выполнять обработку получаемого сигнала непрерывно. Если выполнять всё последовательно – сначала считывать данные сигнала, после чего выполнять свертку и затем зациклить это, то при условии, что время выполнения свертки больше, чем время записи данных в буфер, во время выполнения свертки будут пропущены данные сигнала. Чтобы выполнять свертку непрерывно, необходимо выполнить преобразование Фурье с перекрытием.

Робототехника является одной из таких областей, где непрерывная и точная обработка

сигналов играет критическую роль, например, когда требуется точно определить координаты транспортного робота.

Цель данной работы – исследование способа выполнения непрерывной свертки с использованием преобразования Фурье с перекрытием, который дал бы возможность выполнять свертку непрерывно и не пропускать полезные данные спектра для высокоточного определения координат транспортного робота.

Краткий обзор научной литературы по вопросу преобразований Фурье

Использование преобразования Фурье, алгоритмов и методов его ускорения и улучшения очень актуально, и существует множество работ на эту тему.

В статье [1] представлен краткий обзор ключевых разработок алгоритмов БПФ, а также некоторых популярных приложений в области обработки речи и изображений, анализа сигналов и систем связи.

В статье [2] говорится, что на сегодняшний день дробное преобразование Фурье нашло широкое применение в различных задачах обработки сигналов и изображений, но проблема совершенствования их быстрых алгоритмов остается актуальной. Большинство из представленных алгоритмов не могут обеспечить одновременно высокую точность вычислений и высокое быстродействие (сопоставимое с быстрым преобразованием Фурье (БПФ)). С помощью метода проективной декомпозиции оператора дискретного преобразования Фурье (ДПФ) были впервые получены аналитические выражения матричных элементов, составляющих ядро этих преобразований.

В статье [3] предложена новая схема хэширования для создания разреженного преобразования Фурье в высокоразмерном пространстве. Оценка сложности алгоритма показывает, что это разреженное преобразование Фурье может преодолеть проклятие размерности.

В статье [4] приведен краткий анализ зависимости быстродействия алгоритмов расчета БПФ от объема обрабатываемых данных. Все существующие алгоритмы в работе не учитывают аппаратные возможности вычислительных устройств в полном объеме. В результате неоптимального использования памяти процессоров для различных объемов данных количество операций может сильно возрастать. Разрабатываемый метод позволяет с высокой степенью достоверности определить границы участков на графике зависимости производительности БПФ от его размера, на которых изменяется произ-

водная графика. Алгоритмы цифровой обработки сигналов, использующие БПФ, желательно разрабатывать таким образом, чтобы размер БПФ не превышал границу, определяемую объемом кэш-памяти первого уровня.

В статье [5] говорится, что в случае применения неэквидистантных последовательностей импульсов алгоритм согласованной фильтрации должен учитывать закон изменения периодов повторения отсчетов сигнала, что приводит к модификации алгоритма быстрого преобразования Фурье. В работе получены и проанализированы модифицированный и комбинированный алгоритмы быстрого преобразования Фурье для обработки неэквидистантных последовательностей импульсов при трех различных периодах повторения.

В статье [6] рассматриваются методы снижения числа операций при выполнении цифровой фильтрации изображения, исследуются известные методы разложения двумерной свертки в несколько сверток с меньшим числом элементов применительно к задаче цифровой фильтрации. На основании приведенного в статье разложения двумерной свертки можно повысить быстродействие некоторых алгоритмов обработки изображений при разбиении изображения на несколько блоков размером, соответствующим ядру фильтра.

В [7] представлена унифицированная математическая форма обратимых нелинейных преобразований на основе нелинейного тензорного произведения в виде быстрых алгоритмов.

В работе [8] показано, как обычные комплексно значные преобразования Фурье расширяются до многопараметрических преобразований Фурье (МПФКТ) с Клиффордовскими значениями. Каждое МПФКТ зависит от конечного набора независимых параметров (углов), которые можно изменять независимо друг от друга. При изменении параметров изменяется МПФКТ, принимая вид набора известных и неизвестных ортогональных преобразований. Развитие МПФКТ включает в себя операторно-экспоненциальные представления, основанные на квадратных корнях из минус единицы в алгебре Клиффорда всех параметризованных мнимых единиц.

В статье [9] рассматриваются различные подходы к решению задач БПФ методами прямой инверсии. Рассматриваются методы компенсации плотности и представлена новая схема, которая приводит к точному восстановлению тригонометрических полиномов. Предложен подход к оптимизации матрицы с использованием

минимизации нормы Фробениуса для получения обратного БПФ.

В работах Осипова О. В. [10–12] представлены алгоритмы прямого и обратного БПФ, позволяющие обрабатывать дискретные сигналы с высоким частотным разрешением, в том числе с небольшим количеством отсчетов; получать амплитудно-частотные характеристики с длиной набора частот большей, чем длина исходного дискретного сигнала. Приведены три итерационных алгоритма быстрого преобразования Фурье с прореживанием по времени, имеющие алгоритмическую сложность $O(NR\log_2 N)$, где R – частотное разрешение спектральной характеристики (отношение длины набора частот к длине N набора отсчетов исходного сигнала). Алгоритмы отличаются способами организации вычислений: некоторые используют обратную перестановку битов, другие – дополнительные массивы. Приведены подробные вычислительные графы, а также блок-схемы разработанных алгоритмов. Разработанные методы позволят увеличить разрешающую способность отечественных систем цифровой обработки сигналов и могут быть реализованы в электронике и программном обеспечении для спектрального анализа.

В статье [13] были рассмотрены варианты уменьшения вычислительных затрат при использовании ДПФ. Рассмотрены наиболее распространенные алгоритмы БПФ с прореживанием по времени и по частоте, показана эффективность данных алгоритмов.

В работе [14] предлагаются быстрые алгоритмы вычисления дискретного преобразования Фурье для вещественных последовательностей. Алгоритмы описаны в матрично-векторной нотации и приведены их диаграммы потоков данных. Нелинейное преобразование Фурье (НПФ) в последнее время привлекает большое внимание в волоконно-оптической связи и других областях техники. Несмотря на то, что было опубликовано несколько численных алгоритмов для вычисления НПФ, разработка высокоточных алгоритмов с низкой сложностью остается сложной задачей.

В статье [15] представлены новые алгоритмы быстрого прямого нелинейного преобразования Фурье, которые достигают точности, на порядки превосходящей существующие методы, при сопоставимом времени работы и даже при умеренных интервалах дискретизации. Новые алгоритмы сравниваются с существующими решениями на многочисленных и обширных численных примерах.

В работах [16, 17] описываются быстрые не-рекурсивные алгоритмы для прямого и обратного преобразований Фурье и их новые обоснования.

В статье [18] рассмотрен способ сокращения числа арифметических операций в алгоритме БПФ. Способ основан на сокращении числа операций с поворачивающими множителями. Он применим для алгоритмов БПФ по основанию 2, использующих четырехточечные преобразования. Представлен новый алгоритм БПФ с меньшим по сравнению с ранее известными алгоритмами числом операций. Приведена реализация алгоритма на языке Python.

В работе [19] рассмотрен алгоритм разреженного преобразования Фурье для приближительного вычисления наилучшего s -кратного приближения ДПФ любого заданного входного вектора. Показано, что лучшая из этих новых реализаций превосходит существующие методы дискретного разреженного преобразования Фурье как по времени выполнения, так и по помехоустойчивости для больших длин векторов N .

Быстрые алгоритмы для преобразования Фурье предложены в [20–22].

Разработка непрерывной дискретной свертки для точного определения координат транспортного робота

В задачах навигации транспортных роботов важным является вычисление их координат.

Расчет координат осуществляется двумя основными способами – дальномерным и азимутным. Для этих методов необходимо задать как минимум 2 маяка для двумерной плоскости и 3 – для трехмерного пространства.

Рассмотрим дальномерный способ вычисления координат. Известны координаты маяков $M_1(x_{M_1}, y_{M_1})$; $M_2(x_{M_2}, y_{M_2})$ – расстояния от маяков до транспортного робота (рис. 1).

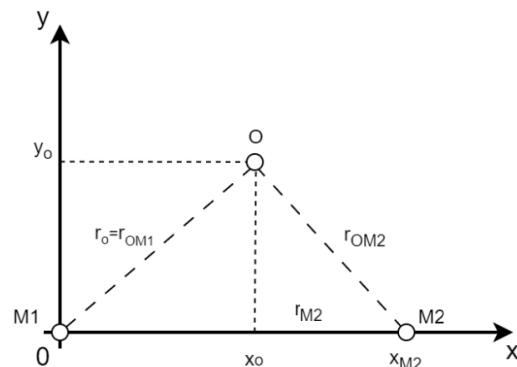


Рис. 1. Расположение маяков и объекта (дальномерный метод)

Fig. 1. Location of beacons and object (range method)

Вектор с искомыми координатами транспортного робота $r_0(x_0, y_0)$ определяется как решение векторной системы

$$\begin{cases} r_{0M_1} = r_{M_1} - r_0, \\ r_{0M_2} = r_{M_2} - r_0, \end{cases} \quad (1)$$

где r_{M_1} – вектор до маяка M_1 ; r_{M_2} – вектор до маяка M_2 ; r_0 – вектор до транспортного робота; r_{0M_1} – вектор от транспортного робота до маяка M_1 ; r_{0M_2} – вектор от транспортного робота до маяка M_2 .

Расстояние от транспортного робота до маяка определяется скалярным произведением векторов

$$\begin{aligned} S_{0M_1} &= r_{0M_1} \cdot r_{0M_1}; \\ S_{0M_2} &= r_{0M_2} \cdot r_{0M_2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Тогда из (1) и (2) получим систему уравнений

$$\begin{cases} (x_{M_1} - x_0)^2 + (y_{M_1} - y_0)^2 = S_{0M_1}^2, \\ (x_{M_2} - x_0)^2 + (y_{M_2} - y_0)^2 = S_{0M_2}^2. \end{cases} \quad (3)$$

Так как $x_{M_1} = 0, y_{M_1} = 0, y_{M_2} = 0$, получаем на основании (3) следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} x_0^2 + y_0^2 = S_{0M_1}^2, \\ (x_{M_2} - x_0)^2 + y_0^2 = S_{0M_2}^2. \end{cases} \quad (4)$$

В результате решения (4) находим координаты x_0 и y_0 :

$$x_0 = \frac{x_{M_2}^2 + S_{0M_1}^2 - S_{0M_2}^2}{2x_{M_2}}; \quad (5)$$

$$y_0 = \sqrt{S_{0M_1}^2 - \left(\frac{x_{M_2}^2 + S_{0M_1}^2 - S_{0M_2}^2}{2x_{M_2}} \right)^2}. \quad (6)$$

Рассмотрим азимутный способ вычисления координат. Пусть известны углы φ_{0M_1} и φ_{0M_2} – углы азимутов от объекта до первого и второго маяка (рис. 2).

Тогда по известным углам можно записать

$$\operatorname{tg}\varphi_{0M_2} = \frac{x_{M_2} - x_0}{y_{M_1} - y_0}. \quad (7)$$

Из (7) получаем формулы расчета координат x_0 и y_0 :

$$x_0 = x_{M_1} \operatorname{tg}\varphi_{0M_1} (y_{M_1} - y_0); \quad (8)$$

$$y_0 = \frac{x_{M_2} - x_{M_1} \operatorname{tg}\varphi_{0M_1} (y_{M_1} - y_0) - y_{M_2} \operatorname{tg}\varphi_{0M_2}}{-\operatorname{tg}\varphi_{0M_2}}. \quad (9)$$

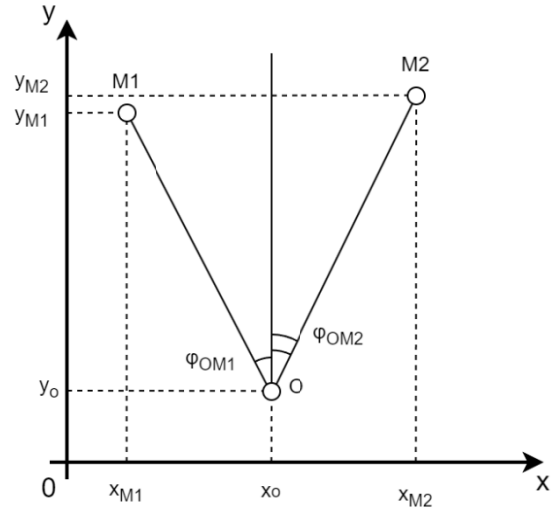


Рис. 2. Расположение маяков и объекта (азимутный метод)

Fig. 2. Location of beacons and object (azimuth method)

Для определения расстояний от маяков до транспортного робота и для определения углов поворота в соответствии с (7) и (8) необходимо выполнение свертки сигналов с высокой точностью.

Рассмотрим свертку и алгоритм БПФ с перекрытием, которые позволят не потерять данные о навигационных параметрах объекта.

Преобразование Фурье определяет спектр сигнала в частотной области, для ускорения вычисления существует быстрое преобразование Фурье.

Формула быстрого дискретного преобразования Фурье (ДПФ) имеет следующий вид:

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-j2\pi \frac{kn}{N}}, \quad (10)$$

где $F(k)$ – спектр сигнала; f_n – значение сигнала во временной области; N – количество значений сигнала; k – частота.

Спектр ДПФ, полученный по формуле (10) полностью идентичен спектру БПФ.

Дискретное преобразование Фурье преобразует сигнал из временной области в частотную область.

Для преобразования сигнала из частотной области во временную используется обратное преобразование Фурье.

Формула дискретного обратного преобразования Фурье имеет следующий вид:

$$f(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} F_n e^{j2\pi \frac{kn}{N}}. \quad (11)$$

В общем свертка двух функций в дискретном виде

$$\omega(t) = \sum_{\tau=0}^t g(\tau) f(t-\tau) d\tau, \quad (12)$$

где $\omega(t)$ – свертка; $g(\tau)$ – первая функция; $f(t)$ – вторая функция; τ – смещение.

Свертка двух сигналов представляет из себя перемножение этих двух сигналов в частотной области и дальнейшего перехода от частотной области во временную. То есть сначала выполняется быстрое дискретное преобразование Фурье для первого и второго сигнала, производит-

ся умножение полученных спектров этих сигналов, и в заключение производится быстрое дискретное обратное преобразование Фурье для перевода из частотной области во временную.

Соотношение для расчета свертки двух сигналов находят на основании (11), (12):

$$y(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} Y_n e^{j2\pi \frac{kn}{N}}, \quad (13)$$

где $Y_n = F_1 F_2$; F_1 – спектр первого сигнала; F_2 – спектр второго сигнала.

Данные для обработки в соответствии с (13) записываются в буфер с помощью АЦП, и если время заполнения данных для выполнения БПФ меньше, чем время выполнения БПФ, то возникает проблема такая, что некоторые данные с АЦП пропускаются, так как БПФ не успевает рассчитаться. Данная проблема проиллюстрирована на рисунке 3.

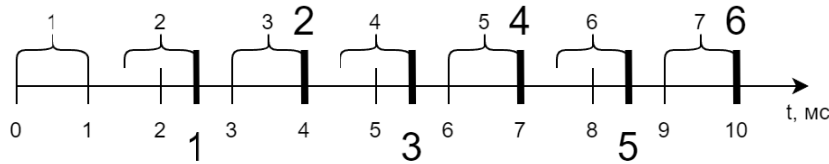


Рис. 3. Иллюстрация проблемы пропуска некоторых данных с АЦП

Fig. 3. Illustration of the problem of missing some data from the ADC

На рисунке представлена шкала времени, обработка данных БПФ в виде фигурных скобок, а также конец обработки БПФ в виде широких линий. Как видно из рисунка, так как время обработки БПФ превышает время записи данных, а обработка следующей порции данных происходит в момент окончания прошлого БПФ, происходит пропуск данных, например данных, которые были записаны в период от 1 до 1,5 мс.

Для решения этой проблемы можно использовать выполнение нескольких БПФ с перекрытием параллельно. Данное решение даст возможность обрабатывать сигнал непрерывно и без потерь данных, а также увеличить частоту получения спектра сигнала.

Быстрое преобразование Фурье с перекрытием отличается от обычного тем, что преобразование Фурье выполняется окнами с определенным смещением. Иллюстрация БПФ с перекрытием представлена на рисунке 4: БПФ накладываются друг на друга на половину размера БПФ.

На рисунке 5 представлена иллюстрация работы алгоритма. Представлены две временные линии, каждая из которых относится к одному

вычислительному блоку и выполняется параллельно. В течение всего времени идет непрерывное заполнение буфера при помощи АЦП. Фигурные скобки показывают данные, которые обрабатываются при помощи БПФ, каждое выполнение пронумеровано, широкие линии с большими цифрами показывают конец вычисления БПФ определенного номера.

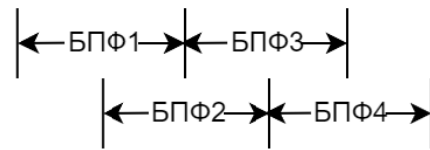


Рис. 4. Иллюстрация БПФ с перекрытием

Fig. 4. Illustration of FFT with overlap

Если выполнять БПФ на одном вычислительном блоке, то есть использовать одну временную линию (см. рис. 2), теряются данные, например данные, которые записываются от 1 до 1,5 мс. Если использовать параллельно второй вычислительный блок, где выполнять БПФ со смещением в 0,5 мс, то пропуск данных устраняется, все данные исправно обрабатываются.

Помимо возможности обрабатывать данные непрерывно улучшается точность обработки данных, так как частота получения спектра сигнала увеличивается в два раза. Соответственно, если

использовать еще больше вычислительных блоков для обработки БПФ, а также уменьшать смещение, то частота получения спектра сигнала также увеличится.

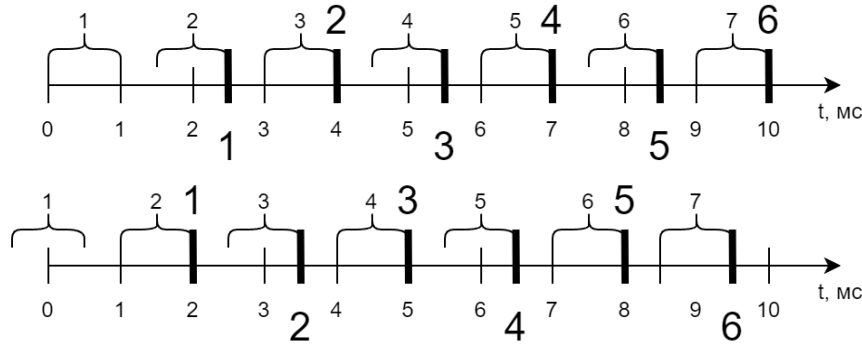


Рис. 5. Иллюстрация работы алгоритма БПФ с перекрытием

Fig. 5. Illustration of the algorithm operation of FFT with overlap

В цифровом сигнальном процессоре TMS320F28377D имеется три вычислительные структуры, которые могут выполнять код параллельно и независимо друг от друга: два ядра основного процессора и вычислительный блок CLA.

На всех (кроме одного) вычислительных блоках параллельно запускаются вычисления свертки с БПФ с перекрытием с определенным шагом смещения, а на оставшемся свободном вычислительном блоке – считывание данных в буфер из АЦП. Таким образом, происходит параллельное записывание данных в буфер и параллельные вычисление свертки с использованием быстрого преобразования Фурье с перекрытием, что в итоге дает возможность обрабатывать сигнал непрерывно, а также получать больше данных с сигнала, что дает лучшую точность обработки.

На рисунке 6 показан исходный синусоидальный сигнал, который с течением времени увеличивает частоту. Формула сигнала

$$y_x(n) = \sin\left(\frac{2\pi}{N}(k + an)n\right), \quad (14)$$

где k – начальное значение частоты; a – коэффициент скорости изменения частоты.

Исходя из формулы

$$f = \frac{1}{2T}$$

при меньшем периоде выполнения БПФ получим большую частоту:

$$T_{\text{бп}} < T_{\text{б}};$$

$$f_{\text{б}} < f_{\text{бп}},$$

где $T_{\text{бп}}$ – период БПФ с перекрытием; $T_{\text{б}}$ – период БПФ без перекрытия; $f_{\text{бп}}$ – частота БПФ с перекрытием; $f_{\text{б}}$ – частота БПФ без перекрытия.

На рисунках 7–9 представлены трехмерные графики результатов работы БПФ исходного сигнала без перекрытия, с перекрытием со смещением 512 и с перекрытием 128 соответственно. По оси OX показаны частоты, по оси OY – номер окна БПФ, по оси OZ – амплитуда.

Как видно из рисунков 7–9, БПФ с перекрытием дает больший частотный диапазон спектрального анализа, соответственно, можно получить большую точность вычисления расстояния с применением быстрой свертки. При БПФ с меньшим значением смещения лучше видна амплитуда исходного сигнала (см. рис. 4). Кроме того, если скорость записи в буфер выше, чем обработка сигнала, БПФ с перекрытием и параллельным вычислением свертки дает возможность обрабатывать сигнал непрерывно и без потерь данных.

На рисунках 10–12 представлены графики амплитуд спектра при БПФ без перекрытия, с перекрытиями 512 и 128 при частоте 5, 10 и 15 Гц соответственно.

Из рисунков 10–12 также видно, что при использовании БПФ с перекрытием и уменьшении перекрытия увеличивается частота получения данных спектра и, соответственно, появляется больше данных с сигнала.

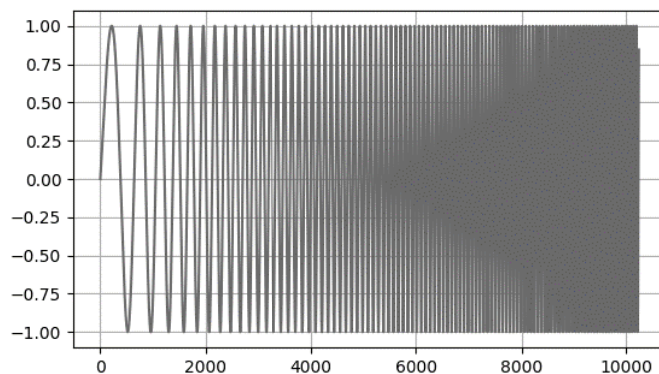


Рис. 6. Исходный синусоидальный сигнал

Fig. 6. Original sine wave signal

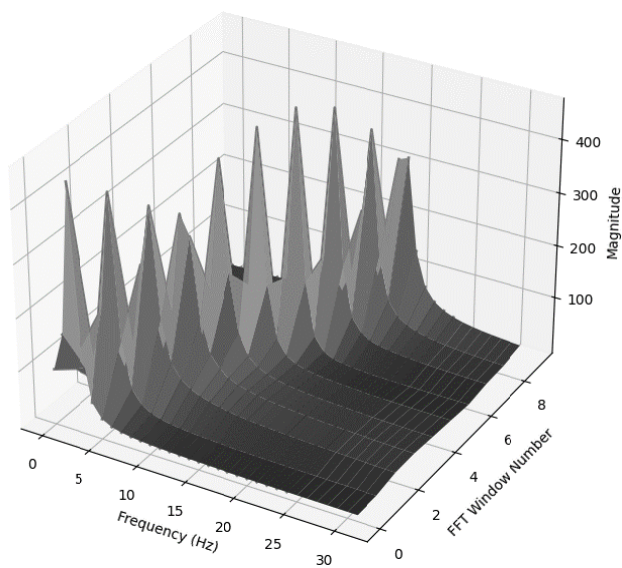


Рис. 7. Результаты работы БПФ без перекрытия

Fig. 7. FFT results without overlap

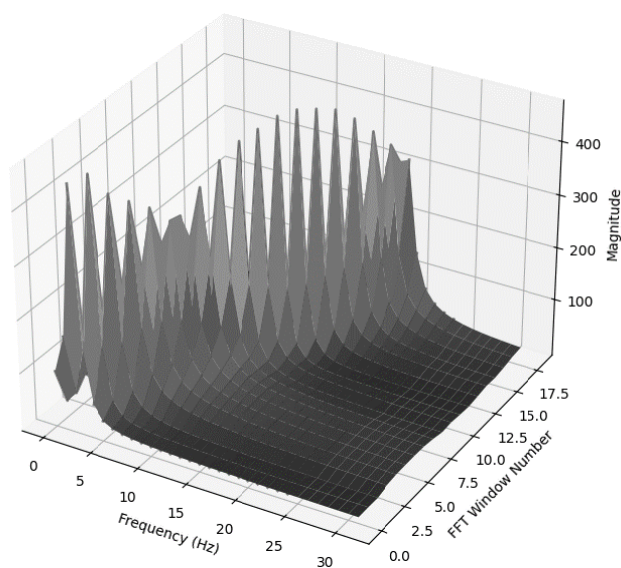


Рис. 8. Результат работы БПФ с перекрытием со смещением 512

Fig. 8. Result of FFT with overlap with offset 512

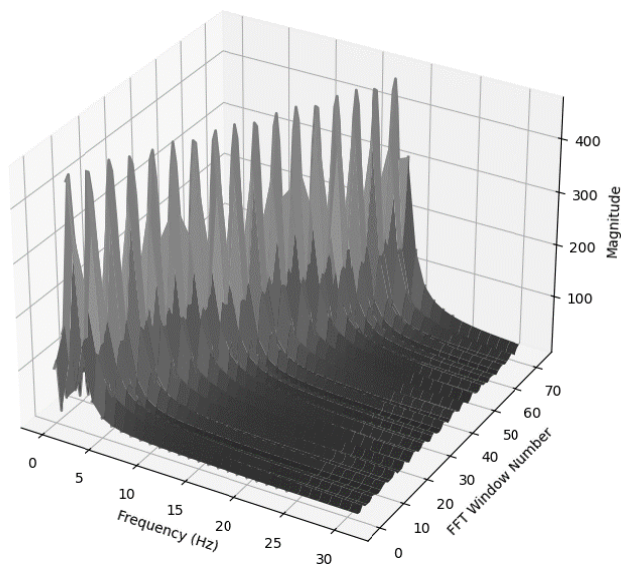


Рис. 9. Результат работы БПФ с перекрытием со смещением 128

Fig. 9. Result of FFT with overlap with offset 128

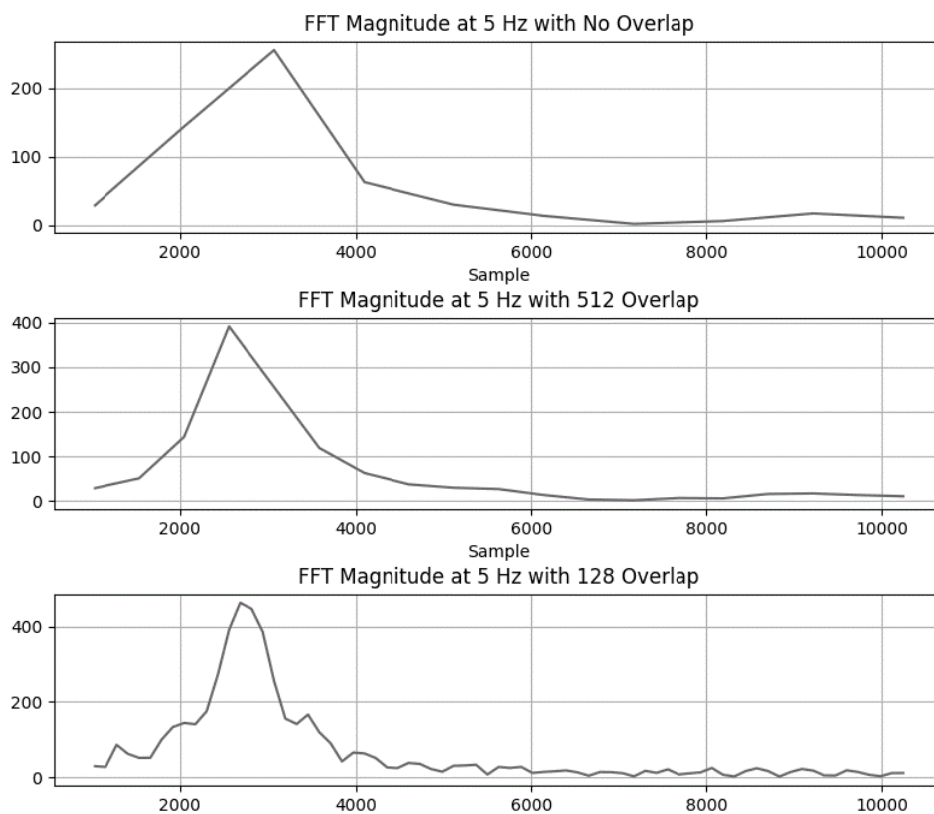


Рис. 10. Графики амплитуд спектра при частоте 5 Гц

Fig. 10. Plots of spectrum amplitudes at 5 Hz

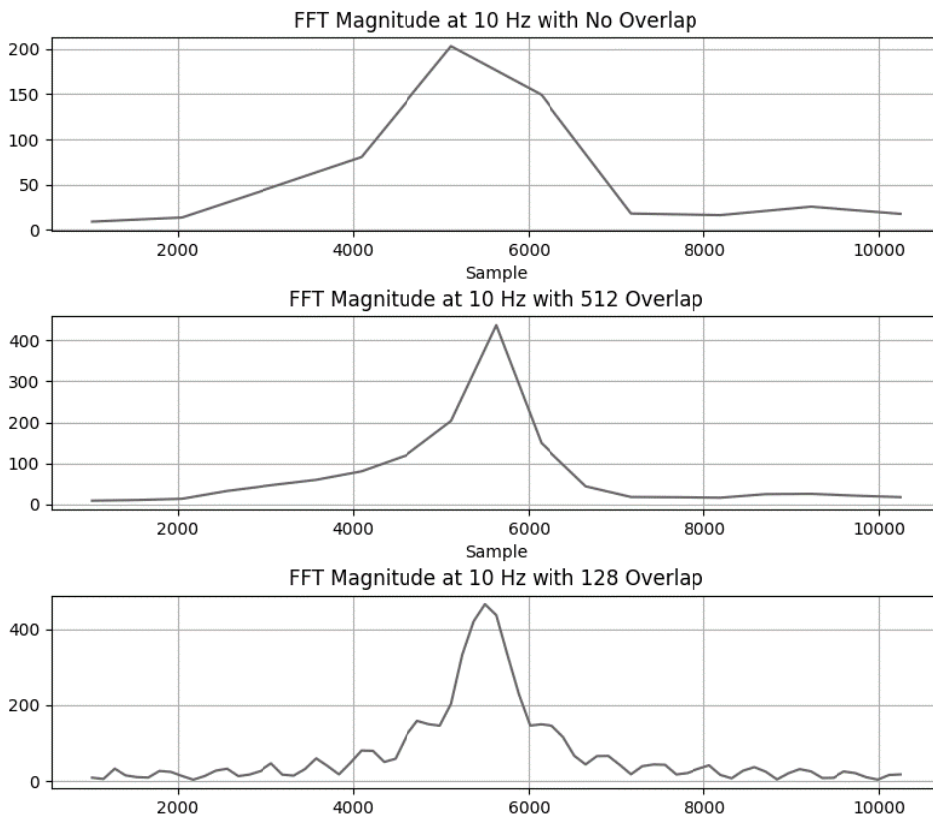


Рис. 11. Графики амплитуд спектра при частоте 10 Гц

Fig. 11. Plots of spectrum amplitudes at 10 Hz

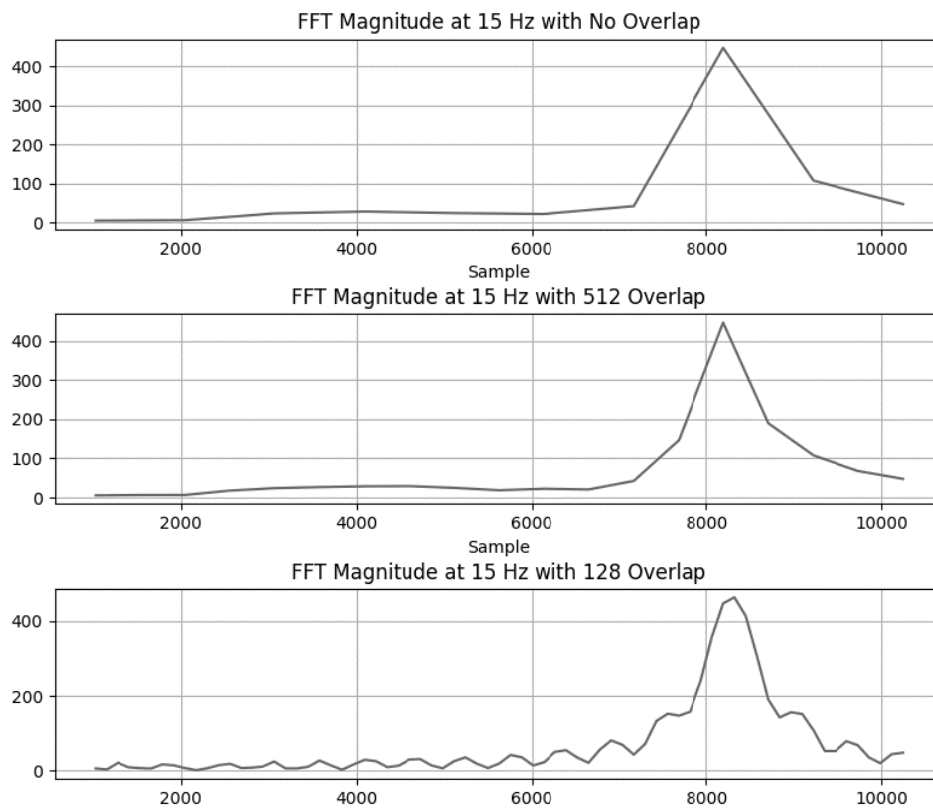


Рис. 12. Графики амплитуд спектра при частоте 15 Гц

Fig. 12. Plots of spectrum amplitudes at 15 Hz

Выводы

1. Основное преимущество предложенного метода заключается в возможности непрерывной обработки сигнала за счет параллельной обработки сигнала на нескольких вычислительных блоках. В случае TMS320F28377D – это три параллельных и независимых друг от друга вычислительных блока, а также возможность избежать потери данных за счет увеличения частоты получаемого спектра сигнала при использовании БПФ с перекрытием и уменьшением смещения перекрытия БПФ.

2. Экспериментальные результаты показали, что использование БПФ с перекрытием с меньшим значением смещения перекрытия обеспечивает более точное восстановление амплитуд исходного сигнала, то есть идет меньше потерь данных спектра.

3. Применение разработанного алгоритма увеличивает точность определения координат транспортных роботов. Это позволит роботам более эффективно взаимодействовать с окружающей средой, избегая препятствий и выполняя сложные задачи с высокой степенью точности.

Библиографические ссылки

1. Kumar G.G., Sahoo S.K., Meher P.K. (2019) 50 Years of FFT Algorithms and Applications. Circuits, Systems, and Signal Processing, vol. 38, no. 12, pp. 5665-5698. DOI: 10.1007/s00034-019-01136-8. EDN BACNKR.
2. Мартюгин С. А., Поринев С. В. Быстрое дробное преобразование Фурье // International Journal of Open Information Technologies. 2024. Т. 12, № 1. С. 108–113. EDN BUXPXW.
3. Chen L. (2022) A note on the high-dimensional sparse Fourier transform in the continuous setting. Inverse Problems, vol. 38, no. 3, p. 035008. DOI: 10.1088/1361-6420/ac3c16. EDN PIMQIM.
4. Альтман Е. А., Александров А. В. Анализ зависимости быстродействия быстрого преобразования Фурье от объема обрабатываемых данных // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. 2023. № 1(89). С. 136–143. DOI: 10.46973/0201-727X_2023_1_136
5. Кошелев В. И., Чинь Н. Х. Алгоритм быстрого преобразования Фурье неэквидистантных последовательностей импульсов // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2023. № 85. С. 3–13. DOI: 10.21667/1995-4565-2023-85-3-13. EDN JULSTB.
6. Альтман Е. А., Захаренко Е. И., Васеева Т. В. Применение метода разложения двумерной свертки при реализации цифровых фильтров // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2017. № 4(69). С. 95–104. DOI: 10.17212/1814-1196-2017-4-95-104
7. Labunets V., Chasovskikh V., Starikov E. (2023) Nonlinearization of fast Fourier transform. Digital Models and Solutions, vol. 2, no. 2, p. 1. DOI: 10.29141/2782-4934-2023-2-2-1. EDN TDVEMG.
8. Labunets V.G., Chasovskikh V.P., Starikov E.V. (2023) New many-parameter Fourier-Clifford transforms. Digital Models and Solutions, vol. 2, no. 3, pp. 5-22. DOI: 10.29141/2949-477X-2023-2-3-1. EDN MLQGCK.
9. Kircheis M., Potts D. (2023) Fast and direct inversion methods for the multivariate nonequispaced fast Fourier transform. Frontiers in Applied Mathematics and Statistics, vol. 9. DOI: 10.3389/fams.2023.1155484. EDN UQLVPW.
10. Осунов О. В. Итерационные алгоритмы БПФ с высоким частотным разрешением // Вычислительные методы и программирование. 2021. Т. 22, № 2. С. 121–134. DOI: 10.26089/NumMet.v22r209
11. Осунов О. В. Спектральный анализ дискретных сигналов с высоким частотным разрешением // Вычислительные методы и программирование. 2019. Т. 20, № 3. С. 270–282. DOI: 10.26089/NumMet.v20r324
12. Осунов О. В. Прямое быстрое преобразование Фурье по основанию два с высоким частотным разрешением // Цифровая обработка сигналов. 2018. № 4. С. 59–62.
13. Кошелева Д. Д., Доронина А. В. Преобразование Фурье и быстрое преобразование Фурье // Инновации. Наука. Образование. 2021. № 38. С. 626–632.
14. Majorkowska-Mech D., Cariow A. (2022) Some FFT Algorithms for Small-Length Real-Valued Sequences. Applied Sciences (Switzerland), vol. 12, no. 9, p. 4700. DOI: 10.3390/app12094700. EDN KJEXSG.
15. Chimmalgi S., Prins P. J., Wahls S. (2019) Fast Nonlinear Fourier Transform Algorithms Using Higher Order Exponential Integrators. IEEE Access, vol. 7, pp. 145161-145176. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2945480. EDN WGHNBG.
16. Aleksashkina A.A., Kostromin A.N., Nesterenko Y.V. (2021) On a Fast Algorithm for Computing the Fourier Transform. Moscow University Mathematics Bulletin, vol. 76, no. 3, pp. 123-128. DOI: 10.3103/S0027132221030025. EDN QLQQTG.
17. Алексашикина А. А., Костромин А. Н., Нестеренко Ю. В. О быстром алгоритме вычисления преобразования Фурье // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2021. № 3. С. 36–41. EDN UIVZTB.
18. Альтман Е. А. Способ уменьшения числа операций в алгоритме быстрого преобразования Фурье // Вычислительные технологии. 2018. Т. 23, № 3. С. 3–14.
19. Merhi S., Zhang R., Iwen M., Christlieb A. (2019) A New Class of Fully Discrete Sparse Fourier Transforms: Faster Stable Implementations with Guarantees. Journal of Fourier Analysis and Applications, vol. 25, no. 3, pp. 751-784. DOI: 10.1007/s00041-018-9616-4. EDN KQYWCR.
20. Sun Ya., Qian W. (2024) Fast algorithms for non-uniform Chirp-Fourier transform. AIMS Mathematics, vol. 9, no. 7, pp. 18968-18983. DOI: 10.3934/math.2024923. EDN HZBXMD.

21. Monroe D. (2023) Quantum Speedup for the Fast Fourier Transform? Association for Computing Machinery. Communications of the ACM, vol. 66, no. 11, pp. 8-10. DOI: 10.1145/3623641. EDN KLKNLG.

22. Lukomskii S.F., Vodolazov A.M. (2020) Fast Discrete Fourier Transform on Local Fields of Zero Characteristic. P-Adic Numbers, Ultrametric Analysis, and Applications, vol. 12, no. 1, pp. 39-48. DOI: 10.1134/S2070046620010045. EDN FIFQIV.

References

1. Kumar G.G., Sahoo S.K., Meher P.K. (2019) 50 Years of FFT Algorithms and Applications. Circuits, Systems, and Signal Processing, vol. 38, no. 12, pp. 5665-5698. DOI: 10.1007/s00034-019-01136-8. EDN BACNKR.

2. Martiugin S.A., Porshnev S.B. (2024) [Fast fractional Fourier transform]. International Journal of Open Information Technologies, vol. 12, no. 1, pp. 108-113 (in Russ.).

3. Chen L. (2022) A note on the high-dimensional sparse Fourier transform in the continuous setting. Inverse Problems, vol. 38, no. 3, p. 035008. DOI: 10.1088/1361-6420/ac3c16. EDN PIMQIM.

4. Altman E.A., Aleksandrov A.V. (2023) [Analysis of dependence of fast Fourier transform performance on the volume of processed data]. Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putej soobshhenija, no. 1(89), pp. 136-143 (in Russ.). DOI: 10.46973/0201-727X_2023_1_136

5. Koshelev V.I., Chin H.H. (2023) [Fast Fourier transform algorithm for non-equidistant pulse sequences]. Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta, no. 85, pp. 3-13 (in Russ.). DOI: 10.21667/1995-4565-2023-85-3-13

6. Altman E.A., Zakharenko E.I., Vaseeva T.V. (2017) [Application of the method of decomposition of two-dimensional convolution in the implementation of digital filters]. Nauchnyj vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta, no. 4(69), pp. 95-104 (in Russ.). DOI: 10.17212/1814-1196-2017-4-95-104

7. Labunets V., Chasovskikh V., Starikov E. (2023) Nonlinearization of fast Fourier transform. Digital Models and Solutions, vol. 2, no. 2, p. 1. DOI: 10.29141/2782-4934-2023-2-2-1. EDN TDVEMG.

8. Labunets V.G., Chasovskikh V.P., Starikov E.V. (2023) New many-parameter Fourier-Clifford transforms. Digital Models and Solutions, vol. 2, no. 3, pp. 5-22. DOI: 10.29141/2949-477X-2023-2-3-1. EDN MLQGCK.

9. Kircheis M., Potts D. (2023) Fast and direct inversion methods for the multivariate nonequispaced fast Fourier transform. Frontiers in Applied Mathematics and Statistics, vol. 9. DOI: 10.3389/fams.2023.1155484. EDN UQLVPW.

10. Osipov O.V. (2021) [Iterative FFT algorithms with high frequency resolution]. Vychislitel'nye metody i programmirovaniye, vol. 22, no. 2, pp. 121-134 (in Russ.). DOI: 10.26089/NumMet.v22r209

11. Osipov O.V. (2019) [Spectral analysis of discrete signals with high frequency resolution]. Vychislitel'nye metody i programmirovaniye, vol. 20, no. 3, pp. 270-282 (in Russ.). DOI: 10.26089/NumMet.v20r324

12. Osipov O.V. (2018) [Direct fast Fourier transform to base two with high frequency resolution]. Cifrovaya obrabotka signalov, no. 4, pp. 59-62 (in Russ.).

13. Kosheleva D.D., Doronina A.V. (2021) [Fourier transform and fast Fourier transform]. Innovacii. Nauka. Obrazovanie, no. 38, pp. 626-632 (in Russ.).

14. Majorkowska-Mech D., Cariow A. (2022) Some FFT Algorithms for Small-Length Real-Valued Sequences. Applied Sciences (Switzerland), vol. 12, no. 9, p. 4700. DOI: 10.3390/app12094700. EDN KJEXSG.

15. Chimmalgi S., Prins P. J., Wahls S. (2019) Fast Nonlinear Fourier Transform Algorithms Using Higher Order Exponential Integrators. IEEE Access, vol. 7, pp. 145161-145176. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2945480. EDN WGHNBG.

16. Aleksashkina A.A., Kostromin A.N., Nesterenko Y.V. (2021) On a Fast Algorithm for Computing the Fourier Transform. Moscow University Mathematics Bulletin, vol. 76, no. 3, pp. 123-128. DOI: 10.3103/S0027132221030025. EDN QLQQTG.

17. Aleksashkina A.A., Kostromin A.N., Nesterenko Yu.V. (2021) [On a fast algorithm for calculating the Fourier transform]. Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 1: Matematika. Mehanika, no. 3, pp. 36-41 (in Russ.).

18. Altman E.A. (2018) [Method for reducing the number of operations in the fast Fourier transform algorithm]. Vychislitel'nye tehnologii, vol. 23, no. 3, pp. 3-14 (in Russ.).

19. Merhi S., Zhang R., Iwen M., Christlieb A. (2019) A New Class of Fully Discrete Sparse Fourier Transforms: Faster Stable Implementations with Guarantees. Journal of Fourier Analysis and Applications, vol. 25, no. 3, pp. 751-784. DOI: 10.1007/s00041-018-9616-4. EDN KQYWCR.

20. Sun Ya., Qian W. (2024) Fast algorithms for nonuniform chirp-Fourier transform. AIMS Mathematics, vol. 9, no. 7, pp. 18968-18983. DOI: 10.3934/math.2024923. EDN HZBXMD.

21. Monroe D. (2023) Quantum Speedup for the Fast Fourier Transform? Association for Computing Machinery. Communications of the ACM, vol. 66, no. 11, pp. 8-10. DOI: 10.1145/3623641. EDN KLKNLG.

22. Lukomskii S.F., Vodolazov A.M. (2020) Fast Discrete Fourier Transform on Local Fields of Zero Characteristic. P-Adic Numbers, Ultrametric Analysis, and Applications, vol. 12, no. 1, pp. 39-48. DOI: 10.1134/S2070046620010045. EDN FIFQIV.

Continuous Signal Convolution Using FFT with Overlap for Transportation Robot Coordinate Determination

S.A. Trefilov, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

D.A. Ponomarev, Izhevsk Radio Plant, Izhevsk, Russia

The paper discusses the development of a continuous discrete signal convolution algorithm using fast Fourier transform (FFT) with overlap for more accurate determination of the coordinates of a transportation robot. Two methods for determining the coordinates of a transportation robot in two-dimensional space are presented, where the convolution operation is used and where this algorithm can be applied. The algorithm is based on a method that allows the FFT to be performed on multiple computational units in parallel, such as on a TMS320F28377D digital signal processor, where three computational units are available that operate independently in parallel. The use of a FFT with overlap allows signal processing without data loss, which is critical for continuous signal processing. The study of the influence of the FFT window offset value on the frequency of obtaining the spectrum of the signal has been carried out, and as it was found that reducing the FFT window offset leads to an increase in the frequency of obtaining the spectrum of the signal, which, in turn, allows you to more accurately restore the amplitude of the original signal, that is, there is less loss of spectrum data. As results, the paper provides illustrations of the study in the form of three-dimensional graphs, where the spectra of the signal in time during the FFT with overlap, where as the initial signal is used a sinusoidal signal, which over time increases its frequency. Comparison of the results of the algorithm without overlap and with overlap at different offset values showed that the method with overlap provides significantly more accurate and frequent acquisition of spectrum data, avoiding data loss. The presented results are useful in robotics when it is required to accurately determine the coordinates of a transportation robot.

Keywords: FFT, spectral analysis, convolution, signal processing, robotics.

Получено 18.06.2024

Образец цитирования

Трефилов С. А., Пономарев Д. А. Свертка непрерывного сигнала с использованием быстрого преобразования Фурье с перекрытием для определения координат транспортного робота // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2024. Т. 27, № 3. С. 4–15. DOI: 10.22213/2413-1172-2024-3-4-15

For Citation

S.A. Trefilov, Ponomarev D.A. (2024) [Continuous Signal Convolution Using FFT with Overlap for Transportation Robot Coordinate Determination]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, 2024, vol. 27, no. 3, pp. 4-15 (in Russ.). DOI: 10.22213/2413-1172-2024-3-4-15