

УДК 53.083.92

DOI: 10.22213/2413-1172-2024-3-38-48

## Разработка математической модели высокоманевренного робота для имитации роботов различных типов конструкций

С. А. Трефилов, кандидат технических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия  
Г. В. Ходырев, ООО «ИРЗ-Связь», Ижевск, Россия

*Представлены результаты разработки математической модели и имитационного моделирования трехколесного высокоманевренного мобильного робота. Разработана математическая модель робота в пространстве состояний. Рассмотрена возможность применения данного робота с поворотными модулями для анализа и тестирования алгоритмов управления роботами различных конструкций. Актуальность исследования обоснована высокими затратами на создание физических макетов роботов для экспериментальной проверки алгоритмов управления. Предлагаемый трехколесный мобильный робот с поворотными модулями, где каждое колесо одновременно является и ведущим, и рулевым, позволяет снизить эти затраты, сохраняя при этом возможность моделирования части реальных условий эксплуатации. Приводятся упрощенные схемы робота, описываются основные параметры и уравнения, характеризующие изменение линейной и угловой скорости. Особое внимание уделено моделированию различных типов приводов робота: автомобильного типа и с дифференциальным приводом. В дискретном пространстве состояний представлены уравнения, описывающие динамику робота, что позволяет применять их в программных продуктах для моделирования. Результаты имитационного моделирования, полученные в программной среде SimInTech, подтверждают эффективность предложенной модели. Анализ полученных результатов показал, что использование трехколесного робота с поворотными модулями позволяет успешно имитировать поведение роботов с другими типами приводов и создавать условия, приближенные к реальным, для тестирования алгоритмов управления. Предложенная модель может быть использована для улучшения качества проектирования и испытаний алгоритмов управления в робототехнике, снижая при этом затраты на создание физических макетов роботов, а также в учебном процессе.*

**Ключевые слова:** мобильная робототехника, высокоманевренный робот, алгоритм управления роботом, имитационное моделирование.

### Введение

В современной робототехнике исключительно важным является метод исследования алгоритмов управления роботом путем создания макета конкретного робота и проведения натурных экспериментов. Такой способ исследования позволяет учитывать различные физические особенности и эффекты при синтезе программ управления, чего сложно достичь и воспроизвести при имитационном моделировании, поскольку в таком случае имитационные модели обладают лишь ограниченным набором свойств, не отображая всех присущих реальному объекту корреляций в полной мере.

Изготовление макета каждого робота является дорогостоящим мероприятием. Для снижения затрат на подготовку и производство макетов роботов различных типов конструкций для исследовательских задач предлагается применить трехколесный мобильный робот с поворотными модулями, которые позволяют каждому колесу осуществлять вращение отно-

сительно вертикальной оси, то есть каждое колесо одновременно является и рулевым, и ведущим колесом.

### Объект и методы исследования

Разработке конструкций и алгоритмов управления мобильными роботами, в том числе высокоманевренными, посвящено множество современных работ.

В статье [1] рассмотрена задача управления мобильным роботом с дифференциальным приводом с использованием ПИД-регулятора и задача отслеживания траектории движения. Методика моделирования кинематики трех- и четырехколесных мобильных роботов изложена в статье [2]. В работе [3] исследуется движение робота с дифференциальным приводом, учитывая различные модели трения и их влияние на точность позиционирования. В статье [4] рассматривается создание и моделирование в Simulink автономного четырехколесного полноприводного мобильного робота для выполнения полевых исследований с использованием GPS

и гироскопа для точного позиционирования и оптимизации управления. В [5] описывается построение кинематической и динамической модели дифференциального робота с использованием программы компьютерного моделирования MATLAB/Simulink. В статье [6] сделан анализ нагрузки, действующей на приводной двигатель малогабаритного мобильного робота, передвигающегося по ровной поверхности. В работе [7] рассматриваются вопросы моделирования движения трехколесного робота, представлена общая кинематическая схема трехколесного мобильного робота и динамика мобильного колесного робота с амортизацией и демпфированием.

В работе [8] рассматривается динамика мобильного колесного робота с механизмом Аккермана, используется метод неголономных координат для моделирования движения. В статье [9] изложена методика моделирования кинематики трех- и четырехколесных мобильных роботов.

Анализ управления четырехколесным роботом с колесами типа Mecanum и его кинематическая и динамическая модель представлены в [10]. В работе [11] авторы исследуют модель управления роботом с четырьмя омниколесами, учитывая проскальзывание колес и смещение центра масс. Статья [12] посвящена разработке алгоритма траекторного управления высокоманевренной робототехнической платформой с использованием метода погони. В статье [13] рассматривается задача отслеживания траектории движения всенаправленного робота с колесами Mecanum с продольным скольжением.

В [14] предложена конструкция высокоманевренного тягового средства, у которого только два диагонально расположенных активных колеса, они же являются поворотными, а два других колеса, также расположенные диагонально, являются самоустанавливающимися и активными с возможностью отключения привода. В статье [15] рассматривается моделирование траектории движения наземного четырехколесного робота с поворотными модулями с использованием уравнения Ньютона – Эйлера. В [16] рассматривается управление робота с поворотными модулями с использованием многоуровневого управления, где на нижнем уровне осуществляется регулирование скорости приводов, на верхнем уровне управления – координация управления приводами. Статьи [17, 18] посвящены разработке и улучшению конструкции робота с поворотными модулями.

**Цель** исследования – разработка математической модели трехколесного мобильного робота

с поворотными модулями для имитации робота автомобильного типа на натурном образце.

Математическая модель колесного робота в среде моделирования SimInTech для диагностики и сравнения различных вариантов управления движением робота по требуемой траектории реализована в статье «Моделирование и диагностика системы управления движением автономного объекта в среде SimInTech» (Мызников В. А., Толстенков Е. Д., Чубарь А. В.).

На рисунке 1 приведена упрощенная схема трехколесного робота с поворотными модулями.

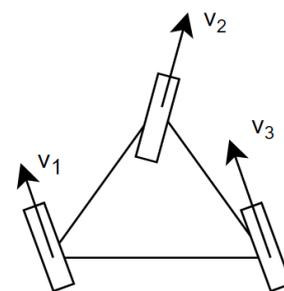


Рис. 1. Упрощенная схема робота с поворотными модулями

Fig. 1. Simplified scheme of the swerve drive robot

Обозначим линейные скорости, развиваемые первым, вторым и третьим колесами, соответственно, как  $v_1, v_2, v_3$ ;  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  – углы поворота колес относительно их вертикальной оси.

Поскольку построение полной модели робота с поворотными модулями с учетом типа двигателя является крайне сложной исследовательской задачей, примем некоторые ограничения модели. Для имитации робота автомобильного типа два колеса должны быть сориентированы параллельно друг другу. Третье колесо должно осуществлять рулевое управление. Углы поворота  $\theta_1, \theta_3$  равны нулю, на двигатели, осуществляющие рулевое управление данными колесами, не подается управляющий сигнал.

Обозначим первое колесо как левое, второе – как рулевое, третье – как правое.

На рисунке 2 представлена схема трехколесного робота при имитации робота автомобильного типа.

На основе уравнений двигателя постоянного тока (ДПТ) [19] и законов физики опишем модель такого робота.

Уравнение, описывающее изменение линейной скорости робота,

$$\dot{v} = \frac{k_m}{mr} (I_l + I_r + I_c \cos \theta),$$

где  $v$  – линейная скорость робота;  $k_m$  – коэффициент механический;  $m$  – масса робота;  $r$  – радиус колеса;  $I_l, I_r, I_c$  – электрические токи ДПТ для левого, правого, рулевого (центрального) колес;  $\theta$  – угол отклонения рулевого колеса от линейного направления.

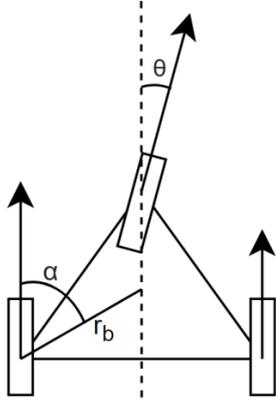


Рис. 2. Упрощенная схема робота с поворотными модулями при имитации робота автомобильного типа

Fig. 2. Simplified scheme of the swerve drive robot in the simulation of a car-type robot

Уравнение, описывающее изменение угловой скорости робота,

$$\dot{\omega} = \frac{k_m}{Jr} (I_l r_l - I_r r_r + I_c r_b \sin \theta),$$

где  $\dot{\omega}$  – угловая скорость робота;  $J$  – момент инерции робота;  $r_b$  – расстояние между центром робота и колесом;  $\alpha$  – угол между радиус-вектором от центра робота до колеса и вектором линейной скорости колеса;

$$r_l = r_b \sin(\alpha);$$

$$r_r = r_b \sin(\alpha).$$

Уравнения, описывающие изменение токов для каждого используемого двигателя:

$$\dot{I}_l = -\frac{R}{L} I_l - \frac{k_e}{L} \omega_l + \frac{U_l}{L}; \quad (1)$$

$$\dot{I}_r = -\frac{R}{L} I_r - \frac{k_e}{L} \omega_r + \frac{U_r}{L}; \quad (2)$$

$$\dot{I}_c = -\frac{R}{L} I_c - \frac{k_e}{L} \omega_c + \frac{U_c}{L}; \quad (3)$$

$$\dot{I}_\theta = -\frac{R}{L} I_\theta - \frac{k_e}{L} \omega_\theta + \frac{U_\theta}{L}, \quad (4)$$

где  $I_\theta$  – ток ДПТ, осуществляющего поворот рулевого колеса относительно вертикальной оси;

$R$  – сопротивление;  $L$  – индуктивность;  $U$  – напряжение;  $k_e$  – коэффициент электрический;  $\omega$  – скорость вращения ДПТ.

Уравнения, описывающие вращения рулевого колеса относительно вертикали:

$$\dot{\omega}_\theta = \frac{k_m}{J_\theta} I_\theta - \frac{k_f}{J_\theta} \omega_\theta;$$

$$\dot{\theta} = \omega_\theta,$$

где  $J_\theta$  – момент инерции рулевого модуля;  $k_f$  – коэффициент вязкого трения.

Выразим скорости двигателей колес через линейную и угловую скорости робота:

$$\omega_l = \frac{1}{r} (v + \omega r_l); \quad (5)$$

$$\omega_r = \frac{1}{r} (v - \omega r_r); \quad (6)$$

$$\omega_c = \frac{1}{r} (v \cos(\theta) + \omega r_b \sin \theta). \quad (7)$$

Уравнения (5)–(7) подставляем в (1)–(3):

$$\dot{I}_l = -\frac{R}{L} I_l - \frac{k_e}{Lr} (v + \omega r_l) + \frac{U_l}{L};$$

$$\dot{I}_r = -\frac{R}{L} I_r - \frac{k_e}{Lr} (v - \omega r_r) + \frac{U_r}{L};$$

$$\dot{I}_c = -\frac{R}{L} I_c - \frac{k_e}{Lr} (v \cos(\theta) + \omega r_b \sin \theta) + \frac{U_c}{L}.$$

Итоговая система уравнений, описывающих динамику трехколесного робота с поворотными модулями на базе ДПТ, имитирующего автомобильного робота:

$$\dot{v} = \frac{k_m}{mr} (I_l + I_r + I_c \cos \theta);$$

$$\dot{\omega} = -\frac{k_D}{J} \omega + \frac{k_m}{Jr} (I_l r_l - I_r r_r + I_c r_b \sin \theta);$$

$$\dot{I}_l = -\frac{R}{L} I_l - \frac{k_e}{Lr} (v + \omega r_l) + \frac{U_l}{L};$$

$$\dot{I}_r = -\frac{R}{L} I_r - \frac{k_e}{Lr} (v - \omega r_r) + \frac{U_r}{L};$$

$$\dot{I}_c = -\frac{R}{L} I_c - \frac{k_e}{Lr} (v \cos(\theta) + \omega r_b \sin \theta) + \frac{U_c}{L};$$

$$\dot{I}_\theta = -\frac{R}{L} I_\theta - \frac{k_e}{L} \omega_\theta + \frac{U_\theta}{L};$$

$$\dot{\omega}_\theta = \frac{k_m}{J_\theta} I_\theta - \frac{k_f}{J_\theta} \omega_\theta.$$

В уравнении, описывающем изменение угловой скорости робота, учтен коэффициент трения дифференциала  $k_D$  для более точной имитации робота автомобильного типа.

Запишем полученную итоговую систему в переменные состояния:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I}_l \\ \dot{I}_r \\ \dot{I}_c \\ \dot{I}_\theta \\ \dot{\omega}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{k_m}{mr} & \frac{k_m}{mr} & \frac{k_m}{mr} \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_D}{J} & \frac{k_m r_l}{Jr} & -\frac{k_m r_r}{Jr} & \frac{k_m r_b \sin \theta}{Jr} & 0 & 0 \\ -\frac{k_e}{Lr} & -\frac{k_e r_l}{Lr} & -\frac{R}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_e}{Lr} & -\frac{k_e r_r}{Lr} & 0 & -\frac{R}{L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_e \cos(\theta)}{Lr} & -\frac{k_e r_b \sin \theta}{Lr} & 0 & 0 & -\frac{R}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R}{L} & -\frac{k_e}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_m}{J_0} & -\frac{k_f}{J_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \\ I_l \\ I_r \\ I_c \\ I_\theta \\ \omega_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_l \\ U_r \\ U_c \\ U_\theta \end{bmatrix}.$$

Преобразуем ее в дискретный вид:

$$\begin{bmatrix} v_{(k+1)} \\ \omega_{(k+1)} \\ I_{l(k+1)} \\ I_{r(k+1)} \\ I_{c(k+1)} \\ I_{\theta(k+1)} \\ \omega_{0(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{Tk_m}{mr} & \frac{Tk_m}{mr} & \frac{Tk_m}{mr} \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{Tk_D}{J} & \frac{Tk_m r_l}{Jr} & -\frac{Tk_m r_r}{Jr} & \frac{Tk_m r_b \sin \theta}{Jr} & 0 & 0 \\ -\frac{Tk_e}{Lr} & -\frac{Tk_e r_l}{Lr} & 1 - \frac{TR}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{Tk_e}{Lr} & -\frac{Tk_e r_r}{Lr} & 0 & 1 - \frac{TR}{L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{Tk_e \cos(\theta)}{Lr} & -\frac{Tk_e r_b \sin \theta}{Lr} & 0 & 0 & 1 - \frac{TR}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{TR}{L} & -\frac{Tk_e}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Tk_m}{J_0} & 1 - \frac{Tk_f}{J_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ \omega_k \\ I_{lk} \\ I_{rk} \\ I_{ck} \\ I_{\theta k} \\ \omega_{0k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{T}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{T}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{lk} \\ U_{rk} \\ U_{ck} \\ U_{\theta k} \end{bmatrix}.$$

### Разработка математической модели трехколесного мобильного робота с поворотными модулями при имитации робота с дифференциальным приводом

На рисунке 3 представлена схема трехколесного робота при имитации робота с дифференциальным приводом.

$$\begin{bmatrix} v_{(k+1)} \\ \omega_{(k+1)} \\ I_{l(k+1)} \\ I_{r(k+1)} \\ I_{c(k+1)} \\ I_{\theta(k+1)} \\ \omega_{\theta(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{Tk_m}{mr} & \frac{Tk_m}{mr} & \frac{Tk_m \cos \theta}{mr} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{Tk_m r_l}{Jr} & -\frac{Tk_m r_r}{Jr} & \frac{Tk_m r_b \sin \theta}{Jr} & 0 & 0 \\ -\frac{Tk_e}{Lr} & -\frac{Tk_e r_l}{Lr} & 1 - \frac{TR}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{Tk_e}{Lr} & -\frac{Tk_e r_r}{Lr} & 0 & 1 - \frac{TR}{L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{Tk_e \cos(\theta)}{Lr} & -\frac{Tk_e r_b \sin \theta}{Lr} & 0 & 0 & 1 - \frac{TR}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{TR}{L} & -\frac{Tk_e}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Tk_m}{J_\theta} & 1 - \frac{Tk_f}{J_\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ \omega_k \\ I_{lk} \\ I_{rk} \\ I_{ck} \\ I_{\theta k} \\ \omega_{\theta k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{T}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{T}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{lk} \\ U_{rk} \\ U_{ck} \\ U_{\theta k} \end{bmatrix}.$$

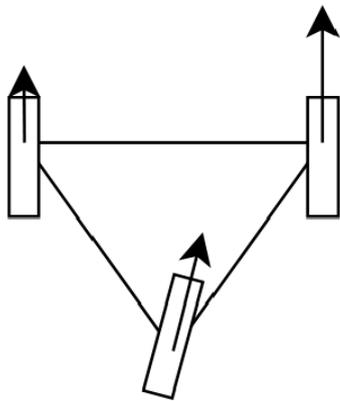


Рис. 3. Упрощенная схема робота с поворотными модулями при имитации робота с дифференциальным приводом

Fig. 3. Simplified scheme of the swerve drive robot in the simulation of the differential drive robot

### Моделирование трехколесного робота в программном продукте «Среда динамического моделирования технических систем SimInTech»

На рисунке 4 представлена модель трехколесного робота в программе SimInTech.

На вход модели подаются напряжения (вектор управления), на выходе модели – вектор переменных состояния. Скорость вращения центрального колеса подается на блок «дискретный

Левое и правое колесо являются ведущими, центральное колесо – поддерживающим.

Математическая модель в дискретном пространстве состояний

интегратор» для расчета текущего угла  $\theta$ . Затем обновленное значение угла через систему сигналов поступает на вход блока «язык программирования» для пересчета коэффициентов матрицы состояния.

На рисунках 5–7 представлены результаты имитационного моделирования трехколесного робота.

На рисунке 7 робот совершает оборот вокруг своей оси, поскольку поддерживающее колесо сонаправлено с направлением вращения робота. На рисунке 8 поддерживающее колесо направлено противоположно относительно вращению робота, из-за чего данное колесо создает тормозящий момент для системы. На рисунке 9 робот совершает оборот вокруг своей оси, но поскольку опорное колесо сориентировано перпендикулярно направлению вращения робота, у робота появляется линейная скорость.

Анализируя полученные графики, можно прийти к выводу, что, применяя трехколесный робот с поворотными модулями, при имитации робота с дифференциальным типом привода с помощью управления скоростью и углом поворота центрального (поддерживающего колеса) можно на натурном образце создавать дополнительный момент нагрузки в системе для имитации внешних возмущающих сил, действующих на систему.

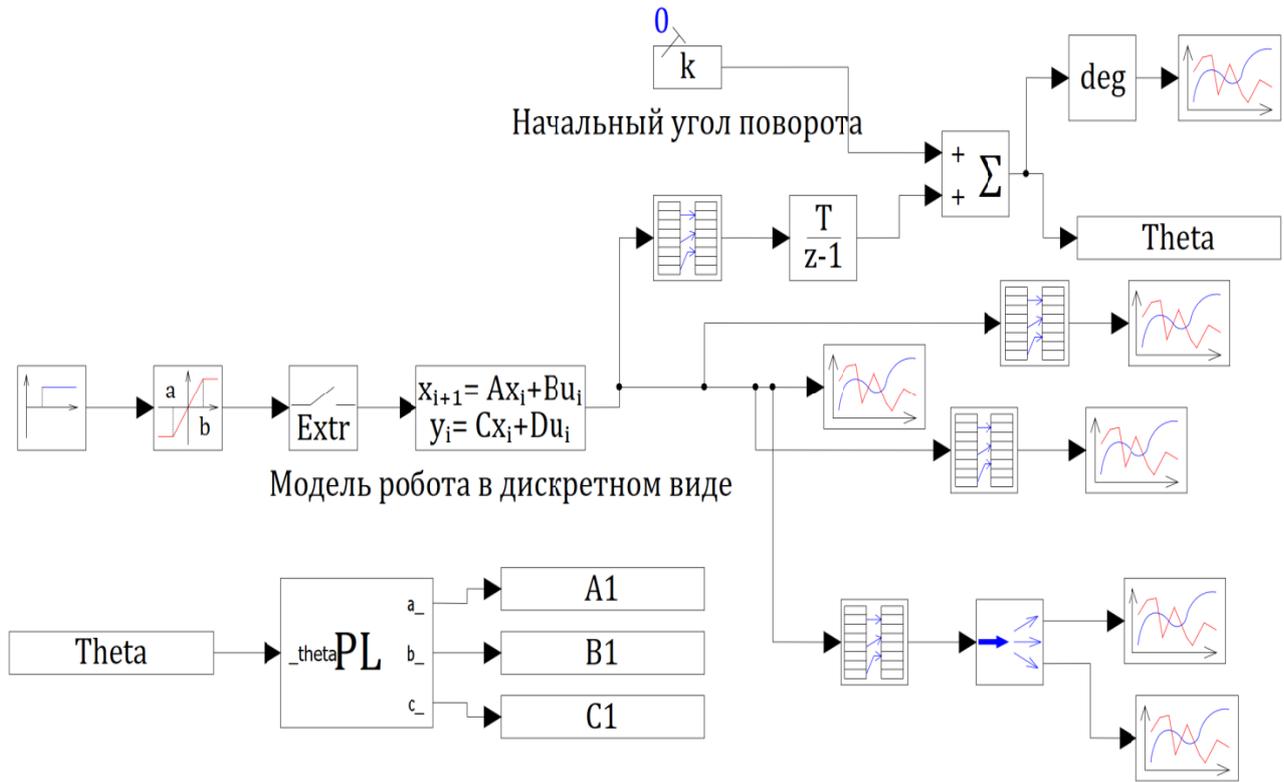


Рис. 4. Модель трехколесного робота в SimInTech

Fig. 4. Model of a three-wheeled robot in SimInTech



Рис. 5. Графики линейной и угловой скоростей трехколесного робота (движение по прямой,  $U_l = 40$  В,  $U_r = 40$  В,  $U_c = 40$  В,  $\theta = 0^\circ$ )

Fig. 5. Plots of linear and angular velocity of the three-wheeled robot (straight-line motion,  $U_l = 40$  V,  $U_r = 40$  V,  $U_c = 40$  V,  $\theta = 0^\circ$ )

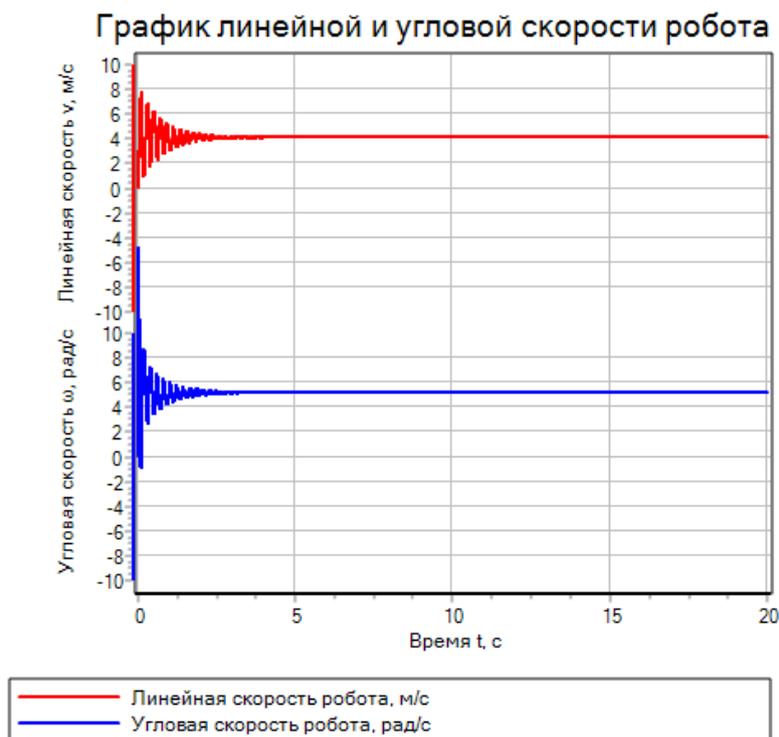


Рис. 6. Графики линейной и угловой скоростей трехколесного робота (движение по дуге,  $U_l = 40$  В,  $U_r = 20$  В,  $U_c = 30$  В,  $\theta = 30^\circ$ )

Fig. 6. Linear and angular velocity plots of the three-wheeled robot (arc motion,  $U_l = 40$  V,  $U_r = 20$  V,  $U_c = 30$  V,  $\theta = 30^\circ$ )



Рис. 7. Графики линейной и угловой скоростей трехколесного робота (разворот на месте,  $U_l = 40$  В,  $U_r = -40$  В,  $U_c = 40$  В,  $\theta = 90^\circ$ )

Fig. 7. Linear and angular velocity plots of the three-wheeled robot (turning in place,  $U_l = 40$  V,  $U_r = -40$  V,  $U_c = 40$  V,  $\theta = 90^\circ$ )

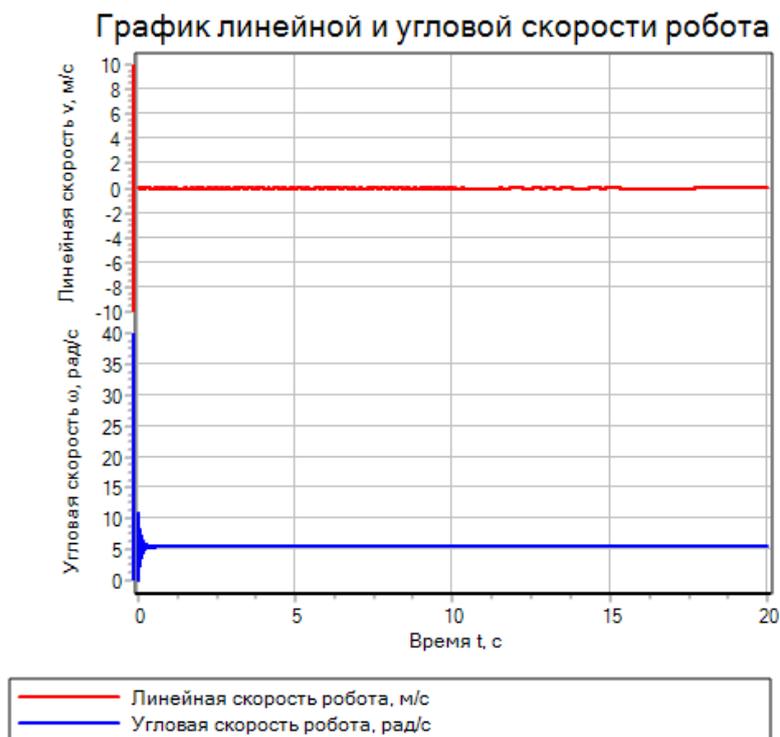


Рис. 8. Графики линейной и угловой скоростей трехколесного робота (разворот на месте с тормозящим опорным колесом,  $U_l = 40$  В,  $U_r = -40$  В,  $U_c = 40$  В,  $\theta = 270^\circ$ )

Fig. 8. Linear and angular velocity plots of the three-wheeled robot (turning in place with braking support wheel,  $U_l = 40$  V,  $U_r = -40$  V,  $U_c = 40$  V,  $\theta = 270^\circ$ )



Рис. 9. Графики линейной и угловой скоростей трехколесного робота (разворот по малой дуге,  $U_l = 40$  В,  $U_r = -40$  В,  $U_c = 40$  В,  $\theta = 0^\circ$ )

Fig. 9. Linear and angular velocity plots of the three-wheeled robot (small arc turning,  $U_l = 40$  V,  $U_r = -40$  V,  $U_c = 40$  V,  $\theta = 0^\circ$ )

## Выводы

1. В результате моделирования в среде SimInTech математической модели высокоманевренного транспортного трехколесного робота для имитации работы транспортных роботов автомобильного типа установлено, что трехколесный робот с поворотными модулями способен заменить роботов с другими типами приводов при проведении экспериментальной проверки алгоритмов управления в робототехнике.

2. Натурная модель трехколесного робота с поворотными модулями способна имитировать работу двух натуральных моделей: собственно трехколесного робота с поворотными модулями и четырехколесного транспортного робота автомобильного типа с парой передних управляющих колес и дифференциальным приводом на задние колеса

3. Предлагаемые оптимальные модели могут существенно сократить затраты на изготовление натуральных моделей, создаваемых для экспериментов при проектировании алгоритмов управления.

4. Такой подход позволит при проведении натуральных экспериментов и испытаний конструкции робота воспроизводить некоторую часть условий эксплуатации робота, учет которых при разработке образца робота конкретной конструкции и при разработке алгоритма его управления позволит повысить качество конечного результата проектирования.

## Библиографические ссылки

1. Фролов В. Я., Бенслиман Ю. Моделирование и нелинейное управление неголономным автомобилеподобным мобильным роботом, отслеживающим траекторию // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2024. № 2. С. 381–388. DOI: 10.24412/2071-6168-2024-2-381-382

2. Анализ вращения поворотных колес мобильного робота с дифференциальным приводом / А. А. Радкевич, Ш. Ян, В. А. Зарецкий [и др.] // Системный анализ и прикладная информатика. 2023. № 4. С. 30–36. DOI: 10.21122/2309-4923-2023-4-30-36

3. Салимов М. С., Меркурьев И. В. Программное управление движением робота с дифференциальным приводом при разных моделях трения // Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). 2023. Т. 23, № 4. С. 346–355. DOI: 10.23947/2687-1653-2023-23-4-346-355

4. Угловский А. С., Семеренко Н. Ю. Моделирование работы мобильного робота для обоснования его функциональных параметров и алгоритма управления // АгроЭкоИнженерия. 2023. № 4 (117). С. 57–72. DOI: 10.24412/2713-2641-2023-4117-57-71

5. Разработка математической модели кинематики и динамики колесного дифференциального робота /

К. П. Марченко, К. В. Коновалов, С. Д. Ершов [и др.] // Научный аспект. 2021. Т. 3, № 1. С. 277–294.

6. Бодров Е. Э., Бодрова С. И., Лысенко А. А. Математическое моделирование нагрузки на приводной двигатель малогабаритного мобильного робота в модуле симуляции движения // Электричество. 2019. № 2. С. 48–53. DOI: 10.24160/0013-5380-2019-2-48-53

7. Лучанский О. А., Акименко Т. А. Движение трехколесного мобильного робота // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2019. № 2. С. 133–139.

8. Динамика транспортного мобильного робота с модифицированным механизмом Аккермана в квазиординатах / А. Тулешов, А. Сейдахмет, К. Бисембаев [и др.] // Вестник Казахской академии транспорта и коммуникаций им. М. Тынышпаева. 2024. Т. 130, № 1. С. 70–78. DOI: 10.52167/1609-1817-2024-130-1-70-78

9. Михайлов М. И. Моделирование кинематики мобильного колесного робота // Вестник Гомельского государственного технического университета им. П. О. Сухого. 2023. № 2(93). С. 14–21.

10. Математическая модель движения мобильного робота с колесами всенаправленного типа / А. А. Радкевич, У. Синьсинь, А. А. Вельченко, С. А. Павлюковец // Доклады Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. 2024. Т. 22, № 1. С. 82–90. DOI: 10.35596/1729-7648-2024-22-1-82-90

11. Андреев А. С., Сутыркина Е. А. Об управлении движением мобильного робота с четырьмя omniskolesami // Автоматизация процессов управления. 2023. № 4(74). С. 65–73. DOI: 10.35752/1991-2927\_2023\_4\_74\_65

12. Микишанина Е. А., Платонов П. С. Управление высокоманевренным мобильным роботом в задаче следования за объектом // Компьютерные исследования и моделирование. 2023. Т. 15, № 5. С. 1301–1321. DOI: 10.20537/2076-7633-2023-15-5-1301-1321

13. Renhui Zhang, Haiyan Hu, Yongsi Fu. (2019) Trajectory tracking for omnidirectional mecanum robot with longitudinal slipping: MATEC Web of Conferences, 256, p. 02003.

14. Холопов В. Н., Федченко В. Б. Тяговые силы высокоманевренного транспортного средства // Хвойные бореальной зоны. 2022. Т. 40, № 1. С. 91–93. DOI: 10.53374/1993-0135-2022-1-91-93

15. Filatov D.M., Abramov P.V., Bogdanova S.M. (2021) Trajectory Motion Simulation of a Mobile Robot: Proc. of the 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, ElConRus 2021, Moscow, January 26–28, 2021. Moscow, 2021, pp. 874–877. DOI: 10.1109/ElConRus51938.2021.9396142

16. Binugroho E.H., Setiawan A., Sadewa Y., Amrulloh P.H., Paramasatra K. and Sudibyo R.W. (2021) Position and Orientation Control of Three Wheels Swerve Drive Mobile Robot Platform, 2021 International Electronics Symposium (IES), pp. 669–674.

17. Mitchell P. (2020) Improved Swerve Drive Design with Suspension. Mechanical Engineering Design Project Program the University of Texas at Austin, 2020.

18. Jiawen Hu. (2021) The Chassis Design of the Swerveomni Directional Wheel. *Academic Journal of Engineering and Technology Science*, 2021.

19. Никитин Ю. П., Трефилов С. А., Никитин Е. В. Идентифицируемость модели привода мехатронного устройства на базе двигателя постоянного тока по измерительной матрице // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. 2019. № 4-1 (336). С. 114–122.

### References

1. Frolov V.Ya., Benslimane Yu. (2024) [Modeling and nonlinear control of a nonholonomic car-like mobile robot tracking a trajectory]. *Izvestija Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tehnicheskie nauki*, no. 2, pp. 381-388 (in Russ.). DOI: 10.24412/2071-6168-2024-2-381-382

2. Radkevich A.A., Yan Sh., Zaretsky V.A. (2023) [Analysis of rotation of turning wheels of a mobile robot with a differential drive]. *Sistemnyj analiz i prikladnaja informatika*, no. 4, pp. 30-36 (in Russ.). DOI: 10.21122/2309-4923-2023-4-30-36

3. Salimov M.S., Merkuriev I.V. (2023) [Software control of the motion of a robot with a differential drive under different friction models]. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*, vol. 23, no. 4, pp. 346-355 (in Russ.). DOI: 10.23947/2687-1653-2023-23-4-346-355

4. Uglovskiy A.S., Semerenko N.Yu. (2023) [Modeling of a mobile robot operation to substantiate its functional parameters and control algorithm]. *AgroJekoInzhenerija*, no. 4 (117), pp. 57-72 (in Russ.). DOI: 10.24412/2713-2641-2023-4117-57-71

5. Marchenko K.P., Konovalov K.V., Ershov S.D. (2021) [Development of a Mathematical Model of the Kinematics and Dynamics of a Wheeled Differential Robot]. *Nauchnyj aspekt*, vol. 3, no. 1, pp. 277-294 (in Russ.).

6. Bodrov E.E., Bodrova S.I., Lysenko A.A. (2019) [Mathematical Modeling of the Load on the Drive Motor of a Small-Sized Mobile Robot in the Motion Simulation Module]. *Jelektrichestvo*, no. 2, pp. 48-53 (in Russ.). DOI: 10.24160/0013-5380-2019-2-48-53

7. Luchansky O.A., Akimenko T.A. (2019) [Motion of a three-wheeled mobile robot]. *Izvestija Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tehnicheskie nauki*, no. 2, pp. 133-139 (in Russ.).

8. Tuleshov A., Seidakhmet A., Bisembayev K. (2024) [Dynamics of a transport mobile robot with a modified Ackermann mechanism in quasi-coordinates].

*Vestnik Kazahskoj akademii transporta i kommunikacij im. M. Tynyshpaeva*, vol. 130, no. 1, pp. 70-78 (in Russ.). DOI: 10.52167/1609-1817-2024-130-1-70-78

9. Mikhailov M.I. (2023) [Modeling the kinematics of a mobile wheeled robot]. *Vestnik Gomel'skogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta im. P. O. Suhogo*, no. 2(93), pp. 14-21 (in Russ.).

10. Radkevich A.A., Xinxin W., Velchenko A.A., Pavlyukovets S.A. (2024) [Mathematical model of motion of a mobile robot with omnidirectional wheels]. *Doklady Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta informatiki i radioelektroniki*, vol. 22, no. 1, pp. 82-90 (in Russ.). DOI: 10.35596/1729-7648-2024-22-1-82-90

11. Andreev A.S., Sutyorkina E.A. (2023) [On the motion control of a mobile robot with four omni-wheels]. *Avtomatizacija processov upravlenija*, no. 4(74), pp. 65-73 (in Russ.). DOI: 10.35752/1991-2927\_2023\_4\_74\_65

12. Mikishanina E.A., Platonov P.S. (2023) [Control of a highly maneuverable mobile robot in the problem of following an object]. *Komp'yuternye issledovanija i modelirovanie*, vol. 15, no. 5, pp. 1301-1321 (in Russ.). DOI: 10.20537/2076-7633-2023-15-5-1301-1321

13. Renhui Zhang, Haiyan Hu, Yongsi Fu. (2019) Trajectory tracking for omnidirectional mecanum robot with longitudinal slipping: MATEC Web of Conferences, 256, p. 02003.

14. Kholopov V.N., Fedchenko V.B. (2022) [Traction forces of a highly maneuverable vehicle]. *Hvojnye boreal'noj zony*, vol. 40, no. 1, pp. 91-93 (in Russ.). DOI: 10.53374/1993-0135-2022-1-91-93

15. Filatov D.M., Abramov P.V., Bogdanova S.M. (2021) Trajectory Motion Simulation of a Mobile Robot: Proc. of the 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, ElConRus 2021, Moscow, January 26-28, 2021. Moscow, 2021, pp. 874-877. DOI: 10.1109/ElConRus51938.2021.9396142

16. Binugroho E.H., Setiawan A., Sadewa Y., Amrulloh P.H., Paramasastra K. and Sudibyo R.W. (2021) Position and Orientation Control of Three Wheels Swerve Drive Mobile Robot Platform, 2021 International Electronics Symposium (IES), pp. 669-674.

17. Mitchell P. (2020) Improved Swerve Drive Design with Suspension. Mechanical Engineering Design Project Program the University of Texas at Austin, 2020.

18. Jiawen Hu. (2021) The Chassis Design of the Swerveomni Directional Wheel. *Academic Journal of Engineering and Technology Science*, 2021.

19. Nikitin Yu.R., Trefilov S.A., Nikitin E.V. (2019) [Identifiability of the drive model of a mechatronic device based on a DC motor using a measuring matrix]. *Fundamental'nye i prikladnye problemy tehniki i tehnologii*, no. 4-1 (336), pp. 114-122 (in Russ.).

## Development of a Mathematical Model of a Highly Maneuverable Robot for Simulation of Robots with Different Types of Designs

S.A. Trefilov, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

G.V. Khodyrev, IRZ-Svyaz LLC, Izhevsk, Russia

*The article presents the results of developing a mathematical model and simulation modeling of a three-wheeled highly maneuverable mobile robot. A mathematical model of the robot in the state space has been developed. The possibility of using this robot with rotary modules for analyzing and testing control algorithms for robots of various designs has been considered. The relevance of the study is justified by the high costs of creating physical models of robots for experimental verification of control algorithms. The proposed three-wheeled mobile robot with rotary modules, where each wheel is simultaneously both a driving and a steering wheel, allows reducing these costs, while maintaining the ability to simulate part of the real operating conditions. Simplified diagrams of the robot are given, the main parameters and equations characterizing the change in linear and angular velocity are described. Particular attention is paid to modeling various types of robot drives: automotive type and with a differential drive. In the discrete state space, equations describing the dynamics of the robot were presented, which allows them to be used in software products for modeling. The results of simulation modeling obtained in the SimInTech software environment confirm the effectiveness of the proposed model. The analysis of the obtained results showed that the use of a three-wheeled robot with rotary modules allows successfully simulating the behavior of robots with other types of drives and creating conditions close to real ones for testing control algorithms. The proposed model can be used to improve the quality of design and testing of control algorithms in robotics, while reducing the costs of creating physical models of robots, as well as in the educational process.*

**Keywords:** mobile robotics, highly maneuverable robot, robot control algorithm, simulation modeling.

Получено 18.06.2024

### Образец цитирования

Трефилов С. А., Ходырев Г. В. Разработка математической модели высокоманевренного робота для имитации роботов различных типов конструкций // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2024. Т. 27, № 3. С. 38–48. DOI: 10.22213/2413-1172-2024-3-38-48

### For Citation

Trefilov S.A., Khodyrev G.V. (2024) [Development of a Mathematical Model of a Highly Maneuverable Robot for Simulation of Robots with Different Types of Designs]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, 2024, vol. 27, no. 3, pp. 38-48 (in Russ.). DOI: 10.22213/2413-1172-2024-3-38-48