

УДК 621.833

DOI: 10.22213/2413-1172-2024-3-49-61

Проектирование зубчатых передач из эвольвентно-конических колес*

Б. А. Лопатин, доктор технических наук, профессор, Южно-Уральский государственный университет, Златоуст, Россия

С. В. Плотникова, кандидат технических наук, доцент, Южно-Уральский государственный университет, Златоуст, Россия

Д. Б. Лопатин, кандидат технических наук, доцент, Южно-Уральский государственный университет, Златоуст, Россия

В статье представлены зависимости для определения размеров эвольвентно-конических колес и зубчатых передач. Рассмотрены общие случаи формирования зубчатых передач, составленных из двух эвольвентно-конических колес, на скрещивающихся осях (гиперболоидные передачи), пересекающихся осях (конические передачи), параллельных осях (цилиндрические передачи). Передачи из эвольвентно-конических колес обладают компоновочными, технологическими, эксплуатационными преимуществами по сравнению с передачами, составленными из обычных цилиндрических и конических колес.

Применение эвольвентно-конических колес в передачах между скрещивающимися осями позволяет получить требуемый характер контакта зубьев – от точечного до линейного, уменьшить чувствительность к погрешностям изготовления и монтажа, увеличить нагрузочную способность передачи по сравнению с винтовой передачей из цилиндрических колес. Конические передачи с эвольвентно-коническими колесами позволяют создавать передачи при сколь угодно малых межосевых углах, что трудно реализовать из обычных конических колес. Применение конических передач внутреннего зацепления с модифицированным профилем зубьев в планетарных редукторах позволяет получать передачи по силовым и кинематическим характеристикам, сопоставимые с волновыми передачами, но с более высоким ресурсом работы. Применение эвольвентно-конических колес в цилиндрических передачах улучшает плавность работы механизма и позволяет регулировать межосевое расстояние и боковой зазор в зацеплении, что способствует их применению в безлюфтовых приводах. В результате комбинации углов конусности колес и наклона зубьев можно получить механизм одностороннего вращения – механизм свободного хода.

Современные САД-системы не учитывают особенности геометрии передач из эвольвентно-конических колес, что сдерживает их применение в технике. В статье предложен алгоритм расчета основных геометрических параметров передач из эвольвентно-конических колес при произвольном расположении осей колес в пространстве. Приведены примеры геометрического расчета различных типов передач по предложенному алгоритму.

Ключевые слова: эвольвентно-коническое колесо, зубчатые передачи, приводы машин.

Введение

При проектировании современных зубчатых механизмов всё чаще используются нетрадиционные зубчатые передачи [1], к которым можно отнести передачи из эвольвентно-конических колес (ЭКК). Эвольвентно-коническое колесо изготавливается с переменным линейно изменяющимся коэффициентом смещения инструмента вдоль оси колеса. ЭКК может быть как прямозубым, так и косозубым [2–5]. Передачу с ЭКК можно сформировать при любом расположении осей колес в пространстве. Они позволяют создавать такие компоновки привода, которые реализовать с помощью обычных цилиндрических и конических колес невозможно [6, 7]. Передачи на

скрещивающихся осях нашли применение в судостроении, на пересекающихся осях – в планетарных редукторах авиакосмической техники взамен волновым передачам [8–10]. Передачи на параллельных осях используются в качестве безлюфтовых в приводах следящих систем различного назначения. В статье предложен универсальный алгоритм геометрического расчета передач из ЭКК на скрещивающихся, пересекающихся и параллельных осях колес, представлены зависимости для реализации этого алгоритма. Алгоритм построен с использованием работ В. И. Безрукова и учеников его научной школы.

Цель данной статьи – разработка новых подходов и методов для проектирования зубчатых передач из эвольвентно-конических колес, а также

© Лопатин Б. А., Плотникова С. В., Лопатин Д. Б., 2024

* Авторы статьи выражают признательность магистру Плотникову В. А. за активное участие в разработке программы для реализации алгоритма проектирования передач с ЭКК.

распространение полученных результатов исследований среди научного сообщества.

Геометрия эвольвентно-конического колеса

Геометрию ЭКК определяют следующие параметры: число зубьев z , модуль m , угол конусности δ , угол наклона зуба β и его направление (правое или левое), параметры стандартного исходного контура α , h_a^* , h_i^* , c^* , расстояние b_0 от нулевого до внешнего торца сечения (коэффициент смещения в этом сечении равен 0). Если нулевое сечение расположено посередине между большим и малым торцами, то ЭКК называется нулевым.

Независимо от конкретной конструкции инструмента при исследовании геометрии ЭКК рассматривается зацепление колеса с производящей рейкой. Геометрия производящей рейки в сечении плоскостью, нормальной к линии ее зуба (т. е. в нормальном сечении) аналогична геометрии производящего реечного контура, используемого для нарезания цилиндрических колес [11, 12]. При нарезании эвольвентно-конического колеса средняя плоскость производящей рейки наклонена к оси колеса на угол δ – угол конусности колеса (рис. 1) – в отличие от нарезания цилиндрического колеса, где средняя плоскость производящей рейки параллельна оси нарезаемого колеса. При нарезании косозубого ЭКК профиль инструментальной рейки получается несимметричным (рис. 2). Поэтому у ЭКК различают левую и правую стороны зубьев.

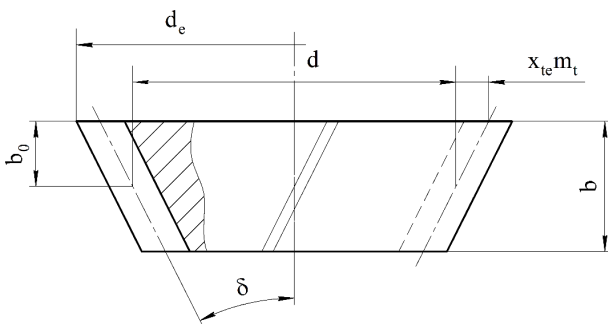


Рис. 1. Эвольвентно-коническое колесо

Fig. 1. The Involute-Bevel Gear

Левой стороной зуба является та, которая встречается первой, если обходить зубья со стороны большого торца по часовой стрелке, поэтому величинам, относящимся к правой стороне зуба, присваивается индекс r , а левой – индекс l . Высотные размеры торцового сечения увеличиваются в $1/\cos\delta$ раз за счет наклона средней плоскости рейки к оси колеса под уг-

лом. За счет наклона рейки в средней плоскости на угол β увеличиваются размеры вдоль средней линии рейки по сравнению с размерами в нормальном сечении в $1/\cos\delta$ раз.

Угол профиля на делительной окружности на правой и левой сторонах зуба

$$\operatorname{tg} \alpha_{t(r,l)} = \frac{\operatorname{tg} \alpha \cos \delta \pm \sin \beta \sin \delta}{\cos \beta}, \quad (1)$$

где верхние знаки относятся к правой стороне зуба.

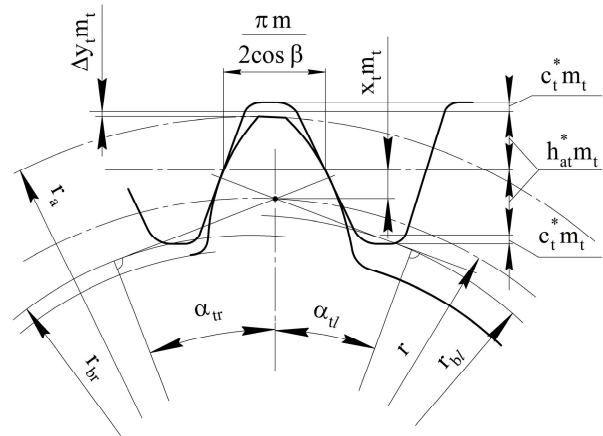


Рис. 2. Торцовое сечение станочного зацепления ЭКК с производящей рейкой

Fig. 2. Transverse section of a machine action of an IBG by a generating counterpart rack

Торцовый модуль

$$m_t = \frac{m}{\cos \beta}. \quad (2)$$

Коэффициенты h_{at}^* , c_t^* , которые характеризуют высоту прямолинейного и скругленного участков зуба рейки, определяются как

$$h_{at}^* = \frac{h_a^* \cos \beta}{\cos \delta}; \quad c_t^* = \frac{c^* \cos \beta}{\cos \delta}. \quad (3)$$

Формирование зуба ЭКК в произвольном торцовом сечении (положение которого определяется величиной смещения инструмента $x_{te} m_t$) можно считать результатом нарезания колеса несимметричной рейкой. При определении размеров ЭКК в торцовом сечении можно применять методы и формулы, используемые при расчете цилиндрических колес.

Радиус делительной окружности

$$r = \frac{m_t z}{2}, \quad (4)$$

где z – число зубьев колеса.

Радиус окружности вершин зубьев:

$$r_a = \frac{m_t}{2} (z + 2h_{at}^* + 2x_t - 2\Delta y_t). \quad (5)$$

Радиус окружности впадин:

$$r_i = \frac{m_t}{2} (z - 2h_a^* + 2x_t - 2c_t^*). \quad (6)$$

Радиусы основных окружностей эвольвент, образующих боковые профили зуба:

$$\begin{aligned} r_{br} &= r \cos \alpha_{tr}; \\ r_{bl} &= r \cos \alpha_{tl}. \end{aligned} \quad (7)$$

В случае $\beta \neq 0$ боковые профили зуба очерчены эвольвентами разных основных окружностей. Толщина зуба по делительной окружности определяется как

$$S_t = m_t \left(\frac{\pi}{2} + 2x_t \frac{\operatorname{tg} \alpha \cos \delta}{\cos \beta} \right). \quad (8)$$

Толщина зуба по окружности произвольного радиуса r_y определяется из выражения

$$S_{ty} = \frac{d_y}{2} \times \left(\frac{2S_t}{d} - \operatorname{inv} \alpha_{ytl} - \operatorname{inv} \alpha_{ytr} + \operatorname{inv} \alpha_{tl} + \operatorname{inv} \alpha_{tr} \right). \quad (9)$$

Боковая поверхность зуба ЭКК является эвольвентным геликоидом (эвольвентной винтовой поверхностью). Для случая, когда $\beta \neq 0$, правая и левая боковые поверхности зуба являются различными эвольвентными геликоидами, радиусы основных цилиндров которых определяются по формулам (7), а углы наклона винтовых линий на делительном цилиндре находятся из выражений

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta_l &= \operatorname{tg} \beta \cos \delta + \frac{\operatorname{tg} \alpha \sin \delta}{\cos \beta}; \\ \operatorname{tg} \beta_r &= \operatorname{tg} \beta \cos \delta - \frac{\operatorname{tg} \alpha \sin \delta}{\cos \beta}. \end{aligned} \quad (10)$$

В формулах (10) положительная величина угла β соответствует правому направлению винтовой линии. Для эвольвентных геликоидов углы наклона винтовой линии на основных цилиндрах рассчитываются по зависимостям

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta_{br} &= \operatorname{tg} \beta_r \cos \alpha_{tr}; \\ \operatorname{tg} \beta_{bl} &= \operatorname{tg} \beta_l \cos \alpha_{tl}. \end{aligned} \quad (11)$$

Плоскость, касательная к основному цилиндру и нормальная к боковой поверхности рейки,

является поверхностью зацепления при нарезании ЭКК. Прямая пересечения плоскости зацепления с боковой поверхностью рейки будет одновременно линией касания инструмента с боковой поверхностью зуба нарезаемого колеса (характеристикой на поверхности зуба, колеса и инструмента). Углы наклона χ_r и χ_l характеристик по отношению к средней линии производящей рейки:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \chi_r &= \sin \alpha \operatorname{tg} \beta - \frac{\cos \alpha \operatorname{tg} \delta}{\cos \beta}; \\ \operatorname{tg} \chi_l &= -\sin \alpha \operatorname{tg} \beta - \frac{\cos \alpha \operatorname{tg} \delta}{\cos \beta}. \end{aligned} \quad (12)$$

При различных сочетаниях частных значений углов β и δ могут быть получены следующие варианты геометрии ЭКК.

А) $\beta = 0, \delta \neq 0$ – прямозубое ЭКК, при этом

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{tr} &= \operatorname{tg} \alpha_{tl} = \operatorname{tg} \alpha \cos \delta; \\ \operatorname{tg} \beta_l &= \operatorname{tg} \alpha \sin \delta; \\ \operatorname{tg} \beta_r &= -\operatorname{tg} \alpha \sin \delta; \\ m_i &= m; \\ \operatorname{tg} \chi_r &= \operatorname{tg} \chi_l = -\cos \alpha \operatorname{tg} \delta. \end{aligned}$$

Как следует из формул (12), в прямозубом ЭКК боковые поверхности зуба являются эвольвентными геликоидами одного основного цилиндра, но правая сторона зуба является левовинтовой поверхностью, а левая – правовинтовой.

В торцовом сечении зуб прямозубого ЭКК симметричен.

Б) при $\sin \beta = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \delta$ из формул (10) следует, что

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta_r &= 0; \\ \operatorname{tg} \beta_l &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha \sin \delta}{\cos \beta}, \end{aligned}$$

то есть одна из боковых поверхностей становится эвольвентным цилиндром (поверхностью, тождественной поверхности зуба прямозубого эвольвентного колеса), вторая же остается эвольвентным геликоидом (прямозубо-косозубое ЭКК).

Так как коэффициент смещения инструмента различен для различных торцовых сечений колеса (обычно положителен на большем торце и отрицателен на меньшем), зуб ЭКК стремится

к подрезу на малом торце и к заострению на большом. Вследствие этого ширина ЭКК ограничена.

Коэффициент смещения для граничного торцового сечения, в котором начинается подрез зуба, может быть определен по формуле

$$x_{t_{\min}(l,r)} = h_{at}^* - \frac{z}{2} \sin^2 \alpha_{t(l,r)}. \quad (13)$$

Расстояние $b_{\text{подр}}$ от нулевого торцового сечения до сечения, в котором начинается подрез, определяется как

$$b_{\text{подр}} = \frac{x_{t_{\min}}}{\text{tg } \delta} m_t. \quad (14)$$

В косозубом ЭКК большему подрезу подвержена та сторона, которой соответствует меньший угол давления эвольвенты на делительном цилиндре. Ограничение в длине зуба по подрезу не является безусловным, так как на некоторой части зуба подрез может быть допущен.

Проверка заострения ЭКК может быть произведена по формуле (9), если в ней положить $S_{ty} = 0$.

После вычисления значения α_{ty} из формулы (9) определяется предельное значение $x_{t_{\max}}$. Расстояние $b_{\text{заостр}}$ от нулевого сечения до сечения, в котором начинается заострение,

$$b_{\text{заостр}} = \frac{x_{t_{\max}}}{\text{tg } \delta}. \quad (15)$$

Тогда допустимая ширина ЭКК

$$[b] = b_{\text{подр}} + b_{\text{заостр}} = \frac{m_t}{\text{tg } \delta} (x_{t_{\min}} + x_{t_{\max}}). \quad (16)$$

Поскольку ЭКК нарезается инструментом реечного типа, то оно может образовывать правильное зацепление со всеми зубчатыми колесами, правильно сцепляющимися с прямобоковой рейкой. Поэтому ЭКК правильно сцепляется друг с другом, с цилиндрическими колесами, эвольвентными червяками. Это одно из главных достоинств передач с ЭКК – их широкая универсальность.

Зубчатые передачи с эвольвентно-коническими колесами

Передачи из ЭКК можно сформировать при любом расположении осей колес в пространстве: скрещивающиеся оси (гиперболиодные передачи), пересекающиеся оси (конические

передачи), параллельные оси (цилиндрические передачи) [13, 14]. Подобно обычным цилиндрическим передачам передачи с ЭКК могут быть как со смещением, так и без него. Для передачи со смещением значения углов β_w ; δ_w и радиусов начальных окружностей $r_{w1,2}$ отличны от значений β , δ , r в станочных зацеплениях колес. Тип передачи может быть охарактеризован угловым коэффициентом воспринимаемого смещения $x_a = \frac{\cos \alpha_w}{\cos \alpha}$, где α_w – угол зацепления в передаче. При $x_a < 1$ получается передача с положительным смещением, при $x_a > 1$ – с отрицательным, при $x_a = 1$ – передача без смещения.

Далее в статье рассматриваются передачи без смещения, составленные из нулевых ЭКК ($b_0 = 0,5b$).

Передачи на скрещивающихся осях

Зубчатые передачи между скрещивающимися осями являются наиболее общим случаем передач из ЭКК. Они формируются на базе конических начальных поверхностей с углами начальных конусов δ_1 , δ_2 (рис. 3). Образующие начальных конусов, лежащие в начальной плоскости H , составляют с общей касательной ($t-t$) к линиям зубьев в полюсе P углы β_1 и β_2 .

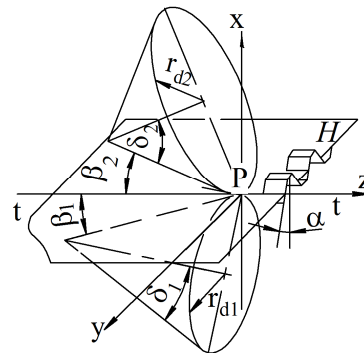


Рис. 3. Начальные поверхности передачи между скрещивающимися осями колес с ЭКК

Fig. 3. The initial surfaces of gearing between crossed axes with IBG

При различных сочетаниях конкретных значений углов δ и β можно получить различные виды передач, образованных при зацеплении ЭКК как друг с другом, так и с цилиндрическими колесами. В общем случае оба колеса такой передачи являются косозубыми и коническими. Значениям углов δ и β при геометрическом расчете присваиваются определенные знаки.

Угол β считается положительным, если он соответствует правоспиральному колесу, и отрицательным, если левоспиральному. Углы δ считаются одного знака, если вершины начальных конусов колес в передаче расположены по одну сторону от нормальной плоскости передачи.

Расположение колес в передаче представлено на рисунке 4.

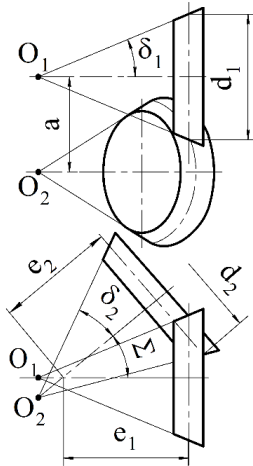


Рис. 4. Расположение колес в передаче

Fig. 4. The wheels location in gear

В общем случае характер контакта зубьев передачи точечный и различен для левых и правых сторон зубьев. Передача малочувствительна к погрешностям изготовления и монтажа.

Исходными данными при геометрическом расчете являются: числа зубьев z_1, z_2 , модуль m , параметры стандартного исходного контура $\alpha, h_a^*, h_f^*, c^*$, межосевой угол Σ .

Углы δ_1 и δ_2 выбираются из конструктивных и технологических соображений, при этом $\delta_1 + \delta_2 < \Sigma$.

Обычно $\delta < 15^\circ$.

Исходя из желаемого соотношения диаметров колес

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{z_1 \cos \beta_2}{z_2 \cos \beta_1} = \frac{z_1}{z_2} J \quad (17)$$

выбирается величина $J = \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}$.

В ходе дальнейшего расчета определяются углы β_1, β_2 из выражений

$$\begin{aligned} \cos(\beta_1 + \beta_2) &= \frac{\cos \Sigma + \sin \delta_1 \sin \delta_2}{\cos \delta_1 \cos \delta_2}; \\ \cos \beta_1 &= \frac{\sin(\beta_1 + \beta_2)}{\sqrt{J^2 - 2J \cos(\beta_1 + \beta_2) + 1}}; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\beta_2 = (\beta_1 + \beta_2) - \beta_1.$$

Параметры начального торцового сечения:

– коэффициент смещения

$$x_t = x \frac{\cos \beta}{\cos \delta}; \quad (19)$$

– диаметр впадин

$$d_f = m_t (z + 2x_t - 2h_{ta}^* - 2c_t^*); \quad (20)$$

– диаметр вершин (исходя из сохранения стандартного радиального зазора)

$$d_{a1(2)} = \frac{d_1 \cos \delta_1 + d_2 \cos \delta_2 - d_{f2(1)} \cos \delta_{2(1)} - 2c^* m}{\cos \delta_{1(2)}}; \quad (21)$$

– диаметры d_{ae} и d_{fe} на внешнем торце колеса:

$$d_{ae} = d_a + 2b_0 \operatorname{tg} \delta; \quad (22)$$

$$d_{fe} = d_f + 2b_0 \operatorname{tg} \delta. \quad (23)$$

Расстояние от внешнего торца до начального сечения:

$$b = b_0 - \frac{x_t m_t}{\operatorname{tg} \delta}. \quad (24)$$

Межосевое расстояние в передаче:

$$a = \left(\frac{d_1}{\cos \delta_1} + \frac{d_2}{\cos \delta_2} \right) \frac{\sin(\beta_1 + \beta_2) \cos \delta_1 \cos \delta_2}{2 \sin \Sigma}. \quad (25)$$

Расстояние от линии кратчайшего межосевого расстояния до начальных сечений колес:

$$\begin{aligned} e_{1(2)} &= \left(\frac{d_1}{\cos \delta_1} + \frac{d_2}{\cos \delta_2} \right) \times \\ &\times \frac{\sin \delta_{1(2)} + \cos \Sigma \sin \delta_{2(1)}}{2 \sin \Sigma^2} - \frac{d_{1(2)}}{2} \operatorname{tg} \delta_{1(2)}. \end{aligned} \quad (26)$$

Степень локализации контакта для правой и левой сторон зубьев может быть оценена углом $\chi_{l(r)}$ между характеристиками (линейчатыми образующими эвольвентных геликоидов) контактирующих зубьев:

$$\chi_{l(r)} = \chi_{l(r)_2} - \chi_{l(r)_1}; \quad (27)$$

$$\operatorname{tg} \chi_{l(1,2)} = \frac{\pm \sin \beta_{1(2)} \sin \alpha \mp \operatorname{tg} \delta_{1(2)} \cos \alpha}{\cos \beta_{1(2)}}; \quad (28)$$

$$\operatorname{tg} \chi_{r(1,2)} = \frac{\mp \sin \beta_{1(2)} \sin \alpha \mp \operatorname{tg} \delta_{1(2)} \cos \alpha}{\cos \beta_{1(2)}}. \quad (29)$$

Верхние знаки в формулах (28), (29) относятся к колесу z_1 .

Для повышения нагрузочной способности передачи при работе одной из сторон зубьев можно получить линейный контакт, что позволяет использовать гиперболоидные передачи с ЭКК в тяжелонагруженных приводах. Условие линейного контакта для левых сторон зубьев имеет вид

$$\operatorname{tg} \alpha (\operatorname{tg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_2) = \frac{\operatorname{tg} \delta_1}{\cos \beta_1} + \frac{\operatorname{tg} \delta_2}{\cos \beta_2}. \quad (30)$$

Это условие получено на основании равенства 0-го угла между линейчатыми образующими эвольвентных геликоидов боковых поверхностей зубьев (формула (27)).

Углы δ_1 и δ_2 определяются из выражений

$$\begin{aligned} \sin \delta_1 &< \sin \Sigma \sin \alpha; \\ \sin \delta_2 &= \sin \Sigma \sqrt{(\sin^2 \alpha - \sin^2 \delta_1) - \cos \Sigma \sin \delta_1}. \end{aligned} \quad (31)$$

Углы β_1 и β_2 определяются из уравнений (18).

При проектировании передачи необязательно добиваться линейного контакта зубьев. Целесообразнее, если характеристики будут пересекаться под небольшим углом, то есть при точечном контакте, близком к линейному. Такая передача при высокой контактной прочности менее чувствительна к погрешностям изготовления и монтажа.

Если в передаче необходимо обеспечить линейный контакт зубьев при $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ и $\delta_1 = \delta_2 = \delta$, углы β и δ могут быть определены из формул

$$\operatorname{tg} \beta = \cos \alpha \operatorname{tg} \frac{\Sigma}{2}; \quad (32)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sin \alpha \operatorname{tg} \frac{\Sigma}{2}}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \frac{\Sigma}{2}}}. \quad (33)$$

Для передач с точечным контактом коэффициент перекрытия

$$\varepsilon_{r,l} = \frac{(\overline{P_1 P_2})_{r,l}}{\pi m \cos \alpha}, \quad (34)$$

где $\overline{P_1 P_2} = \overline{P_1 \Pi} + \overline{\Pi P_2}$ – активная линия зацепления.

Каждый из отрезков $\overline{P \Pi}$ является меньшим по модулю корнем квадратного уравнения

$$\begin{aligned} &(\overline{P \Pi})^2 (\cos^2 \beta_{b(r,l)} - \sin^2 \beta_{b(r,l)} \operatorname{tg}^2 \delta) + \\ &+ 2(\overline{P \Pi}) \times (0,5d \sin \alpha_{t(r,l)} \cos \beta_{b(r,l)} \mp \\ &\mp 0,5d_a \sin \beta_{b(r,l)} \operatorname{tg} \delta) - \frac{d_a^2 - d^2}{4} = 0, \end{aligned} \quad (35)$$

верхний знак относится к правой стороне зуба.

Ширина зубчатого венца b должна удовлетворять условиям

$$b > 2b' \text{ и } b > 2b'',$$

где

$$b' = (\overline{P_1 \Pi})_{r,l} \sin \beta_{b(r,l)};$$

$$b'' = (\overline{P_2 \Pi})_{r,l} \sin \beta_{b(r,l)}.$$

Гиперболоидная передача из ЭКК по отношению к винтовой передаче, составленной из цилиндрических зубчатых колес, обладает следующими преимуществами:

- повышенная нагрузочная способности и плавность работы передачи;
- возможность формирования передачи при малом межосевом расстоянии (минимальное расстояние ограничено лишь диаметрами валов колес);
- существенное уменьшение размеров привода;
- возможность регулировки зазоров зацеплений путем смещения колес в осевом направлении;
- при малых межосевых углах в гиперболоидной передаче одно из колес может быть цилиндрическим.

Конические передачи

Если в гиперболоидной передаче с ЭКК (см. рис. 3) обеспечивается такое взаимное расположение начальных конусов, при котором их образующие, лежащие в начальной плоскости передачи, совпадают между собой, то гиперболоидная передача вырождается в коническую передачу. Условием образования конической передачи являются равенства

$$\beta_1 = -\beta_2; \quad \delta_1 + \delta_2 = \Sigma.$$

При этом возможно формирование передачи из двух косозубых ЭКК (рис. 5, а), либо из двух прямозубых ЭКК (рис. 5, б). Углы начальных конусов δ_1 и δ_2 в передаче могут отличаться от углов аксоидов.

Расположение колес конической передачи показано на рисунке 6. Поскольку коническая передача с ЭКК является частным случаем ги-

перболоидной передачи, то основные математические зависимости для гиперболоидных передач остаются справедливы и для конических.

Угол δ_1 можно принять $\delta_1 = \delta_2 = 0,5\Sigma$. При углах Σ меньше 15° один из углов δ можно

принять равным 0, то есть выполнить передачу цилиндро-конической (рис. 6, *b*). Угол β обычно выбирается в пределах $0...30^\circ$. При $\beta = 0$ передача менее чувствительна к погрешностям межосевого угла и осевого расположения колес.

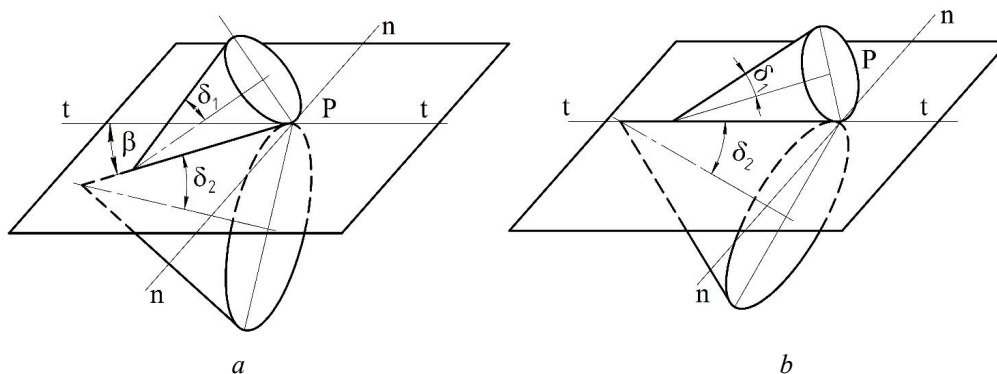


Рис. 5. Схемы формирования конических передач из ЭКК: *a* – косозубых; *b* – прямозубых

Fig. 5. Schemes for forming bevel gears from IBG: *a* - helical; *b* - spur

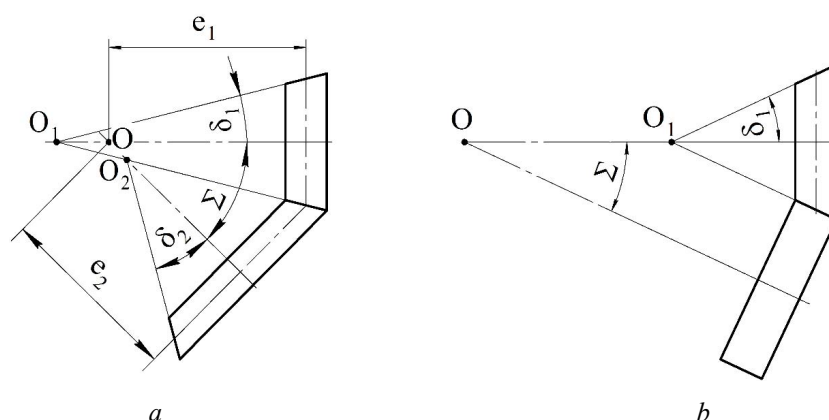


Рис. 6. Конические зубчатые передачи из ЭКК: *a* – из двух ЭКК; *b* – из ЭКК и цилиндрического колеса

Fig. 6. Bevel gears from IBG: *a* - from two IBG; *b* - from IBG and spur wheel

Расстояние от начальных сечений колес до точки пересечения осей

$$e_{1,2} = \frac{d_{1,2}}{2 \operatorname{tg} \delta_{\text{акс}}}, \quad (36)$$

где углы аксоидных конусов определяются как для обычных прямозубых конических передач:

$$\operatorname{tg} \delta_{\text{акс1}} = \frac{\sin \Sigma}{z_2/z_1 + \cos \Sigma}; \quad \delta_{\text{акс2}} = \Sigma - \delta_{\text{акс1}}. \quad (37)$$

Конические передачи, составленные из ЭКК или из ЭКК и цилиндрического колеса, имеют локализованный контакт зубьев, причем степень локализации тем больше, чем больше межосевой угол, поэтому их целесообразно применять при малых межосевых углах ($0 < \Sigma < 30^\circ$), ко-

гда изготовление обычных конических колес из-за большого конусного расстояния затруднено. Передачи малочувствительны к погрешностям межосевого угла и осевого расположения колес. При больших числах зубьев и малой ширине колес (в кинематических передачах) не исключается использование ЭКК при больших межосевых углах.

Основные преимущества конических передач с ЭКК:

- возможность формирования передач с малыми межосевыми углами, когда изготовление обычных конических колес затруднено из-за большого конусного расстояния;
- малая чувствительность к погрешностям межосевого угла и осевого расположения колес;
- высокая точность изготовления (как у обычных цилиндрических передач).

Цилиндрические передачи

Передачи между параллельными осями (цилиндрические) (рис. 7) могут быть составлены из двух ЭКК, имеющих одинаковые углы конусности δ и равные, но противоположные по знаку углы наклона линии зуба рейки β . Колеса в передаче устанавливаются вершинами конусов навстречу друг другу. Применение ЭКК в цилиндрических передачах позволяет повысить плавность работы (за счет увеличения коэффициента перекрытия), что положительно сказывается на нагрузочной способности передач. Даже в цилиндрической передаче с прямозубыми ЭКК при использовании стандартного исходного контура рейки можно легко достичь коэффициента перекрытия больше двух.

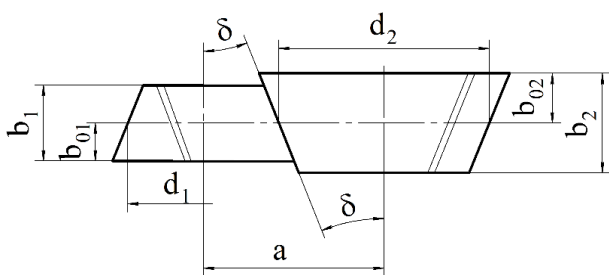


Рис. 7. Цилиндрическая передача из ЭКК

Fig. 7. The spur gear from IBG

При использовании так называемых прямозубо-косозубых ЭКК повышение плавности достигается без появления осевых нагрузок, присущих передачам с косозубыми цилиндрическими колесами. При определенном сочетании углов конусности и наклона линии зубьев колес на базе цилиндрической передачи можно сформировать механизм свободного хода. В этом случае передача будет передавать вращение только в одном направлении.

Одним из важных положительных качеств цилиндрических передач из ЭКК является возможность за счет взаимного осевого сдвига колес регулировать межосевое расстояние (при постоянном боковом зазоре или беззазорном зацеплении), а также регулировать величину бокового зазора при постоянном межосевом расстоянии. Это позволяет использовать такие передачи в качестве безлюфтовых.

Преимущества цилиндрических передач с ЭКК по сравнению с передачами из цилиндрических колес:

- высокая нагрузочная способность;
- высокий коэффициент перекрытия, плавность работы передачи;
- возможность регулировки бокового зазора в зацеплении либо изменения межосевого расстояния;
- возможность получения передачи с осевой силой, равной нулю (при условии $\sin \beta = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \delta$);
- возможность получения передачи одностороннего действия (при условии $\sin \beta > \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \delta$).

Алгоритм проектирования передач

Для ускорения процесса проектирования передач и достижения рациональных геометрических параметров [15, 16] на основании представленных в работе зависимостей разработан алгоритм проектирования зубчатых передач с ЭКК при любом расположении осей колес в пространстве (рис. 8).

Предложенный алгоритм проектирования зубчатых передач с ЭКК в основном предназначен для определения габаритов передач, необходимых для построения 3D-моделей [17–20]. Он не ставит задачи оптимизации по какому-либо показателю качества зацепления. Алгоритм дает лишь оценку коэффициента перекрытия и степени локализации пятна контакта в зацеплениях зубьев, что позволяет переходить к оценке контактной прочности передач.

В качестве примера в таблице приведены основные геометрические параметры передач с ЭКК при произвольном расположении осей колес в пространстве, рассчитанные по приведенному алгоритму.

Результаты расчета передач

Результаты расчета передач представлены в таблице.

Из таблицы следует:

1. На скрещивающихся осях наилучшим показателем по коэффициенту перекрытия обладает передача из ЭКК при работе левыми сторонами зубьев.
2. На параллельных осях передачи из ЭКК как с прямозубыми, так и с косозубыми колесами имеют большие значения коэффициентов перекрытия, чем из цилиндрических колес.

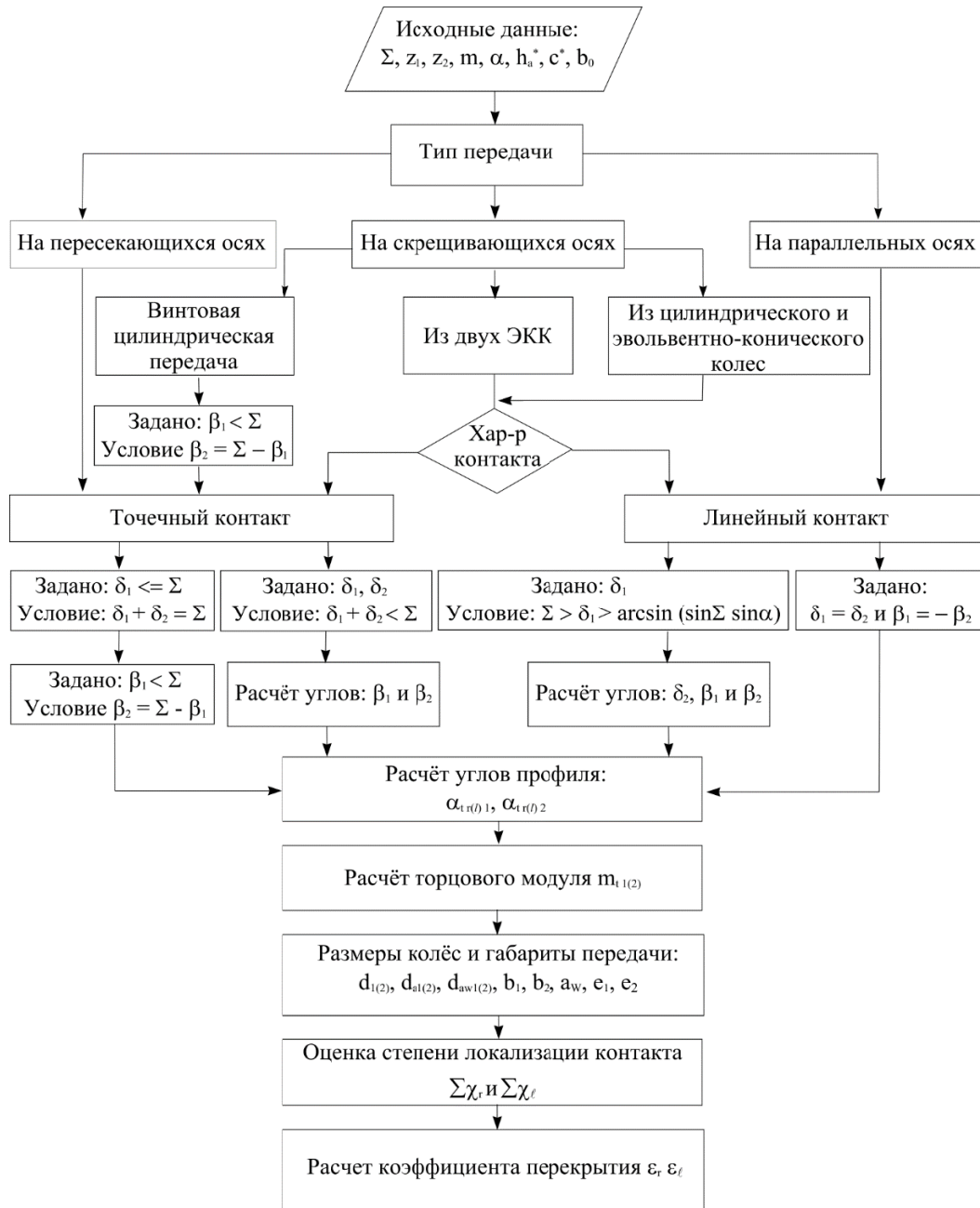


Рис. 8. Алгоритм проектирования зубчатых передач из ЭКК

Fig. 8. The gear design algorithm from IBG

Результаты расчета передач

Gear calculation results

Параметр	Передача на скрещивающихся осях, $\Sigma = 20^\circ$			Передача на пересекающихся осях, $\Sigma = 20^\circ$	Передача на параллельных осях			
	Из ЭКК		из цилиндрических колес (винтовая)		Из ЭКК		Из цилиндрических колес	
	Локализованный контакт	Линейный контакт			$\beta = 8^\circ$	$\beta = 0^\circ$	$\beta = 8^\circ$	$\beta = 0^\circ$
$\delta_1, ^\circ$	6	3,404	0	8	6	6	0	0
$\delta_2, ^\circ$	9	3,404	0	12	-6	-6	0	0
$\beta_1, ^\circ$	6,636	9,405	10	8	8	0	8	0
$\beta_2, ^\circ$	6,636	9,405	10	-8	-8	0	-8	0
$d_1, \text{мм}$	40,27	40,32 + 54	40,62	40,39	40,39	40	40,39	40
$d_2, \text{мм}$	60,4	60,81	60,93	60,59	60,59	60	60,59	60

Окончание табл.

Table (continued)

Параметр	Передача на скрещивающихся осях, $\Sigma = 20^\circ$			Передача на пересекающихся осях, $\Sigma = 20^\circ$	Передача на параллельных осях			
	Из ЭКК		из цилиндрических колес (винтовая)		Из ЭКК		Из цилиндрических колес	
	Локализованный контакт	Линейный контакт			$\beta = 8^\circ$	$\beta = 0^\circ$	$\beta = 8^\circ$	$\beta = 0^\circ$
a_{w2} , мм	33,51	47,7	50,77	0	50,49	50	50,49	50
e_1 , мм	107,2	48,77	0	144,07	–	–	–	–
e_2 , мм	105,9	48,18	0	142,88	–	–	–	–
d_{a1} , мм	44,29	44,55	44,61	44,41	44,41	44,022	44,41	44
d_{a2} , мм	64,45	64,82	64,93	64,64	64,61	64,022	64,64	64
$\Sigma\chi_{r2}$, °	18,62	12,89	6,88	19,02	0	0	0	0
$\Sigma\chi_{l2}$, °	9,68	0	–6,88	18,90	0	0	0	0
ε_r	1,6	1,6	1,61	1,65	2,31	2,04	1,61	1,605
ε_l	1,65	2,02	1,61	1,62	2,56	2,04	1,61	1,605
Исходные данные: $z_1 = 20, z_2 = 30, m = 2, \alpha = 20^\circ, \alpha_w = 20^\circ, h_a^* = 1, c^* = 0,25, b_1 = b_2 = 15$ мм, $\beta_1 = \beta_2$								

Конические передачи, составленные из ЭКК или из ЭКК и цилиндрического колеса, имеют локализованный контакт зубьев, причем степень локализации тем больше, чем больше межосевой угол, поэтому их наиболее целесообразно применять при малых межосевых углах, когда изготовление обычных конических колес из-за большого конусного расстояния затруднено. Передачи малочувствительны к погрешностям межосевого угла и осевого расположения колес. Применение конических передач внутреннего зацепления с модифицированным профилем зубьев в планетарных передачах позволяет получить передачи альтернативные волновым передачам по нагрузочным и кинематическим характеристикам, но существенно большим ресурсом работы [21]. Такие передачи нашли применение в приводах космической техники.

Выводы

Из ЭКК и их сочетаний с цилиндрическими колесами можно сформировать передачи для любого взаимного расположения колес в пространстве, выполнять механизмы, неосуществимые при использовании цилиндрических и обычных конических колес.

В передачах между скрещивающимися осями – гиперболоидных – применение ЭКК позволяет уменьшить чувствительность передачи к погрешностям межосевого расстояния. Путем изменения геометрических параметров колес в передаче с ЭКК можно регулировать степень локализации контактов зубьев, уменьшая ее вплоть до линейного контакта. Это позволяет получить в передаче с ЭКК существенно большую нагрузочную способность по сравнению с винтовой передачей, составленной из цилиндрических колес. Кроме того, произвольное рас-

положение колес относительно линии кратчайшего межосевого расстояния позволяет получать компактные приводы при сколь угодно малом межосевом расстоянии. Эти преимущества позволили успешно использовать такие передачи в судовых приводах.

Применение ЭКК в цилиндрических передачах позволяет за счет увеличения коэффициента перекрытия повысить плавность работы. Одним из важных положительных качеств цилиндрических передач из ЭКК является возможность за счет взаимного осевого сдвига колес регулировать межосевое расстояние, а также регулировать величину бокового зазора при постоянном межосевом расстоянии. При определенном сочетании углов конусности колес и наклона зубьев можно получить передачу одностороннего вращения – механизм свободного хода.

Несмотря на указанные выше достоинства передач с ЭКК, широкое их применение сдерживается высокими квалификационными требованиями к проектировщику, многовариантностью решений и, как следствие, высокой трудоемкостью проектирования передач. В связи с этим представленный в статье универсальный алгоритм геометрического расчета передач из ЭКК будет способствовать более широкому их применению в современных зубчатых механизмах.

Библиографические ссылки

1. *Kapelevich A.L.* (2018) Asymmetric Gearing [Electronic resource]. Available at: <https://doi.org/10.1201/b224411> (accessed: 19.06.2024).
2. *Starzhinsky V.E.* (2022) Development of Terminology for Gearing: IFToMM Notions, Reference-Dictionary Book, Tooth Failure. Mechanism and Machine Science, Springer, Cham, vol. 109, pp. 77-82.

3. Гавриленко В. А. Основы теории эвольвентных зубчатых передач. 2-е изд., перераб. М. : Машиностроение, 1969. 431 с.
4. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач / под ред. И. А. Болотовского. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Машиностроение, 1986. 448 с.
5. Litvin F.L. (2004) A Fuentes Gear Geometry and Applied Theory. Cambridge University Press, Cambridge, 818 p. [Electronic resource]. Available at: <http://uigearlab.com/wp-content/uploads/gear-geometry-and-applied-theory.pdf> (accessed: 19.06.2024).
6. Лопатин Б. А., Цуканов О. Н. Цилиндрические зубчатые передачи : монография. Челябинск : Изд-во ЮУрГУ, 2005. 200 с.
7. Khaustov S.A., Lopatin B.A., Plotnikova S.V. (2015) Involute helical-bevel gearing: International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2015, pp. 891-895.
8. Лопатин Б. А., Цуканов О. Н., Плотникова С. В. Цилиндрические зубчатые зацепления в приводах машин // Вестник машиностроения. 2003. № 8. С. 7–9.
9. Цуканов О. Н., Лопатин Д. Б., Полуэктов Е. А. Электромеханический привод для механизмов углового поворота объектов космической техники // Вестник машиностроения. 2009. № 2. С. 14–16.
10. Еремин В. П., Еремин Н. В., Кириллин А. Н. Создание электромеханических приводов нового поколения трансформированных космических систем. Самара : Поволжское отделение академии технических наук РФ, ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс», 2011. 563 с.
11. Trubachev E.S. (2020) On Possibility of Cutting Bevel Gearwheels by Hobs, New approaches to gear design and production. Springer International Publishing AG Switzerland, V. Goldfarb, E. Trubachev, N. Barmina (eds.), vol. 81, pp. 273-294.
12. Algin V.B., Kananovich M.A., Paddubka S.M., Sarachan U.M., Shil'ko S.V., Starzhinsky V.E. (2022) Uncertainties in Modeling the Lifetime and Functional properties of Gear Trains and Transmissions and Ways to Reduce Them: Gears in Design, Production and Education, A Tribute to Professor Veniamin Goldfarb, Natalya Barmina, Evgenii Trubachev (eds.). Mechanism and Machine Science, Springer, Cham, vol. 101, pp. 305-324.
13. Лопатин Б. А., Плотникова С. В., Дерябин И. П. Формирование зубчатых передач из эвольвентно-конических колес // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Машиностроение. 2020. Т. 20, № 1. С. 15–21.
14. Lopatin B.A., Plotnikova S.V. (2017) Helical-Bevel Gearing with Small Wheel Axles Angles: International Conferenceon Industrial Engineering, ICIE 2017, pp. 1189-1194.
15. Трубачев Е. С., Колчин С. Д. Аспекты конструкторско-технологической подготовки производства плоскоколесной зубчатой передачи приводной головки // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2019. Т. 22, № 2. С. 11–21. DOI: 10.22213/2413-1172-2019-2-11-21
16. Волков А. Э., Лагутин С. А., Бирюков С. С. Программный комплекс для расчета прямозубых конических передач с локализованным контактом // Интеллектуальные системы в производстве. 2020. Т. 18, № 3. С. 77–84. DOI: 10.22213/2410-9304-2020-3-77-84
17. Bruzhas V.V., Lopatin B.A. (2015) Development Of Solid-State Models For The Gears Of Different Geometry. Procedia Engineering, no 129, pp. 369-373.
18. Бружас В. В., Лопатин Б. А., Плотникова С. В. Разработка твердотельных моделей эвольвентно-конических зубчатых колес // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2017. Т. 20, № 2. С. 15–18. DOI: 10.22213/2413-1172-2017-2-15-18
19. Bruzhas V.V., Plotnikova S.V., Lopatin B.A. (2021) Solid Modeling of Involute Bevel Gears: Lecture Notes in Mechanical Engineering, pp. 66-74.
20. Федоров В. А., Смирнов П. Н. Использование параметрических уравнений эвольвенты для построения профиля внешнего зацепления // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2019. Т. 1. С. 359–361.
21. Poluektov E.A., Lopatin B.A., Plotnikova S.V. (2020) Working Surface Calculation of Teeth Bevel Gear Helical-Bevel Gearing at Milling with Hob: Lecture Notes in Mechanical Engineering, pp. 9-16.

References

1. Kapelevich A.L. (2018) Asymmetric Gearing [Electronic resource]. Available at: <https://doi.org/10.1201/b224411> (accessed: 19.06.2024).
2. Starzhinsky V.E. (2022) Development of Terminology for Gearing: IFToMM Notions, Reference-Dictionary Book, Tooth Failure. Mechanism and Machine Science, Springer, Cham, vol. 109, pp. 77-82.
3. Gavrilenko V.A. (1969) *Osnovy teorii jevol'ventnyh zubchatyh peredach* [Fundamentals of the theory of involute gear transmissions]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1969, 431 p. (in Russ.).
4. Bolotovskiy I.A. (1986) *Spravochnik po geometricheskomu raschetu evol'ventnyh zubchatyh i chervyachnyh peredach* [Handbook of geometric calculation of involute gears and worm gears]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1986, 448 p. (in Russ.).
5. Litvin F.L. (2004) A Fuentes Gear Geometry and Applied Theory. Cambridge University Press, Cambridge, 818 p. [Electronic resource]. Available at: <http://uigearlab.com/wp-content/uploads/gear-geometry-and-applied-theory.pdf> (accessed: 19.06.2024).
6. Lopatin B.A., Tsukanov O.N. (2005) *Cilindricheskie zubchatye peredachi* [Helical-Bevel Gearings]. Chelyabinsk: YuUrGU Publ., 200 p. (in Russ.).
7. Khaustov S.A., Lopatin B.A., Plotnikova S.V. (2015) Involute helical-bevel gearing: International Conferenceon Industrial Engineering, ICIE 2015, pp. 891-895.
8. Lopatin B.A., Tsukanov O.N., Plotnikova S.V. (2003) [Cylindrical-bevel gear engagements in machine drives]. *Vestnik mashinostroenija*, no. 8, pp. 7-9 (in Russ.).

9. Tsukanov O.N., Lopatin D.B., Poluektov E.A. (2009) [Electromechanical drive for angular rotation mechanisms of space technology objects]. *Vestnik mashinostroeniya*, no. 2, pp. 14-16 (in Russ.).
10. Eremin V.P., Eremin N.V., Kirillin A.N. (2011) *Sozdanie elektromekhanicheskikh privodov novogo pokoleniya transformirovannykh kosmicheskikh sistem* [Creation of electromechanical drives of a new generation of transformed space systems]. Samara, Volga branch of the Academy of Technical Sciences of the Russian Federation, CSKB-Progress, 563 p. (in Russ.).
11. Trubachev E.S. (2020) On Possibility of Cutting Bevel Gearwheels by Hobs, New approaches to gear design and production. Springer International Publishing AG Switzerland, V. Goldfarb, E. Trubachev, N. Barmina (eds.), vol. 81, pp. 273-294.
12. Algin V.B., Kananovich M.A., Paddubka S.M., Sarachan U.M., Shil'ko S.V., Starzhinsky V.E. (2022) Uncertainties in Modeling the Lifetime and Functional properties of Gear Trains and Transmissions and Ways to Reduce Them: Gears in Design, Production and Education, A Tribute to Professor Veniamin Goldfarb, Natalya Barmina, Evgenii Trubachev (eds.). Mechanism and Machine Science, Springer, Cham, vol. 101, pp. 305-324.
13. Lopatin B.A., Plotnikova S.V., Deryabin I.P. (2020) [Formation of gear transmissions from involute bevel gears]. *Vestnik Juzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Mashinostroenie*, vol. 20, no. 1, pp. 15-21 (in Russ.).
14. Lopatin B.A., Plotnikova S.V. (2017) Helical-Bevel Gearing with Small Wheel Axles Angles: International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2017, pp. 1189-1194.
15. Trubachev E.S., Kolchin S.D. (2019) [Aspects of design and technological preparation for the production of a flat-wheel gear transmission of a drive head]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, vol. 22, no. 2, pp. 11-21 (in Russ.). DOI: 10.22213/2413-1172-2019-2-11-21
16. Volkov A.E., Lagutin S.A., Biryukov S.S. (2020) [Software package for calculating spur bevel gears with localized contact]. *Intellectual'nye sistemy v proizvodstve*, vol. 18, no. 3, pp. 77-84 (in Russ.). DOI: 10.22213/2410-9304-2020-3-77-84
17. Bruzhas V.V., Lopatin B.A. (2015) Development Of Solid-State Models For The Gears Of Different Geometry. *Procedia Engineering*, no 129, pp. 369-373.
18. Bruzhas V.V., Lopatin B.A., Plotnikova S.V. (2017) [Development of solid models of involute bevel gears]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, vol. 20, no. 2, pp. 15-18 (in Russ.). DOI: 10.22213/2413-1172-2017-2-15-18
19. Bruzhas V.V., Plotnikova S.V., Lopatin B.A. (2021) Solid Modeling of Involute Bevel Gears: Lecture Notes in Mechanical Engineering, pp. 66-74.
20. Fedorov V.A., Smirnov P.N. (2019) [Using parametric equations of the involute to construct the profile of external gearing]. *Aktual'nye problem aviatsii i kosmonavтики*, vol. 1, pp. 359-361 (in Russ.).
21. Poluektov E.A., Lopatin B.A., Plotnikova S.V. (2020) Working Surface Calculation of Teeth Bevel Gear Helical-Bevel Gearing at Milling with Hob: Lecture Notes in Mechanical Engineering, pp. 9-16.

Design of Gearing from Involute-Bevel Gears

B.A. Lopatin, DSc in Engineering, Professor, South Ural State University, Zlatoust, Russia

S.V. Plotnikova, PhD in Engineering, Associate Professor, South Ural State University, Zlatoust, Russia

D.B. Lopatin, PhD in Engineering, Associate Professor, South Ural State University, Zlatoust, Russia

The article presents formulas for determining the dimensions of involute-bevel gears and the gearings composed of them. It examines the most general cases of gearings formation, consisting of two involute-bevel gears with crossing axes (hyperboloid gearings), with intersecting axes (bevel gearings), and with parallel axes (cylindrical gearings). Gearings composed of involute-bevel gears have design, technological, and operational advantages compared to gearings composed of conventional cylindrical and bevel gears.

The use of involute-bevel gearings with crossing axes allows for achieving the required contact character of the teeth from localized contact to linear contact, reducing sensitivity to manufacturing and assembly errors, and increasing the load capacity of the gearing compared to helical gearings from cylindrical gears. Bevel gearings with involute-bevel gears allow for the creation of gearings with any desired small shaft angles, which is difficult to achieve with conventional bevel gears. The use of internal meshing bevel gearings with modified tooth profiles in planetary reducers allows for gearings comparable to harmonic drives in terms of power and kinematic characteristics, but with a higher operational life. The use of involute-bevel gears in cylindrical gearings improves the smoothness of the mechanism and allows for adjusting the center distance and backlash in the meshing, making them suitable for backlash-free drives. By combining the taper angles of the gears and the inclination of the teeth, it is possible to create a one-way rotation mechanism - a freewheel mechanism.

Modern CAD systems do not take into account the geometry features of gearings composed of involute-bevel gears, which limits their application in technology. The article proposes an algorithm for calculating the main geometric parameters of gearings composed of involute-bevel gears with arbitrary axis placement in space. Examples of geometric calculations of various types of gearings based on the proposed algorithm are provided.

Keywords: involute-bevel gear, gearing, machine drives.

Получено 09.06.2024

Образец цитирования

Лопатин Б. А., Плотникова С. В., Лопатин Д. Б.
Проектирование зубчатых передач из эвольвентно-
конических колес // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Ка-
лашникова. 2024. Т. 27, № 3. С. 49–61. DOI:
10.22213/2413-1172-2024-3-49-61

For Citation

Lopatin B.A., Plotnikova S.V., Lopatin D.B. (2024)
[Design of Gearings from Involute-Bevel Gears]. *Vest-
nik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, 2024, vol. 27,
no. 3, pp. 49-61 (in Russ.). DOI: 10.22213/2413-1172-
2024-3-49-61