

УДК 621.833-192:519.6

DOI: 10.22213/2413-1172-2025-1-4-14

**Компьютерный анализ изгибной прочности  
прямых и бочкообразных зубьев в условиях перекоса****К. В. Сызранцева**, доктор технических наук, доцент, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия**И. С. Сердюк**, аспирант, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия**Д. А. Трубкин**, аспирант, Тюменский индустриальный университет, Тюмень, Россия

*В статье представлены результаты компьютерного моделирования для исследования характера распределения изгибных напряжений в основании прямых и бочкообразных зубьев цилиндрических передач в условиях перекоса осей колес. Известно, что наибольшее влияние на нагрузочную способность и долговечность цилиндрических передач оказывает неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий, связанная с перекосом поверхностей зубьев в зацеплении, приводящая к сокращению длины площадки контакта и возникновению кромочного контакта зубьев. Результатом этого является кратное снижение ресурса передачи по контактной или изгибной прочности. Повысить долговечность цилиндрических передач при работе их в условиях перекосов осей колес позволяют прямозубые передачи с продольной (бочкообразной) модификацией зубьев. Проведен сопоставительный конечно-элементный анализ напряженно-деформированного состояния прямого и бочкообразного зуба при их нагружении погонной нагрузкой в вершине зуба при варьировании угла перекоса в пределах 0...8 минут. Компьютерное моделирование выполнялось в ANSYS Mechanical APDL. Законы распределения погонной нагрузки по продольной координате зуба были получены аналитическим методом для различных углов перекоса на основе решения объемной контактной задачи с учетом собственных и контактных деформаций зубьев, а также краевых эффектов. В результате компьютерного моделирования получены картины распределения растягивающих напряжений в основании зуба и установлено снижение напряжений на 15 % с помощью бочкообразной модификации. Предложенный метод прочностного расчета позволяет еще на этапе синтеза передачи обосновать выбор бочкообразной продольной модификации зубьев, обеспечивающий снижение изгибных напряжений в передаче при ее работе в условиях перекоса заданной степени.*

**Ключевые слова:** цилиндрическая зубчатая передача, бочкообразная модификация зуба, угол перекоса, изгибные напряжения, эпюры распределения напряжений, компьютерное моделирование, ANSYS Mechanical APDL.

**Введение**

**В** силовых приводах энергонасыщенных машин (бортовые редукторы тракторов, локомотивов, верхние приводы буровых установок, коробки передач транспортных и грузоподъемных машин) самыми распространенными зубчатыми механизмами являются цилиндрические передачи с прямыми зубьями. Именно работоспособность этих передач обеспечивает надежность силовых приводов в целом [1, 2]. Известно, что наибольшее влияние на нагрузочную способность цилиндрических передач и, как следствие, на их долговечность оказывает неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий, связанная, в первую очередь, с перекосом поверхностей зубьев в зацеплении [3–5], приводящим к со-

кращению длины площадки контакта и возникновению кромочного контакта зубьев. В общем случае угол перекоса зубьев представляет собой композицию двух случайных величин: технологического и силового углов перекоса. Технологический угол перекоса определяется погрешностями изготовления зубчатых колес и отклонениями от их номинальных положений при сборке в составе привода (редуктора). Используемые в настоящее время процессы изготовления зубчатых колес на станках с ЧПУ, применяемые инструменты и средства контроля позволяют технологический угол перекоса свести к минимуму, при котором обеспечивается практически равномерное распределение напряжений по длине площадки контакта. Силовой угол перекоса является следствием деформаций де-

талей привода, в том числе и зубьев колес, под действием внешних, в общем случае переменных, случайных нагрузок. Для приводов энергонасыщенных машин, удельная нагруженность которых постоянно повышается, величина силового угла перекоса может в несколько раз превышать угол перекоса технологический [6]. Эксплуатация цилиндрических прямозубых передач в условиях перекоса зубьев колес связана с высокой концентрацией как контактных напряжений, так и действующих в основании зубьев напряжений, результатом которой является кратное снижение ресурса передачи по контактной или изгибной прочности.

Повысить долговечность цилиндрических передач при работе их в условиях перекосов осей колес позволяют прямозубые передачи с продольной (бочкообразной) модификацией зубьев. В этих передачах уменьшение максимальной величины нагрузки достигается за счет увеличения ее среднего значения [7, 8]. Для сопоставительной оценки работоспособности зубчатой передачи с прямыми и бочкообразными зубьями при наличии угла перекоса необходимо знать как функцию распределения напряжений по площадке контакта, так и соответствующий ей закон изменения возникающих в основании зубьев напряжений. Основой разработанных методик определения контактной прочности цилиндрических прямозубых передач является решение Герца, полученное в рамках теории упругости, для случая контакта цилиндров неограниченной длины с введением уточняющих коэффициентов концентрации нагрузки [9]. Упрощающие допущения классических решений контактной задачи не позволяют учесть конечные размеры и форму зуба, и, как следствие этого, на результатах расчетов сказываются неучтенные изгибно-сдвиговые деформации зубьев и повышенная податливость краев зуба [10, 11]. Для современных передач, удельная нагруженность которых постоянно увеличивается, такие модели теории упругости являются весьма упрощенными и не позволяют реализовать процедуры синтеза геометрии передач с учетом особенностей зацепления прямых и бочкообразных зубьев при случайном характере внешней нагрузки.

В монографии «Цилиндрические передачи с арочными зубьями: геометрия, прочность, надежность» для расчета напряжений в зацеплении зубьев колес цилиндрических передач с локализованным контактом разработана математическая модель, в основе которой решается объемная контактная задача с учетом собствен-

ных и контактных деформаций зубьев, краевых эффектов при «выходе» площадки контакта на один или оба торца зуба. Использование данной модели позволяет определить для различных фаз зацепления прямых и бочкообразных зубьев при наличии угла их перекоса размеры и положение площадки контакта, а также закон распределения на ней погонной нагрузки. Вышеотмеченные особенности распределения нагрузки в зацеплении бочкообразных зубьев колес цилиндрических передач в условиях их перекоса изменяют и характер распределения напряжений в основании зубьев, знание которого необходимо для оценки изгибной прочности зубьев закаленных колес.

**Целью** настоящей работы является исследование характера распределения по длине зубьев максимальных напряжений в их основании с учетом размеров и положения площадки контакта в зацеплении прямых и бочкообразных зубьев в условиях их перекоса, а также закона распределения по площадке контакта погонной нагрузки на основе результатов расчета методом конечных элементов напряженно-деформированного состояния прямых и бочкообразных зубьев колес цилиндрических передач.

#### **Компьютерное моделирование нагружения прямого зуба при варьировании угла перекоса**

Для зубчатых колес, поверхность зубьев которых подвергнута термообработке, определяющим фактором является их изгибная прочность, оцениваемая по напряжениям в основании зуба. Проиллюстрируем процесс компьютерного моделирования нагружения прямого зуба нагрузкой, распределенной по всей длине зуба, приложенной в вершине. Моделирование выполнено в конечно-элементном комплексе ANSYS Mechanical APDL [12, 13], поскольку приложить нагрузку, распределенную по узлам в соответствии с некоторым законом, возможно лишь программным способом. Эту задачу можно решить с использованием языка программирования ANSYS Parametric Design Language, предоставляющего расширенные возможности для моделирования [14, 15].

В качестве примера выбрана зубчатая передача бортового редуктора промышленного трактора. Параметры передачи: нормальный модуль 10,5 мм; число зубьев шестерни 12; число зубьев колеса 53; угол профиля исходного производящего контура 20 град; ширина зубчатого венца 100 мм; чтобы избежать подрезания зубьев шестерни, принято весьма существенное смещение: коэффициент смещения при нарезе-

нии шестерни 0,429, при нарезании колеса – 0,357. Материал изготовления: сталь 40XH, закалка ТВЧ. Анализ был подвергнут зуб шестерни при его нагружении в вершине как лимитирующий нагрузочную способность передачи.

Для построения твердотельной трехмерной модели использовался пакет Solidworks, затем полученная геометрическая модель импортировалась в ANSYS Mechanical APDL через формат \*.sat [16].

Дискретизация модели осуществлялась объемным квадратичным элементом типа SOLID187 [17, 18], чтобы обеспечить требуемую точность аппроксимации геометрии в галтели зуба, где ожидалась концентрация напряжений. Для рационального использования объема оперативной памяти при построении матрицы жесткости и расчете методом конечных элементов [19] управление размерами элементов осуществлялось следующим образом. В вершине зуба вдоль всей его длины, а также вдоль линии наибольшей концентрации напряжений в галтели зуба размер элемента был задан в 1 мм. После выполнения нескольких пробных расчетов для оценки качества сетки при варьировании размеров элементов выбор был остановлен именно на величине в 1 мм, поскольку расхождение узловых и элементных результатов составило менее 10 %:

$$\Delta = \frac{ESOL - NSOL}{ESOL} \cdot 100 \% =$$

$$= \frac{324,838 - 308,603}{324,838} = 4,99 \%,$$

следовательно, в соответствии с рекомендациями аналитиков компании ANSYS Inc. данная конечно-элементная сетка может считаться удовлетворительной [20, 21].

В качестве граничных условий была задана жесткая заделка на нижней поверхности зуба, а также приложены силы в узлах в вершине зуба по всей его длине. Для определения величины приложенных сил необходимо было решить еще одну вспомогательную задачу: имитация обкатки зубчатых колес в ANSYS потребовала бы решения нелинейной контактной задачи, время решения которой, а также подбор опций решателя – процесс весьма длительный [22, 23]. Поэтому с целью сокращения времени расчетов авторами было принято решение смоделировать контактное взаимодействие по специальной методике, предложенной в монографии «Цилиндрические передачи с арочными зубьями: геометрия, прочность, надежность». Данная методика и алгоритмы, ее реализующие, позволяют определить параметры площадки контакта, погонную нагрузку и контактные напряжения как для классических прямых зубьев, так и для различных продольных модификаций зубьев: бочкообразных или имеющих круговую форму (арочных) [24].

В результате отработки алгоритма указанной выше монографии в математическом процессоре MathCad получены функциональные зависимости, описывающие погонную нагрузку в зависимости от продольной координаты зуба. Графики этих функций показаны на рисунке 1.

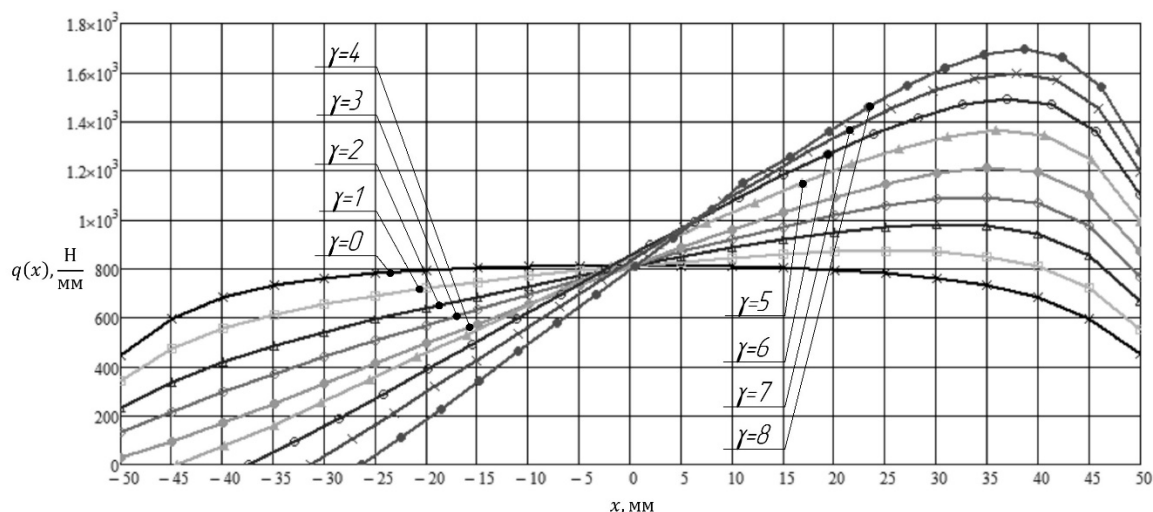


Рис. 1. Эпюры распределения погонной нагрузки по длине прямого зуба при варьировании угла перекоса от 0 до 8 минут

Fig. 1. Diagrams of distribution of line load along the length of a straight tooth with varying the skew angle from 0 to 8 minutes

Далее были подготовлены макросы на языке APDL, с помощью которых было смоделировано нагружение зуба при варьировании угла перекоса от 0 до 8 минут. Конечно-элементная сетка и расчетная схема нагружения прямого зуба без перекоса представлена на рисунке 2, при перекосе 8 минут – на рисунке 3.

После выполнения расчетов становятся доступными команды отрисовки результатов. Так, для иллюстрации изменения податливости зуба в зависимости от величины перекоса на рисунках 4 и 5 показаны картины распределения суммарных перемещений в модели для углов перекоса 0 и 8 минут. Распределение растягивающих напряжений (главных напряжений  $\sigma_1$ ) [25] в основании зуба также существенно изменяется. Оно показано на рисунках 6 и 7 для нагружения без перекоса и при перекосе 8 минут, причем напряжения отрисованы в одной шкале для наглядности.

Рисунок 8 иллюстрирует эпюры распределения напряжений  $\sigma_1$  в основании прямого зуба по его продольной координате в зависимости от величины угла перекоса.

### Компьютерное моделирование нагружения зуба с бочкообразной модификацией при варьировании угла перекоса

Для исследования нагрузочной способности зубьев с продольной модификацией при варьировании угла перекоса было смоделировано нагружение той же самой передачи, но с бочкообразной модификацией зуба (радиус бочкообразного зуба составил 10 000 мм). Расчет погонной нагрузки и размеры площадки контакта были выполнены по аналогичной с предыдущим разделом методике, эпюры распределения погонной нагрузки по продольной координате зуба показаны на рисунке 9.



Рис. 2. Расчетная схема нагружения прямого зуба без перекоса

Fig. 2. Calculation model of straight tooth loading without skew



Рис. 3. Расчетная схема нагружения прямого зуба при перекосе 8 минут

Fig. 3. Calculation model of straight tooth loading at skew in 8 minutes

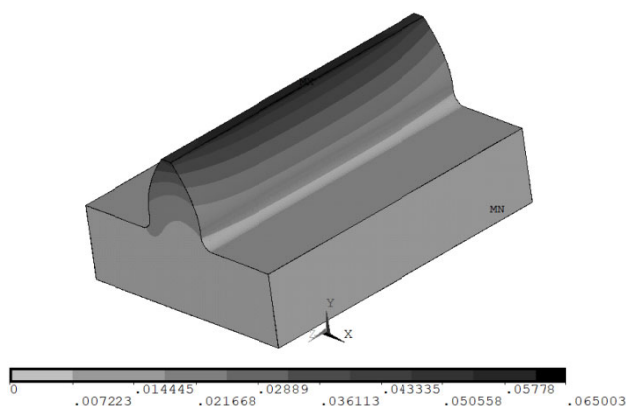


Рис. 4. Распределение суммарных перемещений после нагружения прямого зуба без перекоса

Fig. 4. Distribution of total displacements after straight tooth loading without skew

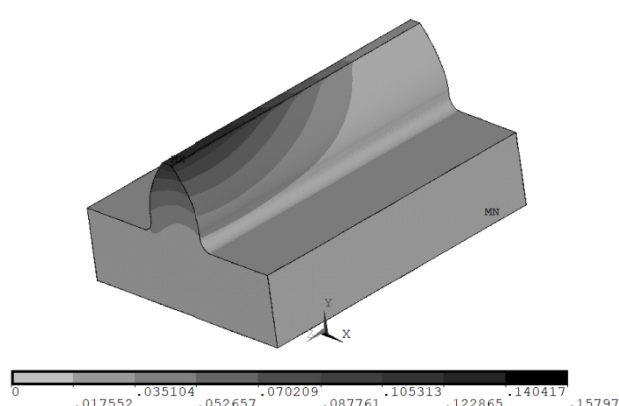


Рис. 5. Распределение суммарных перемещений после нагружения прямого зуба при перекосе 8 минут

Fig. 5. Distribution of total displacements after straight tooth loading with a skew of 8 minutes

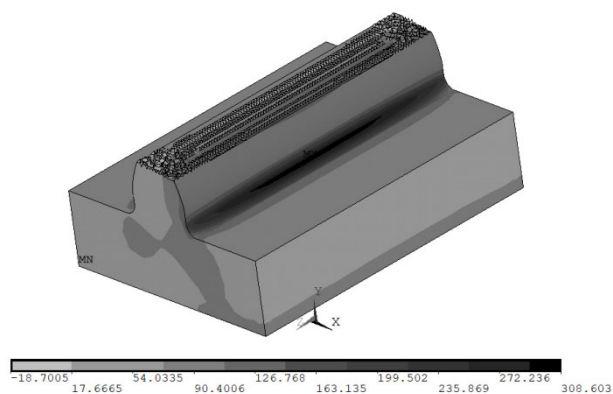


Рис. 6. Распределение главных напряжений  $\sigma_1$  после нагружения прямого зуба без перекося

Fig. 6. Distribution of principal stresses  $\sigma_1$  after straight tooth loading without skew

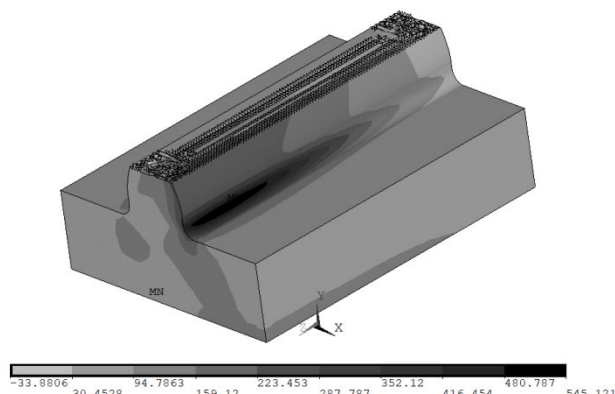


Рис. 7. Распределение главных напряжений  $\sigma_1$  после нагружения прямого зуба при перекосе 8 минут

Fig. 7. Distribution of principal stresses  $\sigma_1$  after straight tooth loading with 8 minute skew

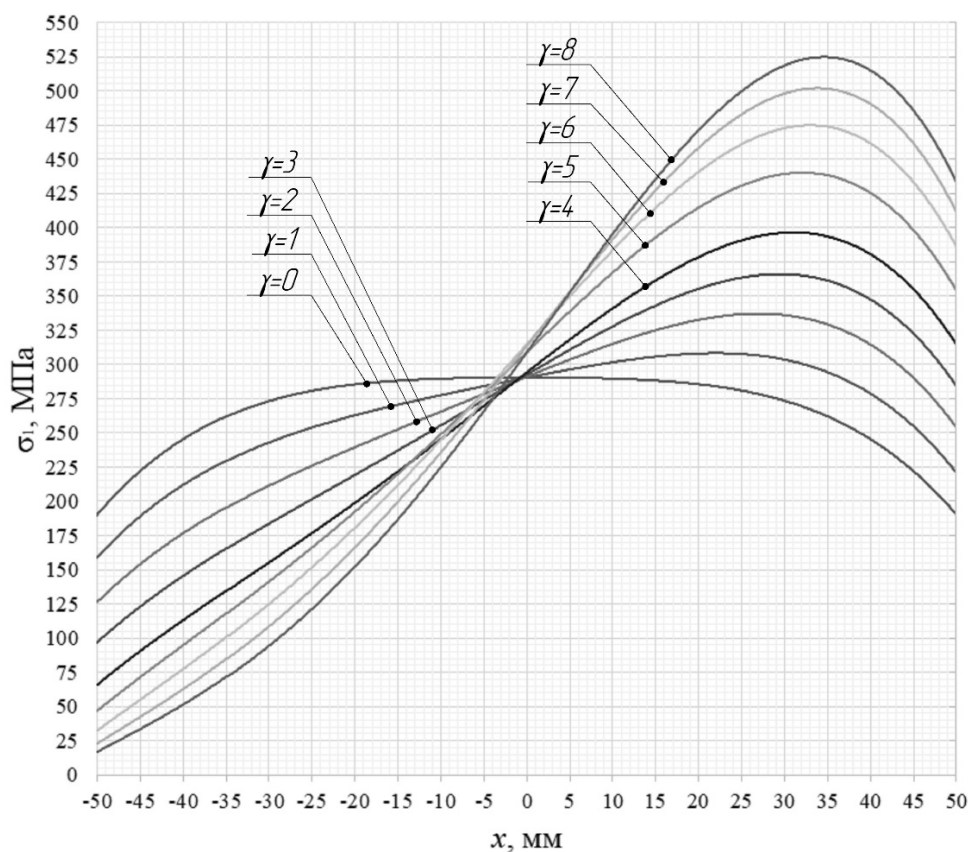


Рис. 8. Эпюры распределения главных напряжений  $\sigma_1$  в основании прямого зуба при варьировании угла перекося от 0 до 8 минут

Fig. 8. Diagrams of the distribution of the principal stresses  $\sigma_1$  in the root of the straight tooth with a varying skew angle from 0 to 8 minutes

Выполненный конечно-элементный анализ по аналогичной первому разделу расчетной схеме позволил получить следующие результаты. На рисунке 10 показана картина распределения суммарных перемещений для бочкообразного зуба без перекося, на рисунке 11 – при перекосе 8 минут. На рисунке 12 представлено

распределение главных напряжений  $\sigma_1$  в основании зуба без перекося, на рисунке 13 – для перекося 8 минут. Рисунок 14 иллюстрирует эпюры распределения напряжений  $\sigma_1$  в основании бочкообразного зуба по его продольной координате в зависимости от величины угла перекося.



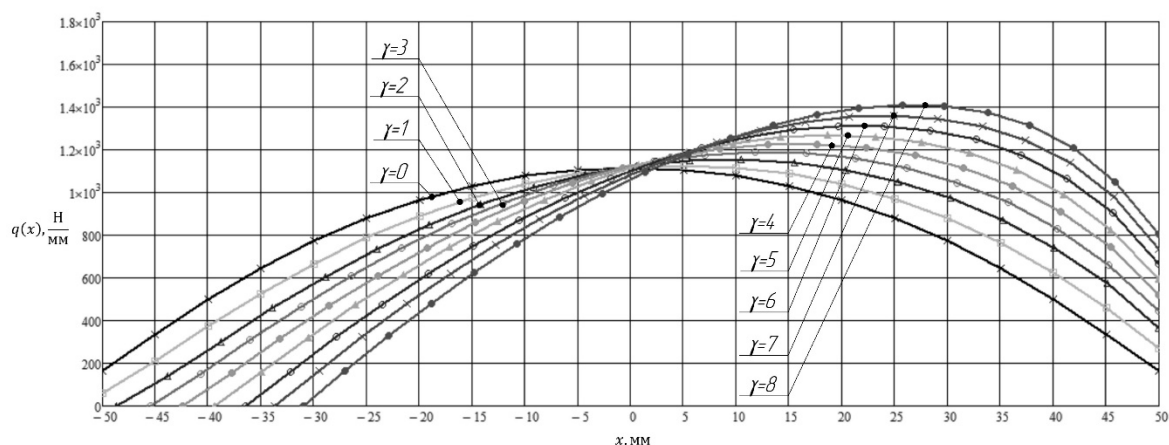


Рис. 9. Эпюры распределения погонной нагрузки по длине бочкообразного зуба при варьировании угла перекоса от 0 до 8 минут

Fig. 9. Diagrams of the distribution of line load along the length of the barrel-shaped tooth with varying the skew angle from 0 to 8 minutes

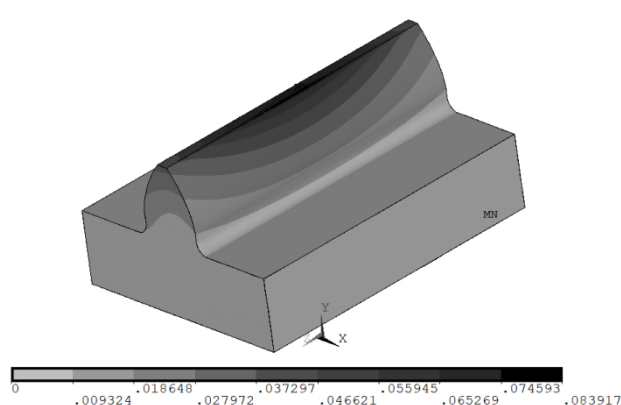


Рис. 10. Распределение суммарных перемещений после нагружении бочкообразного зуба без перекоса

Fig. 10. Distribution of total displacements after loading a barrel-shaped tooth without skew

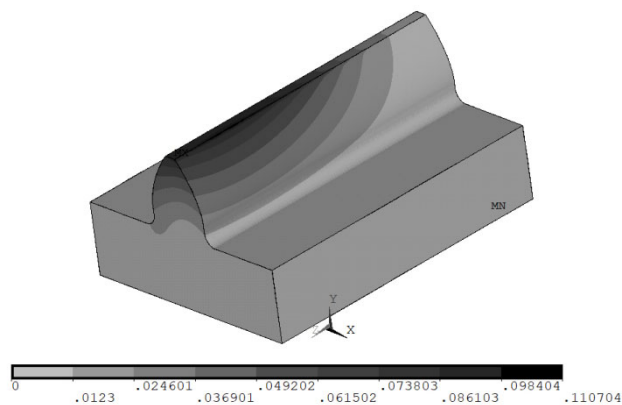


Рис. 11. Распределение суммарных перемещений после нагружении бочкообразного зуба при перекосе 8 минут

Fig. 11. Distribution of total displacements after loading a barrel-shaped tooth with a skew of 8 minutes

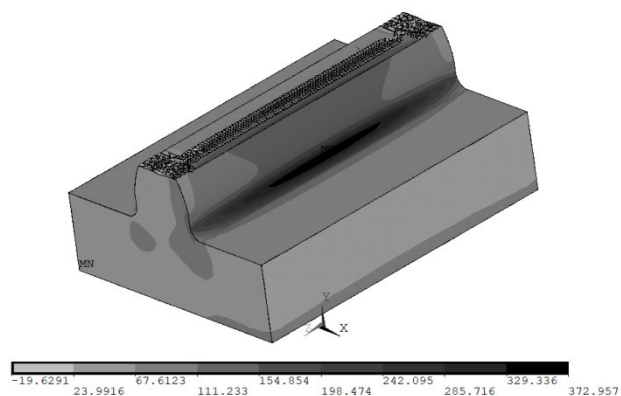


Рис. 12. Распределение главных напряжений  $\sigma_1$  после нагружения бочкообразного зуба без перекоса

Fig. 12. Distribution of principal stresses  $\sigma_1$  after loading of barrel-shaped tooth without skew

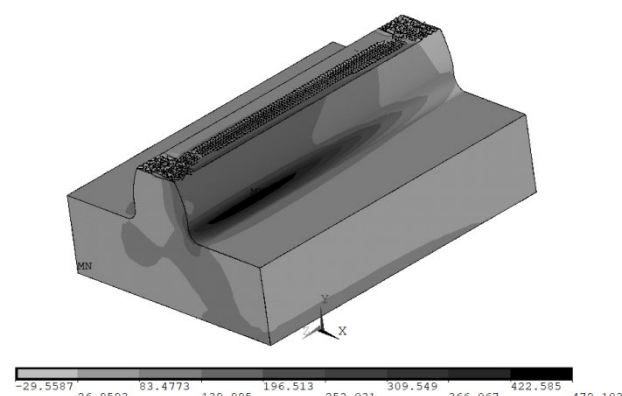


Рис. 13. Распределение главных напряжений  $\sigma_1$  после нагружения бочкообразного зуба при перекосе 8 минут

Fig. 13. Distribution of principal stresses  $\sigma_1$  after barrel-shaped tooth loading with 8-minute skew

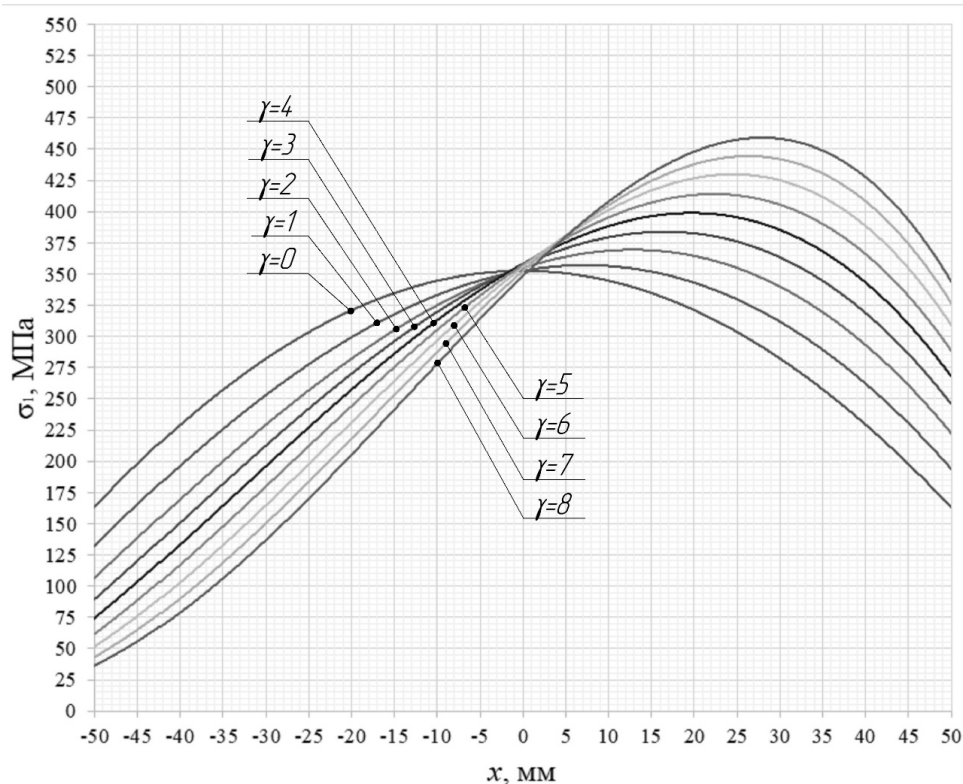


Рис. 14. Эпюры распределения главных напряжений  $\sigma_1$  в основании бочкообразного зуба при варьировании угла перекоса от 0 до 8 минут

Fig. 14. Diagrams of the distribution of the principal stresses  $\sigma_1$  in the root of the barrel-shaped tooth with a varying skew angle from 0 to 8 minutes

### Сопоставительный анализ

Анализируя таблицу полученных результатов моделирования, в которой отражены максимальные значения суммарных перемещений и изгибных напряжений, а также характер распределе-

ния изгибных напряжений по длине прямого и бочкообразного зуба, представленный на рисунках 8 и 14, нетрудно видеть, что бочкообразный зуб обладает большей изгибной прочностью, особенно в условиях перекоса (см. таблицу).

### Максимальные значения перемещений и напряжений в основании зуба при варьировании угла перекоса

#### Maximum values of displacements and stresses in the root of the tooth when varying the skew angle

Угол перекоса, минут	Прямые зубья		Бочкообразные зубья $R = 10000$	
	Суммарные перемещения, мм	Главные напряжения $\sigma_1$ , МПа	Суммарные перемещения, мм	Главные напряжения $\sigma_1$ , МПа
0	0,065	295,7	0,085	355,7
1	0,073	309,2	0,084	363,0
2	0,086	337,3	0,087	372,3
3	0,098	366,3	0,090	384,6
4	0,110	396,8	0,093	400,2
5	0,125	439,8	0,096	415,8
6	0,138	474,6	0,100	429,8
7	0,148	502,6	0,104	444,6
8	0,158	527,0	0,111	458,6

Несмотря на довольно внушительный радиус бочкообразной формы, размер площадок контакта и распределение погонной нагрузки по ним отличаются от прямого зуба весьма значи-

тельно. Сравнивая графики рисунков 1 и 9, нетрудно видеть, что максимальная нагрузка для бочкообразного зуба находится на значительном удалении от торца зуба, чем повышается

жесткость зуба, следовательно, и изгибная прочность. Нагрузка на прямой зуб, наоборот, смещена довольно близко к торцу зуба, принимает более высокие значения, чем вызывает риск излома края зуба и выхода из строя зубчатой передачи [26]. Та же тенденция наблюдается и в распределении изгибных напряжений: для бочкообразного зуба уровень напряжений ниже, а максимальные значения удалены от торца зуба.

### Выводы

1. Результаты моделирования подтверждают эксплуатационными испытаниями: бортовой редуктор исследуемой передачи был спроектирован исходя из предположения о перекосе 2 минуты, но в реальных условиях эксплуатации перекося составил около 6 минут. По этой причине передача потеряла значительную часть своего ресурса. Это вполне объясняется существенным повышением уровня напряжений с увеличением величины угла перекося, описанным в статье.

2. Применение бочкообразной модификации зубьев позволяет снизить негативное влияние перекося валов трансмиссии на работоспособность передачи.

3. Предложенный в данной работе метод позволяет на этапе проектирования передачи подобрать оптимальный радиус бочкообразной формы зуба для обеспечения требуемых прочностных характеристик зубчатой передачи.

### Библиографические ссылки

1. Lebedev S.Yu., Syzrantsev V.N. (2023) Probability estimate of the strength reliability of toothed wheel gear. *Procedia Structural Integrity*, vol. 50, pp. 155-162. DOI: 10.1016/j.prostr.2023.10.036
2. Короткин В. И., Колосова Е. М., Онишков Н. П. Прогнозирование контактной выносливости упрочненных зубьев и нагрузочной способности эвольвентных зубчатых передач по критерию предельного состояния материала // *Вестник машиностроения*. 2021. № 12. С. 31–35. DOI: 10.36652/0042-4633-2021-12-35-37
3. Нахатакян Ф. Г., Нахатакян Д. Ф. Оценка величины допускаемого угла перекося в зубчатом зацеплении // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 2022. № 1. С. 45–49. DOI: 10.31857/S0235711922030099
4. Нахатакян Ф. Г. Повышение нагрузочной способности зубчатой передачи в условиях перекося снижением контактных напряжений с помощью продольной модификации зубьев // *Вестник машиностроения*. 2022. № 12. С. 13–16. DOI: 10.36652/0042-4633-2021-12-13-16
5. Wen Q., Du Q., Zhai X. (2020) Analytical calculation of the tooth surface contact stress of spur gear pairs with misalignment errors in multiple degrees of freedom. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 149, Art. 103823. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2020.103823
6. Сызранцев В. Н., Сызранцева К. В. Цилиндрические передачи с арочными зубьями: геометрия, прочность, надежность : монография. Тюмень : ТИУ, 2021. 170 с. ISBN 978-5-9961-2378-0
7. Грубка Р. М., Михайлов А. Н., Петряева И. А. Классификация видов продольной модификации зубьев цилиндрических зубчатых колес в зависимости от функционального назначения // *Современные технологии и автоматизация в машиностроении*. 2019. № 18. С. 187–190.
8. Грубка Р. М. Конструктивные способы повышения эксплуатационных показателей цилиндрических зубчатых передач // *Прогрессивные технологии и системы машиностроения*. 2019. № 1. С. 17–22.
9. Babichev D.T., Babichev D.A., Lebedev S.Y. (2018) Calculation of tooth profile radiuses of curvature into line of contact parameters. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, vol. 393, pp. 681-692. DOI: 10.1088/1757-899X/393/1/012051
10. Syzrantseva K.V., Syzrantsev V.N., Babichev D.T. (2020) Comparative Analysis of Stress-Strain Condition of Cylindrical Gears Arc Teeth and Spurs. *Proceedings of the 5th international conference on industrial engineering (ICIE 2019)*, pp. 101-108. DOI: 10.1007/978-3-030-22041-9\_12
11. Pedrero J., Pleguezuelos M., Sanchez M. (2020) Analytical Simulation of the Tooth Contact of Spur Gears. *New Approaches to Gear Design and Production*, pp. 115-131. DOI: 10.1007/978-3-030-34945-5\_4
12. He X., Zhang C., Tian D. (2019) Strength analysis and structure optimization of gate valve body based on finite element software. *E3S Web of Conferences*, vol. 136, Art. 03019. DOI: 10.1051/e3sconf/201913603019
13. Kansara P., Indrodia A., Diwan M., Raval J., Yadav N., Oza A. d., Kumar M., Shinde S.M., Parvez A., Makwana M. (2022) Optimization of gate valve structure based on strength parameters using finite element analysis. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)*, vol. 17 (8), pp. 1-9. DOI: 10.1007/s12008-022-01052-3
14. Thompson M., Thompson J. (2017) *ANSYS Mechanical APDL for Finite Element Analysis*. Oxford : Butterworth-Heinemann, p. 466. ISBN 9780128129814
15. Giorgetti F., Lombroni R., Belardi V.G., Calabro G., Dalla Palma M., Fanelli P., Fulci M., Ramogida G., Vivio F. (2022) Vertical displacement events analysis using MAXFEA code in combination with ANSYS APDL in the final design stage of the DTT vacuum vessel. *Fusion Engineering and Design*, vol. 184, pp. 9-10. DOI: 10.1016/j.fusengdes.2022.113273
16. Alshoaibi A.M., Fageehi Ya.A. (2021) 3D modelling of fatigue crack growth and life predictions using ANSYS. *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 13, iss. 4, art. 101636. DOI: 10.1016/j.asej.2021.11.005
17. Евдокимов А. П. Расчетно-экспериментальная оценка динамической нагруженности привода компрессора буровой установки // *Оборудование и технологии для нефтегазового комплекса*. 2023. № 4. С. 12–15. DOI: 10.33285/1999-6934-2023-4(136)-12-15



18. Расчет напряженно-деформированного состояния корпуса шарового крана в конечно-элементном комплексе ANSYS / А. А. Пазяк, М. А. Пазяк, Н. А. Шулинина, П. Д. Князева // Научно-технический вестник Поволжья. 2023. № 10. С. 42–45.

19. Syzrantseva K., Kuskov K., Gonchar N., Dubrovko D. (2023) Updating the statistical strength analysis method for the shut-off valve body in random loading conditions: Proceedings of the 9th International Conference on Industrial Engineering, pp. 61-70. DOI: 10.1007/978-3-031-38126-3\_7

20. Crawford J. (1999) Evaluating Mesh Density. Ansys Solutions, vol. 1, no. 2, pp. 12-16.

21. Voutchkov I., Keane A., Shahpar Sh., Bates R. (2018) Meshing using interpolative mapping and control point optimization. Journal of Computational Design and Engineering, vol. 5, iss. 3, pp. 305-318. DOI: 10.1016/j.jcde.2017.12.003

22. Сызранцева К. В., Зонова Н. В., Билянская И. В. Компьютерное моделирование и оптимизация конструкции ловителя-сигнализатора для повышения его надежности при геофизических исследованиях скважин // Оборудование и технологии для нефтегазового комплекса. 2023. № 4 (136). DOI: 10.33285/1999-6934-2023-4(136)-5-11

23. Cherniavsky A.O., Cherniavsky O.F. (2020) A change in the deformation mechanism with a monotonous change of the load parameter. International Journal of Pressure Vessels and Piping, vol. 188, art. 104192. DOI: 10.1016/j.ijpvp.2020.104192

24. Syzrantseva K.V., Syzrantsev V.N., Kolbasin D.S. (2019) Comparative estimation of the failure probability of cylindrical arc and helical gears by tooth bending endurance: AIP Conference Proceedings, vol. 2176, art. 020010. DOI: 10.1063/1.5135122

25. Strungar E.M., Staroverov O.A., Lynegova E.M. (2022) Comprehensive evaluation of fatigue damage accumulation and failure of specimens with operational stress concentrators. Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures, iss. 4, pp. 37-49. DOI: 10.17804/2410-9908.2022.4.037-049

26. Лопатин Б. А., Плотникова С. В., Лопатин Д. Б. Проектирование зубчатых передач из эвольвентно-конических колес // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2024. Т. 27, № 3. С. 49–61. DOI: 10.22213/2413-1172-2024-3-49-61

## References

1. Lebedev S.Yu., Syzrantsev V.N. (2023) Probability estimate of the strength reliability of toothed wheel gear. *Procedia Structural Integrity*, vol. 50, pp. 155-162. DOI: 10.1016/j.prostr.2023.10.036

2. Korotkin V.I., Kolosova E. M., Onishkov N.P. (2021) [Prediction of contact endurance of hardened teeth and load capacity of involute gears according to the criterion of the limit state of the material]. *Vestnik Mashinostroeniya*, no. 12, pp. 31-35. DOI: 10.36652/0042-4633-2021-12-35-37 (in Russ.).

3. Nakhtakyan F.G., Nakhtakyan D.F. (2022) [Estimation of the permissible skew angle in gearing]. *Problems of mechanical engineering and machine reliability*, no. 1, pp. 45-49. DOI: 10.31857/S0235711922030099 (in Russ.).

4. Nakhtakyan F.G. (2022) [Increasing the load capacity of a gear transmission under skew conditions by reducing contact stresses using longitudinal modification of teeth]. *Vestnik mashinostroeniya*, no. 12, pp. 13-16. DOI: 10.36652/0042-4633-2021-12-13-16 (in Russ.).

5. Wen Q., Du Q., Zhai X. (2020) Analytical calculation of the tooth surface contact stress of spur gear pairs with misalignment errors in multiple degrees of freedom. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 149, Art. 103823. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2020.103823

6. Syzrantsev V.N., Syzrantseva K.V. (2021) *Cilindricheskie peredachi s arochnymi zubiyami: geometriya, prochnost', nadyozhnost'* [Cylindrical arc gears: geometry, durability, reliability]. Tyumen, Tyumen Industrial University, 170 p. ISBN: 978-5-9961-2378-0 (in Russ.).

7. Grubka R.M., Mikhailov A.N., Petryaeva I.A. (2019) [Classification of types of longitudinal modification of teeth of cylindrical gears depending on the functional purpose]. *Sovremennye tekhnologii i avtomatizatsiya v mashinostroyeni*, no. 18, pp. 187-190 (in Russ.).

8. Grubka R.M. (2019) [Constructive methods for increasing the performance indicators of cylindrical gears]. *Progressive technologies and mechanical engineering systems*, no. 1, pp. 17-22 (in Russ.).

9. Babichev D.T., Babichev D.A., Lebedev S.Y. (2018) Calculation of tooth profile radiuses of curvature into line of contact parameters. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, vol. 393, pp. 681-692. DOI: 10.1088/1757-899X/393/1/012051

10. Syzrantseva K.V., Syzrantsev V.N., Babichev D.T. (2020) Comparative Analysis of Stress-Strain Condition of Cylindrical Gears Arc Teeth and Spurs. Proceedings of the 5th international conference on industrial engineering (ICIE 2019), pp. 101-108. DOI: 10.1007/978-3-030-22041-9\_12

11. Pedrero J., Pleguezuelos M., Sanchez M. (2020) Analytical Simulation of the Tooth Contact of Spur Gears. New Approaches to Gear Design and Production, pp. 115-131. DOI: 10.1007/978-3-030-34945-5\_4

12. He X., Zhang C., Tian D. (2019) Strength analysis and structure optimization of gate valve body based on finite element software. E3S Web of Conferences, vol. 136, Art. 03019. DOI: 10.1051/e3sconf/201913603019

13. Kansara P., Indrodia A., Diwan M., Raval J., Yadav N., Oza A. d., Kumar M., Shinde S. M., Parvez A., Makwana M. (2022) Optimization of gate valve structure based on strength parameters using finite element analysis. International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM), vol. 17 (8), pp. 1-9. DOI: 10.1007/s12008-022-01052-3

14. Thompson M., Thompson J. (2017) ANSYS Mechanical APDL for Finite Element Analysis. Oxford : Butterworth-Heinemann, p. 466. ISBN 9780128129814

15. Giorgetti F., Lombroni R., Belardi V.G., Calabro G., Dalla Palma M., Fanelli P., Fulici M., Ramogida G., Vivio F. (2022) Vertical displacement events

analysis using MAXFEA code in combination with ANSYS APDL in the final design stage of the DTT vacuum vessel. *Fusion Engineering and Design*, vol. 184, pp. 9-10. DOI: 10.1016/j.fusengdes.2022.11327

16. Alshoaibi A.M., Fageehi Ya.A. (2021) 3D modeling of fatigue crack growth and life predictions using ANSYS. *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 13, is. 4, art. 101636. DOI: 10.1016/j.asej.2021.11.005

17. Evdokimov A.P. (2023) [Calculation and experimental assessment of the dynamic load of the compressor drive of a drilling rig]. *Oborudovanie i tekhnologii dlya neftegazovogo kompleksa*, 2023, no. 4, pp. 12-15. DOI: 10.33285/1999-6934-2023-4(136)-12-15 (in Russ).

18. Pazyak A.A., Pazyak M.A., Shulinina N.A., Knyazeva P.D. (2023) [Calculation of the stress-strain state of a ball valve body in the ANSYS finite element complex]. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Povolzh'ya*, no. 10, pp. 42-45 (in Russ).

19. Syzrantseva K., Kuskov K., Gonchar N., Dubrovko D. (2023) Updating the statistical strength analysis method for the shut-off valve body in random loading conditions: Proceedings of the 9th International Conference on Industrial Engineering, pp. 61-70. DOI: 10.1007/978-3-031-38126-3\_7

20. Crawford J. (1999) Evaluating Mesh Density. *Ansys Solutions*, vol. 1, no. 2, pp. 12-16.

21. Voutchkov I., Keane A., Shahpar Sh., Bates R. (2018) Meshing using interpolative mapping and control point optimization. *Journal of Computational Design and*

*Engineering*, vol. 5, is. 3, pp. 305-318. DOI: 10.1016/j.jcde.2017.12.003

22. Syzrantseva K.V., Zonova N.V., Bilyanskaya I.V. (2023) [Computer modeling and optimization of the design of a catcher-alarm to increase its reliability during geophysical surveys of wells]. *Oborudovanie i tekhnologii dlya neftegazovogo kompleksa*, no. 4 (136). DOI: 10.33285/1999-6934-2023-4(136)-5-11 (in Russ).

23. Cherniavsky A.O., Cherniavsky O.F. (2020) A change in the deformation mechanism with a monotonous change of the load parameter. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, vol. 188, art. 104192. DOI: 10.1016/j.ijpvp.2020.104192

24. Syzrantseva K.V., Syzrantsev V.N., Kolbasin D.S. (2019) Comparative estimation of the failure probability of cylindrical arc and helical gears by tooth bending endurance: AIP Conference Proceedings, vol. 2176, art. 020010. DOI: 10.1063/1.5135122

25. Strungar E.M., Staroverov O.A., Lynegova E.M. (2022) Comprehensive evaluation of fatigue damage accumulation and failure of specimens with operational stress concentrators. *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*, is. 4, pp. 37-49. DOI: 10.17804/2410-9908.2022.4.037-049

26. Lopatin B.A., Plotnikova S.V., Lopatin D.B. (2024) [Design of Gearing from Involute-Bevel Gears]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, vol. 27, no. 3, pp. 49-61. DOI: 10.22213/2413-1172-2024-3-49-61 (in Russ.).

## Computer Bending Strength Analysis of Straight and Barrel Teeth under Skew Conditions

K.V. Syzrantseva, DSc in Engineering, Associate Professor, Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

I.S. Serdyuk, Post-graduate, Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

D.A. Trubkin, Post-graduate, Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

*The paper presents the results of computer simulation to research the bending stress distribution law at the root of straight and barrel-shaped teeth of spur gearings under conditions of misalignment of the gear axes. It is known that the greatest effect on the load capacity and durability of spur gearings is exerted by the irregular load distribution along the contact lines due to the distortion of the tooth surfaces in meshing, leading to contact area length shortening and edge contact of teeth. This results in a multifold transmission life reduction in terms of contact or bending strength. Spur gears with longitudinal (barrel-shaped) tooth modification allow increasing the durability of spur gears when operating in conditions of gear axis misalignment. In this work, a comparative Finite Element Analysis of the stress-strain state of a straight tooth and a barrel-shaped tooth was carried out under line load at the tooth top and a variable skew angle from 0° to 8°. Computer simulations were performed at ANSYS Mechanical APDL. The line load distribution laws along the longitudinal tooth coordinate were obtained analytically for various skew angles based on the three-dimensional contact problem solution, taking into account tooth volume and contact deformations, as well as edge effects. As a result of computer simulation, figures of the tensile stress distribution in the tooth roots were obtained and a reduction in stresses by 15% was determined using a barrel-shaped modification. The proposed method of strength analysis allows to justify the choice of tooth barrel-shaped longitudinal modification even at the stage of gearing synthesis providing bending stress reduction in the gearing during its operation in conditions of skew of a given degree.*

**Keywords:** spur gearing, barrel-shaped tooth modification, skew angle, bending stresses, stress distribution diagrams, computer simulation, ANSYS Mechanical APDL.

Получено 24.10.2024

**Образец цитирования**

Сызранцева К. В., Сердюк И. С., Трубкин Д. А.  
Компьютерный анализ изгибной прочности прямых  
и бочкообразных зубьев в условиях перекоса // *Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова*. 2025.  
Т. 28, № 1. С. 4–14. DOI: 10.22213/2413-1172-2025-1-4-14

**For Citation**

Syzrantseva K.V., Serdyuk I.S., Trubkin D.A.  
(2025) [Computer Bending Strength Analysis of  
Straight and Barrel Teeth under Skew Conditions].  
*Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, vol. 28, no. 1,  
pp. 4-14 (in Russ.). DOI: 10.22213/2413-1172-2025-1-4-14