

УДК 62-114

DOI: 10.22213/2413-1172-2026-2-19-29

Применение алгоритма Литтла к решению задачи структурной оптимизации операций на многоцелевых станках с ЧПУ

Н. С. Сивцев, доктор технических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

А. Г. Бажин, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Д. В. Корякин, магистрант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Современные многоцелевые станки с ЧПУ обеспечивают возможность построения технологических процессов механической обработки деталей по принципу концентрации технологических переходов в одной операции. По ходу проектирования такой операции возникает задача выбора последовательности выполнения технологических переходов в маршруте обработки поверхностей детали, при которой обеспечивается минимальное вспомогательное время холостых ходов рабочих органов станка. При малом числе технологических переходов их последовательность определяет технолог либо на основе личного опыта, либо интуитивно. При большом числе технологических переходов требуется формальная методика решения сформулированной задачи, которая по целевой функции схожа с известной в теории исследования операций задачей коммивояжера. Настоящая работа посвящена модификации задачи коммивояжера для оптимизации последовательности выполнения технологических переходов в маршруте обработки большого числа отверстий разных диаметров и квалитетов точности в корпусных и плоских деталях на многоцелевых станках с ЧПУ. Для ее решения выбран усовершенствованный метод перебора всех возможных вариантов, известный как алгоритм Литтла. Предложенная модель формализации технологических переходов, позволила в структурированной, математически и логически упорядоченной форме представить полное описание операции в исходных данных задачи и тем самым повысить точность оптимизации по критерию минимума длительности холостых ходов. Постановка и решение задачи обусловлены трендом улучшения траекторий обработки в САМ-системах, направленным на сокращение времени операции, повышение производительности и уменьшение срока окупаемости дорогостоящих многоцелевых станков с ЧПУ.

Ключевые слова: оптимизация, технологические переходы, задача коммивояжера, алгоритм Литтла.

Введение

К числу задач структурной оптимизации операций механической обработки на многоцелевых станках с ЧПУ корпусных и плоских

деталей, имеющих большое количество отверстий (рис. 1), относится задача выбора последовательности обработки этих отверстий.

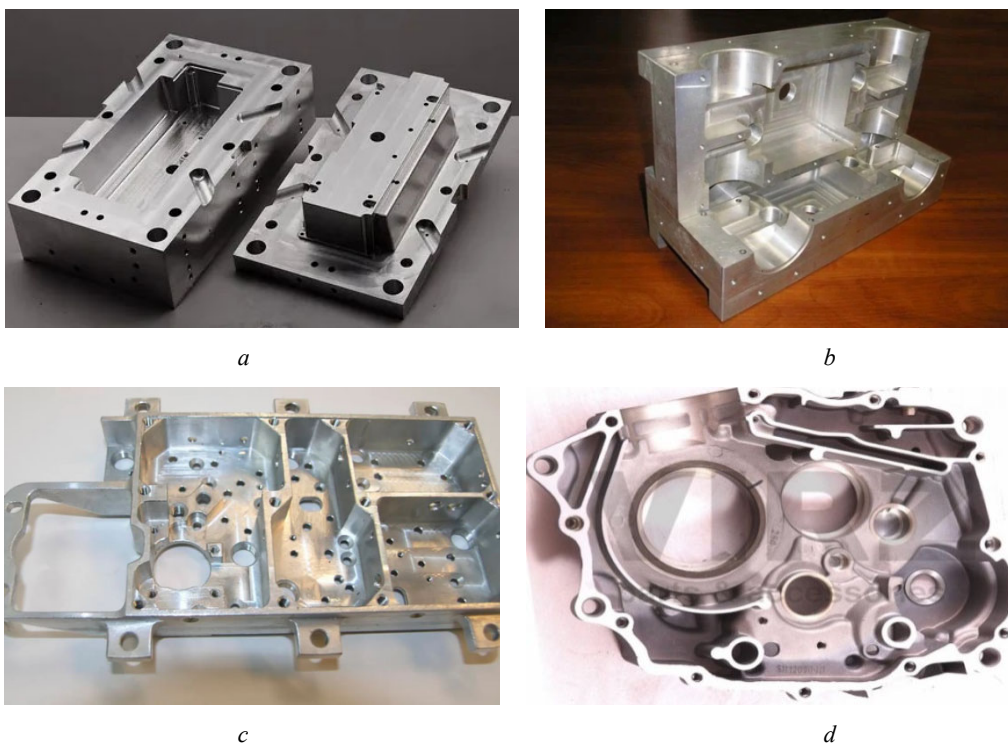


Рис. 1. Примеры корпусных (a, b) и плоских (c, d) деталей с большим количеством отверстий

Fig. 1. Examples of body (a, b) and flat (c, d) parts with a large number of holes

В выбранных на операции режимах резания длительность рабочих ходов инструмента будет одинакова при любой последовательности обработки отверстий в заготовке. Длительность же холостых ходов зависит от очередности их обработки, так как длины траекторий, которые могут быть построены между осями отверстий (опорными точками), разные. Для сокращения времени обработки, повышения производительности работы станка и уменьшения срока его окупаемости необходимо найти такую последовательность, которая обеспечит минимум целевой функции, – длительность холостых ходов:

$$\sum_{i=1}^n t_{x_i} \rightarrow \min,$$

где t_{x_i} – длительность холостого хода между опорными точками на траектории обработки отверстий; n – число обрабатываемых отверстий.

При известной скорости перемещения стола станка с заготовкой длительность холостых ходов нетрудно перевести в длину холостых ходов, и задача выбора последовательности обработки отверстий с минимальными потерями времени на холостые ходы сводится к задаче выбора маршрута наименьшей протяженности. Эта задача в теории исследования операций получила название задачи коммивояжера (TSP от англ. traveling salesman problem) [1, 2].

Задача коммивояжера (другие названия «задача о бродячем торговце», «задача о странствующем торговце», «задача китайского почтальона», «задача о посылном») – одна из самых известных задач комбинаторной оптимизации [3], заключающаяся в поиске маршрута коммивояжера, проходящего через установленные города хотя бы по одному разу с последующим возвратом в исходный город. В качестве критериев оптимальности (выгодности) маршрута коммивояжера могут приниматься его кратчайшая длина, минимальное время в пути, минимальные суммарные расходы на дорогу и др.

В современном мире бродячих торговцев сменили крупные транспортные компании, осуществляющие пассажирские и грузоперевозки автомобильным, железнодорожным, водным и воздушным транспортом. В основе их логистики лежит тот же принцип поиска оптимального маршрута, но теперь уже не только по земле, но и по воде и воздуху. Поиск оптимального плана перевозок актуален для предприятий розничной торговли, туристических фирм, почтовых и курьерских сервисов, служб доставки ресторанов и др.

Среди других практических задач, в математической формулировке совпадающих с задачей коммивояжера, можно назвать следующие:

- поиск оптимального маршрута прокладки линий электропередач, тепло- и газоснабжения внутри и между населенными пунктами;
- логистика мониторинга объектов, например, станций сотовых операторов и нефтяных вышек;

- оптимизация принятия управленческих, финансовых решений, когда на входе есть много параметров.

Известны примеры практической модификации задачи коммивояжера в металлообработке при выборе оптимальной последовательности сверления на станке большого числа отверстий одного диаметра в корпусных и плоских деталях [4, 5], сверления отверстий в печатных платах изделий электроники [6, 7].

С появлением многоцелевых станков с ЧПУ актуальна практическая модификация задачи коммивояжера при оптимизации маршрута обработки большого числа отверстий одного или разных диаметров, в котором присутствуют несколько технологических переходов, например, центрование, сверление, нарезание резьбы. Здесь к холостым ходам от отверстия к отверстию вдоль координатных осей добавляются холостые ходы автооператора при смене инструмента. Вполне очевидно, что выбор оптимальной последовательности обработки отверстий должен производиться с учетом потерь времени на смену инструмента, а задача трансформируется в задачу выбора оптимальной последовательности выполнения технологических переходов в маршруте обработки отверстий. Вариант ее решения приводится в работах [8, 9].

В развитие этой задачи практический интерес представляет более общий случай структурной оптимизации операций многопереходной обработки большого числа отверстий разных диаметров и качеств точности.

Цель настоящей работы – практическая модификация задачи коммивояжера для выбора оптимальной последовательности выполнения технологических переходов в маршруте обработки большого числа отверстий разных диаметров и качеств точности в корпусных и плоских деталях на многоцелевых станках с ЧПУ.

Методы решения задачи коммивояжера и алгоритм Литгла

При кажущейся простоте формулировки задачи коммивояжера ее точное решение по нахождению оптимального маршрута методом перебора всех возможных вариантов является по-настоящему сложной проблемой. В комбинаторике количество перестановок из n элементов без повторений определяется по формуле $P_n = n!$ Соответственно, факториально увеличиваются количество возможных маршрутов с увеличением числа городов и временные затраты на обработку всё возрастающих объемов информации даже с применением современных вычислительных средств [10].

Задачу коммивояжера по поиску оптимального маршрута между городами можно представить в виде модели на графе (либо ориентированном, либо неориентированном), множество вершин которого соответствуют городам, а множество их парных связей (ребер) являются путями сообщения между этими городами (рис. 2). Каждому ребру сопоставляется вес, который можно понимать как расстояние между

городами, время или стоимость поездки. Длина, время, стоимость маршрута определится как сумма весов ребер графа. Задача заключается в отыскании оптимального маршрута.

Веса ребер C_{ij} графа путей классической задачи записываются в квадратной матрице входных данных (матрице смежности взвешенного графа) размера $n \times n$, где n – количество вершин графа, в котором требуется найти выгодный (оптимальный) маршрут; i – номера вершин по строкам ($i = 1, 2, \dots, n$); j – номера вершин по столбцам ($j = 1, 2, \dots, n$). На главной диагонали матрицы поставим букву Н, так как перемещение из города в город «не имеет смысла», «невозможно» (табл. 1).

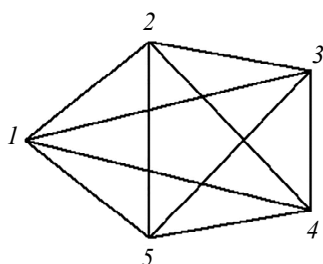


Рис. 2. Неориентированный граф путей между городами

Fig. 2. Undirected graph of paths between cities

Таблица 1. Пример матрицы с входными данными расстояний в классической задаче

Table 1. An example of a matrix with input data of distances in a classical problem

Города / Cities		До города / To the city				
		1	2	3	4	5
Из города / From the city	1	Н	90	80	40	100
	2	60	Н	40	50	70
	3	50	30	Н	60	20
	4	10	70	20	Н	50
	5	20	40	50	20	Н

Любой маршрут x_0 в множестве G_0 всех возможных маршрутов записывается как последовательность переездов из города в город. Например:

$$x_0 = \{(1-2), (2-3), (3-4), (4-5), (5-1)\}.$$

Длина (время, стоимость) этого маршрута $F(x_0)$ для входных данных (см. табл. 1)

$$F(x_0) = 90 + 40 + 60 + 50 + 20 = 260.$$

В рассматриваемом примере расстояния из города до города C_{ij} и обратно C_{ji} различны. Конечно, географически расстояние от города 1 к городу 2 и от города 2 к городу 1 не зависит от направления движения. Вместе с тем движение может быть организовано разными способами. Например, в одном направлении по автомобильной трассе на автомобиле, а в обратном направлении – по железнодорожной трассе на поезде. Длина этих трасс совсем обязательно будет одинакова. Неодинаковыми будут и время, проведенное в пути, и денежные затраты (стоимость билетов, бензина).

В такой постановке, когда $C_{ij} \neq C_{ji}$, задача коммивояжера носит название *асимметричной (ATSP)* и представляется ориентированным графом. Для случая, когда веса ребер $C_{ij} = C_{ji}$, задача коммивояжера носит название *симметричной* и представляется неориентированным графом (см. рис. 2).

Поскольку первая вершина всегда фиксирована и не участвует в перестановках из n городов, для асимметричной задачи ($C_{ij} \neq C_{ji}$) общее количество перебираемых маршрутов при поиске оптимального

$$P_n = (n - 1)! \tag{1}$$

Для симметричной задачи ($C_{ij} = C_{ji}$) количество перебираемых маршрутов в два раза меньше:

$$P_n = \frac{(n-1)!}{2}.$$

Исследования, направленные на разработку методов, позволяющих ускорить решение задачи нахождения оптимального маршрута в приемлемое время, ведутся как минимум с XIX века. Однако до настоящего времени алгоритм, обеспечивающий точное решение задачи коммивояжера в такой постановке, по-прежнему не найден. По этой причине для решения практических задач приходится довольствоваться в основном эвристическими методами не совсем корректными и не гарантирующими оптимального решения. В их числе метод жадного алгоритма, деревянного алгоритма, отсечений, Монте-Карло, генетических алгоритмов, муравьиных колоний и ряд других [11–17]. Все они различаются применяемым инструментарием, точностью находимого решения и сложностью производимых вычислений.

Среди обширного арсенала уже разработанных методов можно выделить метод ветвей и границ, востребованный в настоящее время для решения задач комбинаторной оптимизации [18, 19].

Метод ветвей и границ относится к методу точного решения задачи по нахождению оптимального маршрута перебором всех возможных вариантов и в отличие от последнего позволяет ускорить ее решение за счет пошагового отсека подмножеств маршрутов, которые, заведомо не могут быть оптимальными.

Его идея в том, что на первой итерации множество G_0 всех маршрутов на графе разбивается на два непересекающихся подмножества (рис. 3). Образно говоря, производится ветвление дерева решений на две ветви.

Первое подмножество G_1^1 содержит ребро на графе путей $(i - j)$, которое с наибольшей вероятностью входит в оптимальный маршрут, назовем его ребро-претендент.

Второе подмножество G_2^1 не содержит это ребро $(i - j)$.

Далее вычисляются оценки $\xi(G_1^1)$ и $\xi(G_2^1)$ длин пути каждого подмножества маршрутов с ребром-претендентом и без него. Подмножество с макси-

мальной оценкой длины пути отбрасывают, а подмножество с минимальной оценкой на второй итерации вновь разбивают на два подмножества (с новым ребром-претендентом и без него), и вновь вычисляются их оценки. Итерации повторяются до выявления всех ребер-претендентов, из которых и формируется оптимальный маршрут.

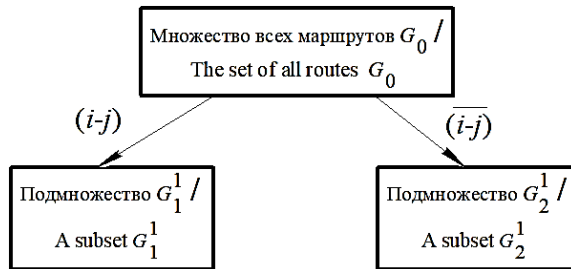


Рис. 3. Разбивка множества всех маршрутов G_0 на подмножества G_1^1 и G_2^1

Fig. 3. Splitting the set of all routes G_0 into subsets G_1^1 and G_2^1

Метод впервые был предложен в 1960 году для решения задач целочисленного программирования профессором операционных исследований Лондонской школы экономики Эйлсой Хортон Ленд и ее австралийской коллегой математиком Элисон Доиг [20].

В 1963 году группой американских ученых и программистов, возглавляемых профессором Массачусетского технологического института Джоном Литтлом, была предложена модификация этого метода, специально разработанная для решения задачи ком-

мивояжера [21, 22]. Впоследствии эта модификация получила название «алгоритм Литтла». Примеры его практического применения при решении оптимизационных задач в различных сферах экономики и науки широко представлены в научно-технической литературе [23, 24].

Не останавливаясь на теоретическом описании алгоритма Литтла, механизм работы которого детально представлен во многих работах [21–24], применим его к решению представленной в настоящей статье задачи.

Решение задачи с применением алгоритма Литтла

Заменим задачу поиска оптимального маршрута между городами в классической задаче коммивояжера задачей определения оптимальной последовательности сверления n отверстий одного диаметра, например в плите (рис. 4).

Для этого случая вершина l графа путей (рис. 2) – положение инструмента перед обработкой. Матрица с входными данными (расстояния между опорными точками, мм) будет иметь размерность $(n + 1) \times (n + 1)$.

Так как длина холостых ходов от отверстия к отверстию на станке не зависит от направления, задача коммивояжера симметричная (табл. 2).

Ее решение с применением алгоритма Литтла позволяет определить в графе путей ребра, входящие в оптимальный маршрут (рис. 5), упорядочив которые получим следующую последовательность обработки отверстий и суммарную длину холостых ходов:

$$x_0 = \{(1-2), (2-3), (3-4), (4-5), (5-6), (6-1)\}.$$

$$F(x_0) = 224 + 180 + 255 + 250 + 158 + 354 = 1421.$$

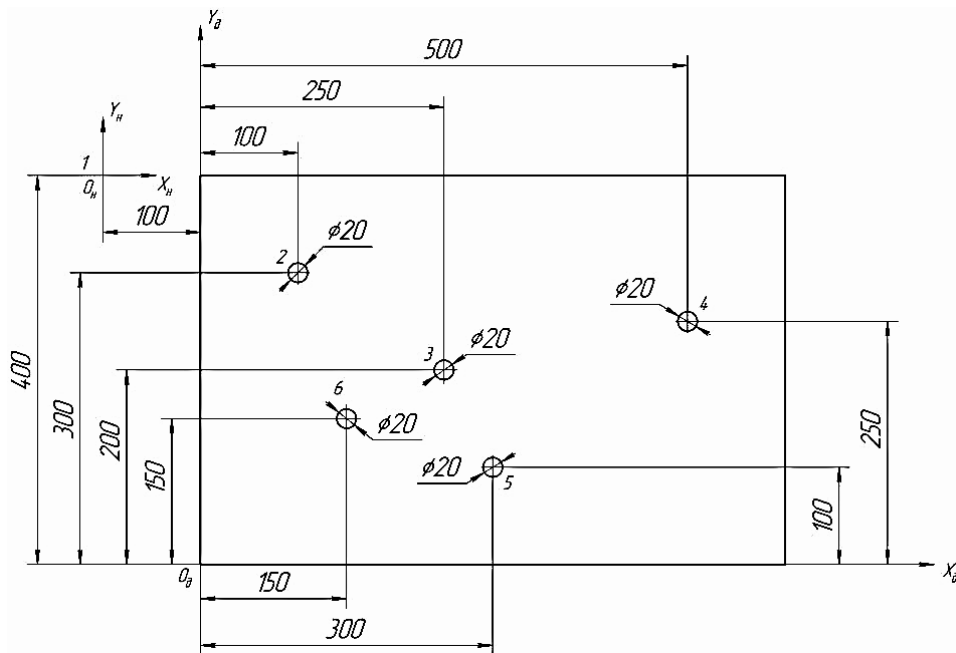


Рис. 4. Чертеж плиты с пятью отверстиями одного диаметра

Fig. 4. Drawing of a plate with five holes of the same diameter

Таблица 2. Матрица входных данных для симметричной задачи

Table 2. Input matrix for a symmetric problem

	1	2	3	4	5	6
1	Н	224	403	618	500	354
2	224	Н	180	403	283	158
3	403	180	Н	255	112	112
4	618	403	255	Н	250	364
5	500	283	112	250	Н	158
6	354	158	112	364	158	Н

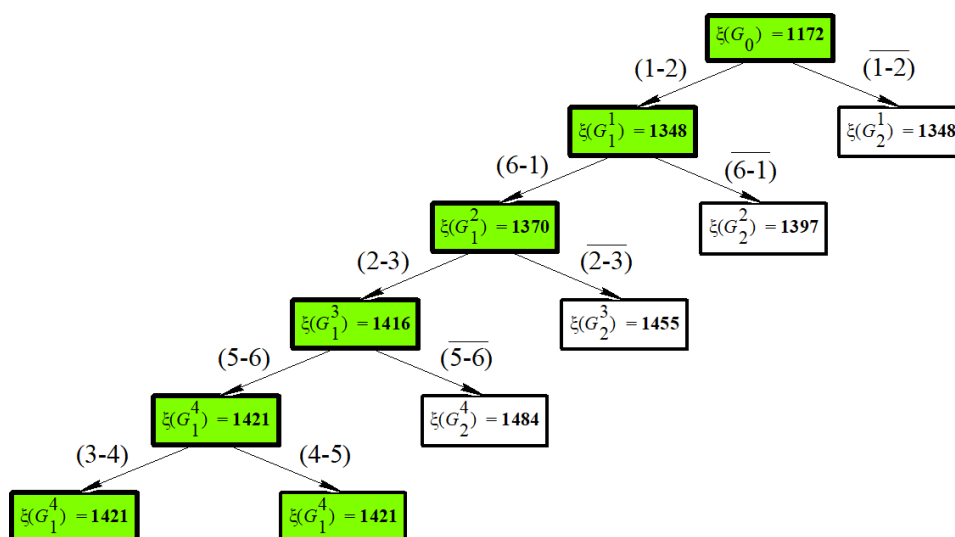


Рис. 5. Дерево поиска решения после 4 итераций

Fig. 5. Solution search tree after 4 iterations

Усложним задачу.

Пусть отверстия в плите разных диаметров (рис. 6).

Для того чтобы свести эту задачу к задаче коммивояжера требуется формализация технологических переходов обработки отверстий сверлами разного диаметра. Для этого переведем время смены сверл $t_{си}$ в длину $l_{си}$:

$$l_{си} = S_{xx} t_{си},$$

где S_{xx} – подача холостого хода.

Увеличим на это расстояние в матрице входных данных (табл. 2) веса ребер графа, соответствующие перемещениям на переходах, реализация которых требует смены сверл $C_{ij} + l_{си} = C_{ji} + l_{си}$ (табл. 3).

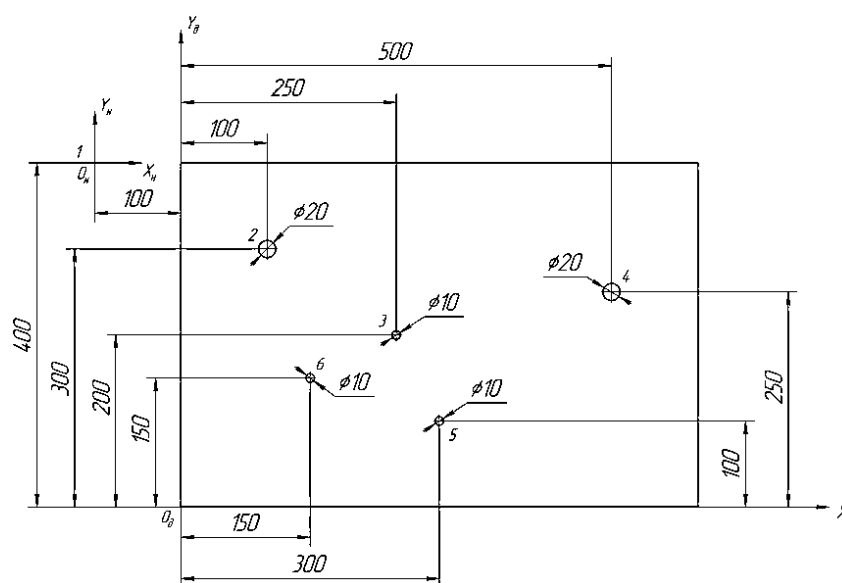


Рис. 6. Чертеж плиты с пятью отверстиями разных диаметров

Fig. 6. Drawing of a plate with five holes of different diameters

Таблица 3. Вспомогательная матрица входных данных для задачи с учетом потерь времени на смену инструмента

Table 3. Auxiliary input data matrix for the problem taking into account time losses for tool changes

	1	2	3	4	5	6
1	Н					
2		Н	+l _{си}		+l _{си}	+l _{си}
3		+l _{си}	Н	+l _{си}		
4			+l _{си}	Н	+l _{си}	+l _{си}
5		+l _{си}		+l _{си}	Н	
6		+l _{си}		+l _{си}		Н

Примем $S_{xx} = 2400$ мм/мин, $t_{си} = 6$ сек. = 0,1 мин.
 $l_{си} = 2400 \cdot 0,1 = 240$ мм.

Тогда наполнение матрицы с входными данными изменится (табл. 4), и решение задачи будет выполнено с учетом потерь времени на смену инструмента (рис. 7).

$$x_0 = \{(1-6), (6-3), (3-5), (5-4), (4-2), (2-1)\}.$$

$$F(x_0) = 354 + 112 + 112 + 490 + 403 + 224 = 1695.$$

Таблица 4. Матрица входных данных для задачи с учетом потерь времени на смену инструмента

Table 4. Input data matrix for the task taking into account time losses for tool changes

	1	2	3	4	5	6
1	Н	224	403	618	500	354
2	224	Н	420	403	523	398
3	403	420	Н	495	112	112
4	618	403	495	Н	490	604
5	500	523	112	490	Н	158
6	354	398	112	604	158	Н

Вновь усложним задачу.

Пусть отверстия в предыдущем примере разных диаметров и квалитетов точности (рис. 8).

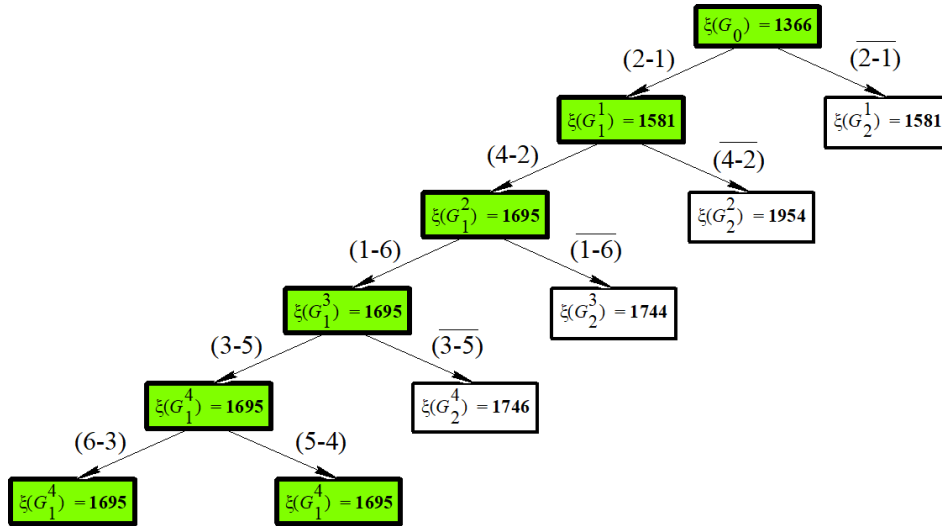


Рис. 7. Дерево поиска решения после 4 итераций

Fig. 7. Solution search tree after 4 iterations

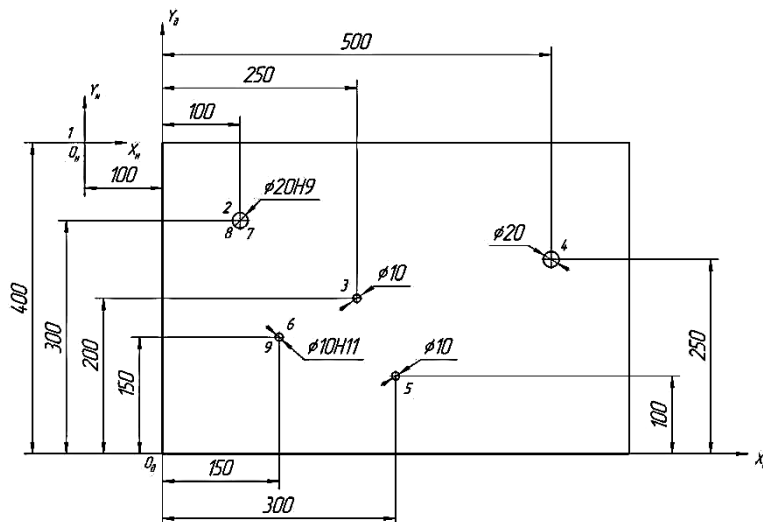


Рис. 8. Чертеж плиты с пятью отверстиями разных диаметров и квалитетов точности

Fig. 8. Drawing of a plate with five holes of different diameters and accuracies

Маршрут обработки отверстий включает следующие технологические переходы:

- для отверстий по 14-му качеству точности – сверление;
- для отверстия по 11-му качеству точности – сверление, зенкерование;
- для отверстия по 9-му качеству точности – сверление, зенкерование, развертывание.

Для формализации технологических переходов в маршруте обработки отверстий к шести вершинам графа путей добавим еще три вершины. Это будут вершины трех технологических переходов – зенкерования № 7, развертывания № 8, зенкерования № 9 (рис. 8). Матрица входных данных при этом будет иметь размерность 9×9 (табл. 5). В общем случае $(n + 1 + m)(n + 1 + m)$, где m – количество дополнительных технологических переходов.

Таблица 5. Вспомогательная матрица входных данных для задачи с отверстиями разных диаметров и классов точности

Table 5. Auxiliary input data matrix for a problem with holes of different diameters and accuracy grades

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Н						Н!	Н!	Н!
2	Н!	Н	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	0+ $l_{си}$	Н!	+ $l_{си}$
3		+ $l_{си}$	Н	+ $l_{си}$			+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$
4		+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	Н	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$
5		+ $l_{си}$		+ $l_{си}$	Н	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$
6	Н!	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	Н	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	0+ $l_{си}$
7	Н!	Н!	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	Н	0+ $l_{си}$	+ $l_{си}$
8		Н!	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	Н!	Н	+ $l_{си}$
9		+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	Н!	+ $l_{си}$	+ $l_{си}$	Н

Если переходы выполняются без смены инструмента, веса ребер графа в матрице не меняются: $C_{ij} = C_{ji}$. Если требуется смена инструмента, веса ребер $C_{ij} + l_{си} = C_{ji} + l_{си}$. Если смена инструментов не связана с затратами времени на перемещение стола с заготовкой, веса ребер $0 + l_{си}$. Если переходы невозможны технологически, то $C_{ij} = C_{ji} = \mathbf{H!}$. Остановимся на пояснении таких переходов.

Переходы зенкерования и развертывания отверстия № 2, а также зенкерования отверстия № 9 не могут быть выполнены без предшествующего перехода сверления; переход развертывания отверстия № 2 не может быть выполнен без предшествующего перехода зенкерования. Это означает отсутствие в графе ребер (1–7), (1–8), (1–9), (2–8).

Невозможно зенкеровать отверстия № 2 и № 6, не просверлив их, развертывать отверстие № 2 до его сверления и зенкерования. В графе не может быть ребер (7–2), (9–6), (8–2), (8–7).

Запрещено закончить цикл обработки отверстий № 2 и № 6 их сверлением, не выполнив переход зенкерования, а отверстия № 2 его зенкерованием, не выполнив переход развертывания. Отсюда ребра (2–1), (7–1), (6–1) в графе тоже отсутствуют.

Таким образом, в модели формализации технологических переходов учтены дополнительные веса

(стоимости) ребер, ограничения предшествования переходов, невозможности отдельных переходов, запрета завершения обработки отверстий до выполнения всех обязательных переходов. Матрица входных данных формируется как асимметричная (табл. 6), задача коммивояжера становится тоже асимметричной (ATSP) и представляется ориентированным графом.

Таблица 6. Матрица входных данных для асимметричной задачи

Table 6. Input matrix for an asymmetric problem

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Н	224	403	618	500	354	Н!	Н!	Н!
2	Н!	Н	420	643	523	398	240	Н!	398
3	403	420	Н	495	112	352	420	420	352
4	618	643	495	Н	490	604	643	643	604
5	500	523	112	490	Н	398	523	523	398
6	Н!	398	352	604	398	Н	398	398	240
7	Н!	Н!	420	643	523	398	Н	240	398
8	224	Н!	420	643	527	398	Н!	Н	398
9	354	398	352	604	398	Н!	398	398	Н

Решение (рис. 9), выполненное с помощью специально разработанной программы на языке программирования Python, определило следующую последовательность выполнения технологических переходов и длину холостых ходов:

$$x_{\text{опт}} = \{(1-2), (2-7), (7-8), (8-4), (4-5), (5-3), (3-6), (6-9), (9-1)\};$$

$$F(x_0) = 224 + 240 + 240 + 643 + 490 + 112 + 352 + 240 + 354 = 2895.$$

Перечислим эти переходы в соответствии с правилами их записи, установленными ГОСТ 3.1702–79 «Единая система технологической документации. Правила записи операций и переходов. Обработка резанием»:

1. Сверлить отверстие 2 (ребро 1–2);
2. Зенкеровать отверстие 2 (ребро 2–7);
3. Развернуть отверстие 2 (ребро 7–8);
4. Сверлить отверстие 4 (ребро 8–4);
5. Сверлить отверстие 5 (ребро 4–5);
6. Сверлить отверстие 3 (ребро 5–3);
7. Сверлить отверстие 6 (ребро 3–6);
8. Зенкеровать отверстие 6 (ребро 6–9).

Выполним оценку количества всех возможных вариантов выполнения технологических переходов в нашей задаче.

С учетом зависимости (1) получим

$$P_n = (n + 1 + m - 1)! = (5 + 1 + 3 - 1)! = 8! = 40320.$$

Предположим, что в заготовке достаточно большое число отверстий ($n = 20$), а среднее число переходов на отверстие 2 ($m = 2$).

Общее число вершин графа в этом случае равно $41(n \times m + 1)$, а число возможных вариантов $P_n = 40! \approx 8,16 \cdot 10^{47}$.

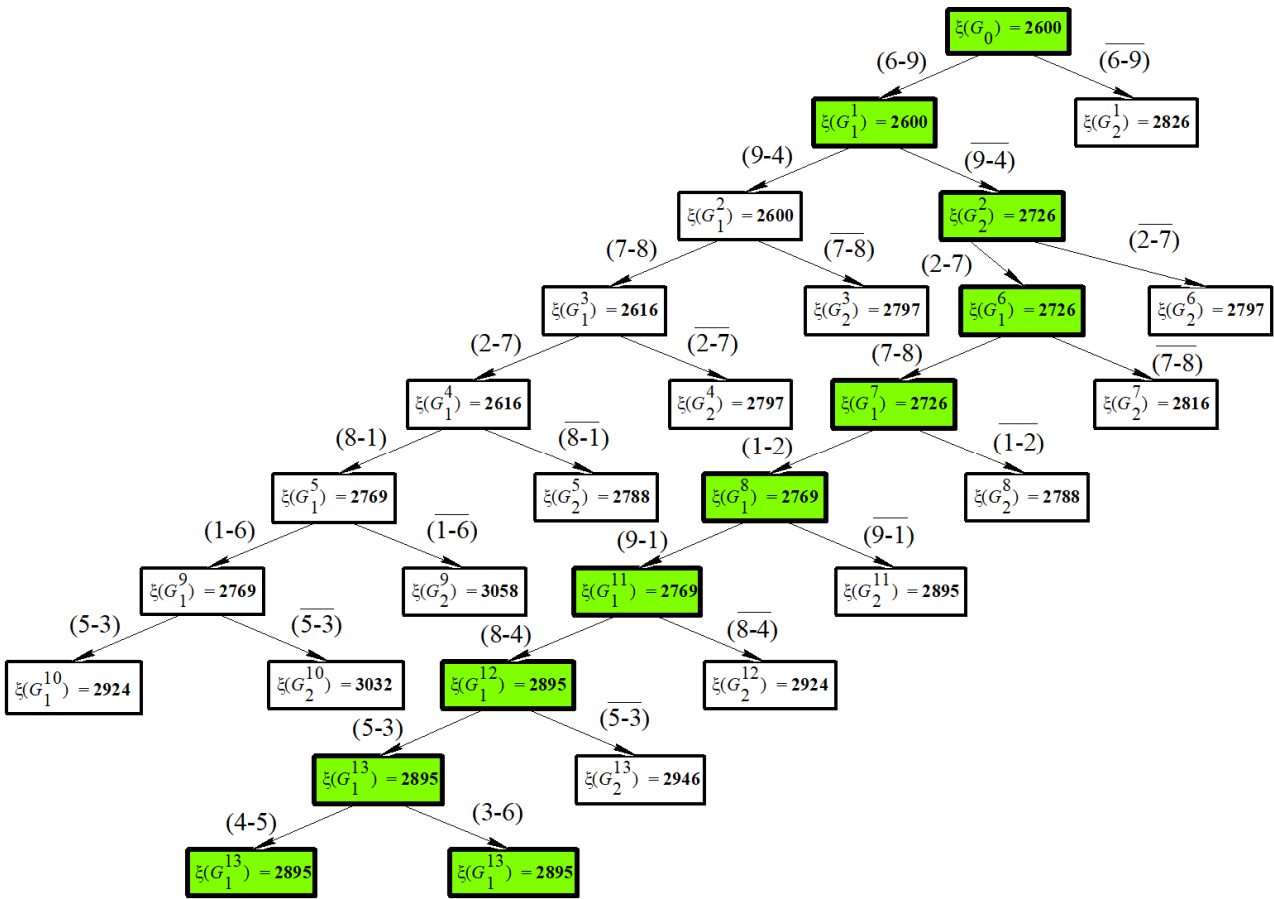


Рис. 9. Дерево поиска решения после 13 итераций
 Fig. 9. Solution search tree after 13 iterations

Как видим, затраты времени на решение задачи методом полного перебора будут весьма большими. Как уже отмечалось, алгоритм Литтла, не устраняя факториальную сложность задачи, существенно сокращает время поиска за счет отсекаания заведомо неоптимальных подмножеств переходов. В нашей задаче временная эффективность алгоритма зависит от структуры матрицы входных данных, в которой предусмотрены запреты на переходы, определяющие степень ее асимметрии. Учет запретов в матрице входных данных уменьшает при решении задачи число итераций ветвления на подмножества, что повышает практическую применимость алгоритма.

Добавим, что «...экспериментальные исследования алгоритма Литтла показали целесообразность его использования в массовом порядке для решения задач размерности до 50 городов преимущественно с несимметричной матрицей расстояний» [20, с. 132].

Выводы

В представленной работе технологическая операция многопереходной обработки отверстий рассматривается по-новому – как единая система взаимосвязанных переходов, формализуемая в виде ориентированного графа. Вершинами графа являются технологические переходы (сверление, зенкерование, развертывание и др.) в привязке к конкретным отверстиям, а ребра с их весовым содержанием описы-

вают допустимые пространственные перемещения холостых ходов рабочих органов станка.

Предложенная в работе модель формализации технологических переходов, в которой пространственные перемещения и время смены инструмента приводятся к единой метрической шкале, модифицирует задачу коммивояжера к структурной оптимизации многопереходной обработки как задачу ATSP с учетом технологических ограничений предшествования, допустимости переходов и времени смены инструментов. Это позволяет повысить точность оптимизации, что подтверждает сравнение результатов, полученных при выборе оптимальной последовательности технологических переходов в разобранный пример (длина холостых ходов $F(x_0) = 2895$, см. рис. 9), с результатами, полученными для этого примера средствами коммерческой САМ-системы Solidworkscam:

$$x_{\text{опт}} = \{(1-5), (5-3), (3-6), (6-2), (2-4), (4-9), (9-7), (7-8), (8-1)\};$$

$$F(x_0) = 500 + 112 + 352 + 398 + 643 + 604 + 398 + 240 + 224 = 3471.$$

Использование алгоритма Литтла обеспечивает получение оптимальных решений в приемлемое время для задач размерностью до 50 вершин графа.

Предложенная методика позволяет выполнять оптимизацию по всей структуре операции, а не только в пределах переходов обработки отверстий, и может рассматриваться основой для построения новых оригинальных модулей точной структурной оптимизации в САМ-системах и дополнения существующих эвристических решений.

Библиографические ссылки

1. Писарук Н. Н. Исследование операций. Минск : БГУ, 2015. 304 с.
2. Мудров В. И. Задача о коммивояжере. М. : Либликом, 2019. 70 с.
3. КORTE Б., Фиген Й. Комбинаторная оптимизация. Теория и алгоритмы : пер. с англ. М. А. Бабенко. М. : МЦНМО, 2015. 720 с.
4. Степанов С. Е., Калмыков В. В., Яшкин К. В. Алгоритмизация определения наиболее производительной последовательности обработки массива отверстий на станках с ЧПУ // Научные технологии в машиностроении. 2020. № 2. С. 16–21. DOI: 10.30987/2223-4608-2020-2-16-21
5. Mehmood N., Umer M., Asgher U. (2022) Multi-Hole Drilling Tool Path Planning and Cost Management through Hybrid SFLA-ACO Algorithm for Composites and Hybrid Materials. *Journal of Composites Science*, no. 6(12): 364, 15 p. DOI: 10.3390/jcs6120364
6. Denish Khatiwada, Nabin Nepali, Nabin Raj Chaulagain, Aayush Bhattarai (2020) Tool path optimization for drilling holes using genetic algorithm. *International Journal of Machine Tools and Maintenance Engineering*, vol. 1 (1), pp. 36-42. DOI: 10.33545/27074544
7. Dhouib S. (2022) Holes Drilling Route Optimization in Printed Circuit Board Using Far-to-Near Metaheuristic. *International Journal of Strategic Engineering*, vol. 5(1), pp. 1-12. DOI: 10.4018/IJoSE.301568
8. Кравченко И. И., Бухаров С. В. Анализ средств автоматизации программирования оборудования, оптимизация последовательности обработки поверхностей сложных корпусных деталей // Машиностроение и компьютерные технологии. 2018. № 7. С. 31–47. DOI: 10.24108/0718.0001423
9. Кравченко И. И., Киселёв В. Л. Разработка математической модели оптимальной последовательности обработки плоскостей и других взаимосвязанных поверхностей сложных корпусных деталей // Наука и Образование. МГТУ имени Н. Э. Баумана. 2016. № 01. С. 67–77. DOI: 10.7463/0116.083154
10. Кошуняева Н. В., Тутьгин А. Г. Сравнительный анализ эффективности использования метаэвристических методов моделирования для решения задачи коммивояжера // Моделирование и анализ данных. 2025. Т. 15, № 3. С. 76–93. DOI: 10.17759/mda.2025150305
11. Mehmood N., Umer M., Asgher U. (2023) Application of hybrid SFLA-ACO algorithm and CAM softwares for optimization of drilling tool path problems. *SN Applied Sciences*, vol. 5 (2). DOI: 10.1007/s42452-022-05271-x
12. Иванов П. С., Смирнова Л. К. Применение муравьиных алгоритмов для решения задачи коммивояжера // Искусственный интеллект и принятие решений. 2021. № 3. С. 45–58.
13. Манакова В. А., Костин А. С. Анализ методов решения задачи коммивояжера при помощи алгоритмов Дейкстры и A* // Системный анализ и логистика. 2023. № 3 (37). С. 136–142. DOI: 10.31799/2077-5687-2023-3-136-142
14. Hector Rico-Garcia, Jose-Luis Sanchez-Romero, Hector Migallón, Ravipudi Venkata Rao (2020) Parallel implementation of metaheuristics for optimizing tool path computation on CNC machining. *Computers in Industry*, vol. 123 (2), 10 p. DOI: 10.1016/j.compind.2020.103322
15. Herdiana K., Candiasa M., Indrawan G. (2022) Optimization of adaptive genetic algorithm parameters in traveling salesman problem. *Journal of Computer Networks, Architecture and High-Performance Computing*, vol. 4, no. 2, pp. 169–176. DOI: 10.47709/cnahpc.v4i2.1581
16. Arslane M., Slamani M., Amroune S., Elhadi A., Louhichi B., Alawad M. (2026) Enhanced productivity and chip morphology analysis in natural fiber bio-composite drilling: a computational toolpath optimization via TSP-GA hybrid approach. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 142, pp. 5095–5110. DOI: 10.1007/s00170-025-17247-3
17. Zhengyang Shen (2024) Application of ant algorithm in solving TSP problems. *Applied and Computational Engineering*, vol. 48, no. 1, pp. 232-236. DOI: 10.54254/2755-2721/48/20241549
18. Ercan Comert S., Yazgan H.R. (2021). Effective cluster-first route-second approaches using metaheuristic algorithms for the capacitated vehicle routing problem. *International Journal of Industrial Engineering: Theory, Application, and Practice*, vol. 28 (1), pp. 14-38. DOI: 10.23055/ijietap.2021.28.1.7223
19. Шаргунова Д. В., Таурова Е. В. Решение задачи коммивояжера транспортной логистики методом ветвей и границ // Молодая наука Сибири. 2023. № 3 (21). С. 189–199.
20. Land A.H., Doig A.G. (1960) An automatic method of solving discrete programming problems. *Econometrica*, vol. 28, pp. 497-520.
21. Little J.D.C., Murty K.G., Sweeney, D.W., Karel C. (1963) An algorithm for the traveling salesman problem. *Operations Research*, vol. 11, pp. 972-989.
22. Алгоритм для решения задачи о коммивояжере / Дж. Литтл, К. Мурти, Д. Суини, К. Керел // Экономика и математические методы. 1965. Т. 1, № 1. С. 94–107.
23. Канцедал С. А., Костинова М. В., Крutiina И. В. Об использовании алгоритма Литтла для решения задачи о коммивояжере при разработке пригородных маршрутов // Автомобильный транспорт. 2012. № 30. С. 127–133.
24. Применение классических комбинаторных методов для оптимизации маршрута доставки транспортной компании / С. Н. Борисов, Р. А. Дьяченко, С. А. Шапарь, Е. А. Шапарь // Научные труды Кубанского государственного технологического университета. 2019. № 6. С. 80–89.

References

1. Pисарук N.N. (2015) *Issledovanie operacij* [Operations Research]. Minsk: BSU Publ., 304 p. (in Russ.).
2. Mudrov V.I. (2019) *Zadacha o kommivoyazhere* [The traveling salesman problem]. Moscow: Liбликом Publ., 70 p. (in Russ.).
3. Korte B, Figen I. (2015) *Kombinatornaya optimizaciya. Teoriya i algoritmy* [Combinatorial Optimization. Theory and Algorithms]. Moscow: MCNMO Publ., 720 p. (in Russ.).
4. Stepanov S.E., Kalmykov V.V., Yashkin K.V. (2020) [Algorithm for determining the most efficient sequence for processing an array of holes on CNC machines]. *Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering*, no. 2, pp. 16-21. DOI: 10.30987/2223-4608-2020-2-16-21 (in Russ.).
5. Mehmood N., Umer M., Asgher U. (2022) Multi-Hole Drilling Tool Path Planning and Cost Management through Hybrid SFLA-ACO Algorithm for Composites and Hybrid Materials. *Journal of Composites Science*, vol. 6 (12): 364, 15 p. DOI: 10.3390/jcs6120364

6. Denish Khatiwada, Nabin Nepali, Nabin Raj Chaulagain, Aayush Bhattarai (2020) Tool path optimization for drilling holes using genetic algorithm. *International Journal of Machine Tools and Maintenance Engineering*, vol. 1(1), pp. 36-42. DOI: 10.33545/27074544

7. Dhoub S. (2022) Holes Drilling Route Optimization in Printed Circuit Board Using Far-to-Near Metaheuristic. *International Journal of Strategic Engineering*, vol. 5 (1), pp. 1-12. DOI: 10.4018/IJoSE.301568

8. Kravchenko I.I., Bukharov S.V. (2018) [Analysis of equipment programming automation tools, optimization of the processing sequence for the surfaces of complex body parts]. *Mashinostroenie i komp'yuternye tekhnologii*, no. 7, pp. 31-47. DOI: 10.24108/0718.0001423 (in Russ.).

9. Kravchenko I.I., Kiselev V.L. (2016) [Development of a mathematical model for the optimal sequence of processing planes and other interconnected surfaces of complex body parts]. *Nauka i Obrazovanie. MGTU imeni N.E. Baumana*, no. 01, pp. 67-77. DOI: 10.7463/0116.083154 (in Russ.).

10. Koshunyaeva N.V., Tutugin A.G. (2025) [Comparative Analysis of the Effectiveness of Using Metaheuristic Modeling Methods for Solving the Traveling Salesman Problem]. *Modeling and Data Analysis*, vol. 15, no. 3, pp. 76-93. DOI: 10.17759/mda.2025150305 (in Russ.).

11. Mehmood N., Umer M., Asgher U. (2023) Application of hybrid SFLA-ACO algorithm and CAM softwares for optimization of drilling tool path problems. *SN Applied Sciences*, vol. 5 (2). DOI: 10.1007/s42452-022-05271-x

12. Ivanov P.S., Smirnova L.K. (2021) [Application of Ant Algorithms for Solving the Traveling Salesman Problem]. *Artificial Intelligence and Decision Making*, no. 3, pp. 45-58 (in Russ.).

13. Manakova V.A., Kostin A.S. (2023) [Analysis of methods for solving the traveling salesman problem using Dijkstra's and A* algorithms]. *Sistemnyi Analiz i Logistika*, no. 3 (37), pp. 136-142. DOI: 10.31799/2077-5687-2023-3-136-142 (in Russ.).

14. Hector Rico-Garcia, Jose-Luis Sanchez-Romero, Hector Migallón, Ravipudi Venkata Rao (2020) Parallel implementation of metaheuristics for optimizing tool path computation on CNC machining. *Computers in Industry*, vol. 123 (2), 10 p. DOI: 10.1016/j.compind.2020.103322

15. Herdiana K., Candiasa M., Indrawan G. (2022) Optimization of adaptive genetic algorithm parameters in traveling

salesman problem. *Journal of Computer Networks, Architecture and High-Performance Computing*, vol. 4, no. 2, pp. 169-176. DOI: 10.47709/cnahpc.v4i2.1581

16. Arslane M., Slamani M., Amroune S., Elhadi A., Louhichi B., Alawad M. (2026) Enhanced productivity and chip morphology analysis in natural fiber bio-composite drilling: a computational toolpath optimization via TSP-GA hybrid approach. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 142, pp. 5095-5110. DOI: 10.1007/s00170-025-17247-3

17. Zhengyang Shen (2024) Application of ant algorithm in solving TSP problems. *Applied and Computational Engineering*, vol. 48, no. 1, pp. 232-236. DOI: 10.54254/2755-2721/48/20241549

18. Ercan Comert S., Yazgan H.R. (2021). Effective cluster-first route-second approaches using metaheuristic algorithms for the capacitated vehicle routing problem. *International Journal of Industrial Engineering: Theory, Application, and Practice*, vol. 28 (1), pp. 14-38. DOI: 10.23055/ijietap.2021.28.1.7223

19. Shargunova D.V., Tairova E.V. (2023) [Solving the Traveling Salesman Problem in Transportation Logistics Using the Branch-and-Bound Method]. *Molodaya Nauka Sibiri*, no. 3 (21), pp. 189-199 (in Russ.).

20. Land A.H., Doig A.G. (1960) An automatic method of solving discrete programming problems. *Econometrica*, vol. 28, pp. 497-520.

21. Little J.D.C., Murty K.G., Sweeney D.W., Karel C. (1963) An algorithm for the traveling salesman problem. *Operations Research*, vol. 11, pp. 972-989.

22. Littl Dzh., Murti K., Suini D., Kerel K. (1965) [An algorithm for solving the traveling salesman problem]. *Ekonomika i matematicheskie metody*, vol. 1, no. 1, pp. 94-107 (in Russ.).

23. Kantsedal S.A., Kostikova M.V., Skripina I.V. (2012) [On the use of Little's algorithm to solve the traveling salesman problem in the development of commuter routes]. *Avtomobil'nyi Transport*, no. 30, pp. 127-133 (in Russ.).

24. Borisov S.N., D'yachenko R.A., Shapar' S.A., Shapar' E.A. (2019) [Application of classical combinatorial methods to optimize the delivery route of a transport company]. *Nauchnye Trudy Kubanskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta*, no. 6, pp. 80-89 (in Russ.).

Application of the Little's Algorithm to Solve the Problem of Structural Optimization of Operations on Multi-purpose CNC Machines

N.S. Sivtsev, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

A.G. Bazhin, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

D.V. Koryakin, Master Student, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

Modern multi-purpose CNC machines provide the possibility of technological process development for machining parts based on the principle of concentrating machining steps into a single operation. During the development of such operation, the task of selecting the machining step sequence within the route of part surface machining arises, minimizing the auxiliary time of idle movements of the machine tool. When the number of machining steps is small, their sequence is determined by the technologist based either on personal experience or intuitively. When the number of machining steps is large, a formal method to solve the defined problem similar to the well-known traveling salesman problem in operations research is required. This work is devoted to the modification of the traveling salesman problem in order to optimize the sequence of machining steps within the processing route of a large number of holes of different diameters and accuracy levels in body and flat parts on multi-purpose CNC machines. To solve this problem, an improved method of searching all possible options, known as the Little's algorithm, has been chosen. The proposed model of formalizing machining steps has allowed for a structured, mathematical, and logically organized presentation of the complete description of the operation in the problem initial data, thereby improving the accuracy of optimization based on the criterion of minimizing the duration of idle movements. The definition and solution of the problem are based on the trend of improving machining paths in CAM systems, which aims to reduce operation time, increase productivity, and shorten the payback period for expensive multi-purpose CNC machines.

Keywords: optimization, machining step, traveling salesman problem, Little's algorithm.

Получено 16.03.2026

Образец цитирования

Сивцев Н. С., Бажин А. Г., Корякин Д. В. Применение алгоритма Литтла к решению задачи структурной оптимизации операций на многоцелевых станках с ЧПУ // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2026. Т. 29, № 2. С. 19–29. DOI: 10.22213/2413-1172-2026-2-19-29

For Citation

Sivtsev N.S., Bazhin A.G., Koryakin D.V. (2026) [Application of the Little's Algorithm to Solve the Problem of Structural Optimization of Operations on Multi-purpose CNC Machines]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, vol. 29, no. 2, pp. 19-29. DOI: 10.22213/2413-1172-2026-2-19-29 (in Russ.).